INFORMATOR
o **egzaminie maturalnym**
z **fizyki**

od roku szkolnego 2022/2023

Centralna Komisja Egzaminacyjna
Warszawa 2021

Zespół redakcyjny:

Mariusz Mroczek (CKE)
Urszula Okrajni (OKE Jaworzno)
Jan Sawicki (OKE Kraków)
dr Jerzy Brojan
dr Piotr Nieżurawski (UW)
prof. dr hab. Andrzej Wysmołek (UW)
dr Wioletta Kozak (CKE)
dr Marcin Smolik (CKE)

Recenzenci:

dr Waldemar Berej (UMCS)
dr hab. Adam Szereszewski (UW)
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 99
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634 91 33
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
pl. Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spis treści

1. Opis egzaminu maturalnego z fizyki **5**
Wstęp **5**
Zadania na egzaminie **5**
Opis arkusza egzaminacyjnego **7**
Zasady oceniania **7**
Materiały i przybory pomocnicze **9**

2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami **11**
Mechanika punktu materialnego i bryły sztywnej **12**
Grawitacja i elementy astronomii **28**
Drgania, fale i optyka **47**
Elektryczność i magnetyzm **65**
Własności materii, termodynamika, hydrostatyka i aerostatyka **88**
Elementy fizyki atomowej i jądrowej **104**

3. Informacja o egzaminie maturalnym z fizyki dla absolwentów niesłyszących **123**

Uchwała Rady Głównej Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz Konferencji Rektorów Akademickich Szkół Polskich o informatorach maturalnych od 2023 roku **147**

1. Opis egzaminu maturalnego z fizyki

WSTĘP

Fizyka jest jednym z przedmiotów do wyboru na egzaminie maturalnym. Każdy maturzysta może przystąpić do egzaminu maturalnego z fizyki na poziomie rozszerzonym jako przedmiotu dodatkowego.

Egzamin maturalny z fizyki sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej[1].

Podstawa programowa dzieli wymagania na ogólne i szczegółowe. Wymagania szczegółowe odwołują się do ściśle określonych wiadomości i konkretnych umiejętności. Wymagania ogólne mają podstawowe znaczenie, gdyż syntetycznie ujmują nadrzędne cele kształcenia w nauczaniu fizyki.

Informator prezentuje przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami. Do każdego zadania dodano wykaz wymagań ogólnych i szczegółowych z podstawy programowej kształcenia ogólnego, którym odpowiada dane zadanie. Zadania w *Informatorze* nie ilustrują wszystkich wymagań z zakresu fizyki określonych w podstawie programowej, nie wyczerpują również wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić wszechstronne wykształcenie w zakresie fizyki, w tym – właściwe przygotowanie do egzaminu maturalnego.

Przed przystąpieniem do dalszej lektury *Informatora* warto zapoznać się z ogólnymi zasadami obowiązującymi na egzaminie maturalnym od roku szkolnego 2022/2023. Są one określone w rozporządzeniu Ministra Edukacji i Nauki z dnia 26 lutego 2021 r. w sprawie egzaminu maturalnego (Dz.U. poz. 482) oraz – w skróconej formie – w części ogólnej *Informatora o egzaminie maturalnym od roku szkolnego 2022/2023*, dostępnej na stronie internetowej Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (https://cke.gov.pl/) i na stronach internetowych okręgowych komisji egzaminacyjnych.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdą się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego
- zadania typu prawda-fałsz
- zadania na dobieranie.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 stycznia 2018 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2018 r. poz. 467, z późn. zm.).

Zadania otwarte to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdą się m.in.:

- zadania z luką, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wzorami fizycznymi, w tym wykonania lub uzupełniania rysunku, diagramu, tabeli, wykresu, zależności między wielkościami, równania
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające (1) przeprowadzenia obliczeń lub wyprowadzenia zależności pomiędzy wielkościami fizycznymi, (2) ustalania i/lub uzasadniania prawidłowych stwierdzeń dotyczących zjawisk fizycznych i ich modeli, opisywania zjawisk fizycznych lub doświadczeń, przedstawiania tez i formułowania hipotez.

Przedstawione przez zdającego rozwiązanie zadania otwartego, w którym zdający m.in. oblicza, wyprowadza, wykazuje, uzasadnia, musi prezentować pełny tok rozumowania, uwzględniać warunki zadania, a także odwoływać się do praw i zależności fizycznych oraz matematycznych. Oznaczenia stosowane w rozwiązaniu przez zdającego muszą jednoznacznie umożliwiać identyfikację wielkości fizycznych opisanych w treści zadania i polecenia.

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności określonych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej (w nawiasach zapisano numery celów kształcenia podstawy programowej):

- wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości (I)
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych (II)
- planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników (III)
- posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym – tekstów popularnonaukowych (IV)
- budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych (V).

Zadania egzaminacyjne będą dotyczyły następujących obszarów tematycznych fizyki (w nawiasach zapisano numery treści nauczania podstawy programowej):

- mechanika punktu materialnego i bryły sztywnej (II, III)
- grawitacja i elementy astronomii (IV)
- drgania, fale i optyka (V, X)
- elektryczność i magnetyzm (VII, VIII, IX)
- własności materii, termodynamika, hydrostatyka i aerostatyka (II, VI)
- elementy fizyki atomowej i jądrowej (XI, XII).

Niezależnie od wymienionych powyżej obszarów tematycznych, zadania egzaminacyjne sprawdzą również umiejętności określone w wymaganiach przekrojowych (określonych w pkt I treści nauczania podstawy programowej).

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin maturalny z fizyki trwa 180 minut[2]. W arkuszu egzaminacyjnym znajdzie się od 25 do 35 zadań. Łączna liczba punktów, jakie można uzyskać za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań, jest równa 60.

Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań w całym arkuszu przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadań	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	8–15	8–15	ok. 20%
otwarte	15–20	45–52	ok. 80%
RAZEM	**25–35**	**60**	**100%**

W arkuszu egzaminacyjnym będą występowały wiązki zadań lub pojedyncze zadania. Wiązka zadań to zestaw od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście tematycznym, którym jest opisane zjawisko fizyczne, doświadczenie, obserwacja, materiał źródłowy itp. Każde z zadań wiązki będzie można rozwiązać niezależnie od rozwiązania innych zadań w danej wiązce. Wiązka zadań może się składać zarówno z zadań zamkniętych, jak i z zadań otwartych.

ZASADY OCENIANIA

Zadania zamknięte

Zadania zamknięte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

ALBO

2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.
1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.
0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

[2] Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku zdających ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnych, oraz w przypadku cudzoziemców. Szczegóły są określane w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu maturalnego* w danym roku szkolnym.

Zadania otwarte

Za poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać maksymalnie 1, 2, 3 lub 4 punkty. Za każde poprawne rozwiązanie, inne niż opisane w zasadach oceniania, można przyznać maksymalną liczbę punktów, o ile rozwiązanie jest merytorycznie poprawne, zgodne z poleceniem i warunkami zadania.

Zadania otwarte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

Zadania otwarte, w których zdający udziela odpowiedzi opisowej

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:

  1 pkt – odpowiedź poprawna.
  0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:

  2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.
  1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.
  0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte, w których zdający wykonuje lub uzupełnia rysunek, wykres, diagram, tabelę, zależność lub uzupełnia tekst kilkoma wyrazami albo wykonuje proste obliczenie

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:

  1 pkt – rozwiązanie poprawne.
  0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:

  2 pkt – rozwiązanie całkowicie poprawne.
  1 pkt – rozwiązanie częściowo poprawne lub rozwiązanie niepełne.
  0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Zadania otwarte, dla których określono poszczególne etapy ich rozwiązania (np. niewielki postęp, istotny postęp, zasadnicze trudności zadania)

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:

  2 pkt – rozwiązanie poprawne.
  1 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  0 pkt – rozwiązanie, w którym nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, albo brak rozwiązania.

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 3 pkt:

  3 pkt – rozwiązanie poprawne.
  2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu, albo brak rozwiązania.

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 4 pkt:

  4 pkt – rozwiązanie poprawne.
  3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  2 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został niewielki postęp, ale konieczny do rozwiązania zadania.
  0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma niewielkiego postępu, albo brak rozwiązania.

W rozwiązaniu zadań otwartych, dla których określono poszczególne etapy ich rozwiązania, wyróżniony został najważniejszy etap, nazywany pokonaniem zasadniczych trudności zadania. Przyjęto zasadę, że za pokonanie zasadniczych trudności zadania przyznaje się co najmniej połowę punktów, jakie można otrzymać za bezbłędne rozwiązanie danego zadania. Przed pokonaniem zasadniczych trudności zadania wyróżnia się jeszcze jeden etap (w przypadku zadań za 3 pkt) lub dwa etapy poprzedzające (w przypadku zadań za 4 pkt): dokonanie istotnego postępu w rozwiązaniu zadania oraz/lub dokonanie niewielkiego postępu, który jest konieczny do rozwiązania zadania.

Etapy rozwiązania dla każdego zadania będą opisane w zasadach oceniania dla danego zadania. Ponadto dla różnych sposobów rozwiązania danego zadania te same etapy będą opisywały w zasadach oceniania jakościowo równoważny postęp na drodze do rozwiązania zadania.

MATERIAŁY I PRZYBORY POMOCNICZE NA EGZAMINIE Z FIZYKI

Przybory pomocnicze, z których mogą korzystać zdający na egzaminie maturalnym z fizyki, to:
- linijka
- kalkulator naukowy
- *Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*.

Szczegółowe informacje dotyczące materiałów i przyborów pomocniczych, z których mogą korzystać zdający na egzaminie maturalnym (w tym osoby, którym dostosowano warunki przeprowadzenia egzaminu), będą ogłaszane w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.

2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami

W *Informatorze* dla każdego zadania podano:

- liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie (w nawiasach, po numerze zadania)
- najważniejsze wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania rozwiązania tego zadania
- poprawne rozwiązanie w przypadku zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązanie w przypadku zadania otwartego.

W przykładowych rozwiązaniach zadań otwartych są wyodrębnione dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Dodatkowe komentarze wyodrębniono w ramkach (podobnie jak ten akapit).

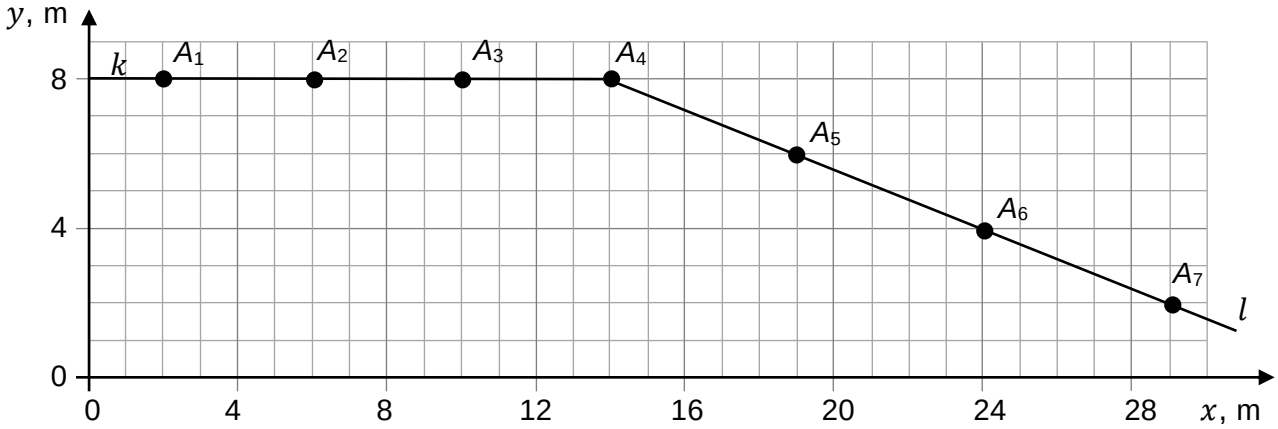
Symbol zamieszczony w nagłówku zadania zwraca uwagę na to, że do rozwiązania zadania będzie pomocne lub niezbędne użycie linijki (np. do rysowania linii prostych lub do odmierzania długości odcinków).

Symbol zamieszczony w nagłówku zadania zwraca uwagę na to, że do rozwiązania zadania będzie niezbędne użycie kalkulatora naukowego.

MECHANIKA PUNKTU MATERIALNEGO I BRYŁY SZTYWNEJ

Zadanie 1. Impulsowe działanie siły

Na rysunku poniżej przedstawiono ruch ciała o masie $m = 0{,}5$ kg w inercjalnym układzie odniesienia, we współrzędnych (x, y). Początkowo ciało poruszało się swobodnie ruchem jednostajnym z prędkością $\vec{v}_k$ wzdłuż prostej k. W punkcie A_4 na ciało zadziałała siła $\vec{F}$, przy czym czas jej działania był bardzo krótki i wynosił $\Delta\tau = 0{,}02$ s. Gdy siła przestała działać, ciało poruszało się dalej ruchem jednostajnym z prędkością $\vec{v}_l$ wzdłuż prostej l. Na wykresie toru narysowano i oznaczono położenia ciała w pierwszym etapie ruchu (A_1–A_4) i w drugim etapie ruchu (A_4–A_7). Czas ruchu wzdłuż każdego z odcinków: A_1A_2, A_2A_3, … , A_6A_7 był taki sam i wynosił $\Delta t = 1$ s.

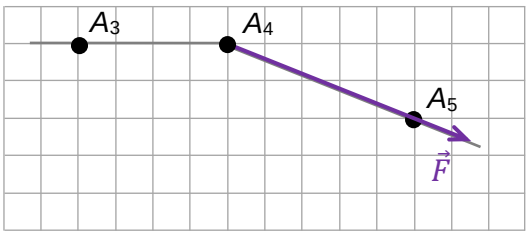


Przyjmij model zjawiska, w którym zakładamy, że siła $\vec{F}$ była stała. Na rysunkach pominięto bardzo krótki paraboliczny fragment toru, gdy na ciało działała siła $\vec{F}$.

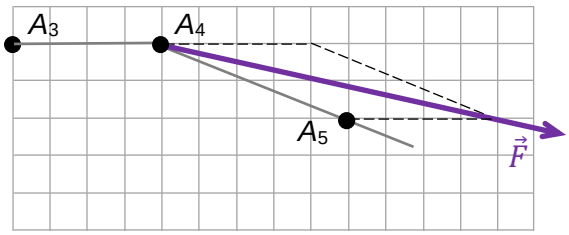
Zadanie 1.1. (0–1)

Na którym diagramie prawidłowo przedstawiono kierunek i zwrot siły $\vec{F}$? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

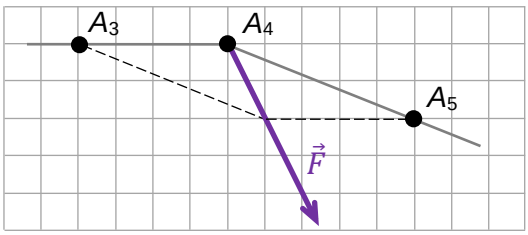
A.



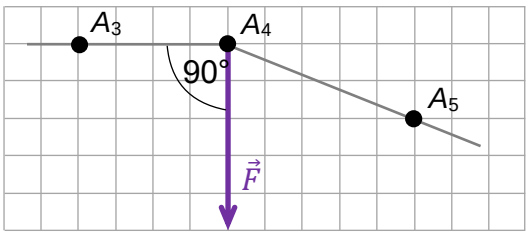
B.



C.



D.



Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].

II. Mechanika. Zdający:
   14) interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Komentarz

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, kierunek siły jest taki jak kierunek wektora zmiany pędu ciała (różnicy pędów po zadziałaniu siły i przed zadziałaniem siły).

Zadanie 1.2. (0–3)

Oblicz wartość siły $\vec{F}$.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].

II. Mechanika. Zdający:
   3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: przemieszczeniem, prędkością i przyśpieszeniem wraz z ich jednostkami;
   13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał;
   14) interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1., 2. i 3.).

2 pkt – wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między zmianą pędu i siłą oraz obliczenie wartości zmiany prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między zmianą wektora pędu, czasem, w którym ta zmiana nastąpiła, a siłą – łącznie z wyrażeniem zmiany pędu jako $m\Delta\vec{v}$ (np. jak w kroku 1.)

LUB

– wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między masą, siłą a przyśpieszeniem – łącznie z wyrażeniem wektora przyśpieszenia jako zmiany wektora prędkości w czasie

LUB

– obliczenie wartości różnicy wektorów prędkości lub obliczenie wartości różnicy wektorów pędu (np. jak w kroku 2.).

Uwaga! Obliczenie różnicy wartości wektorów prędkości lub pędów jest błędem rzeczowym.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Do obliczenia wartości siły wykorzystamy II zasadę dynamiki: iloraz zmiany wektora pędu ciała i czasu, w którym ta zmiana nastąpiła, jest równy sile działającej na ciało w tym czasie:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta\tau} = \vec{F} \qquad \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_l - \vec{v}_k)$$

$$\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta\tau} = \vec{F} \quad \xrightarrow{\text{wartość}} \quad \frac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta\tau} = |\vec{F}|$$

Komentarz (krok 2.)

Wyznaczymy zmianę $\Delta\vec{v} = \vec{v}_l - \vec{v}_k$ wektora prędkości, a następnie obliczymy jej wartość. Na podstawie położeń ciała określimy składowe $\vec{v}_l$ i $\vec{v}_k$ w kierunku x oraz y. Pierwsza liczba w nawiasie kwadratowym to współrzędna składowej x, a druga – współrzędna składowej y:

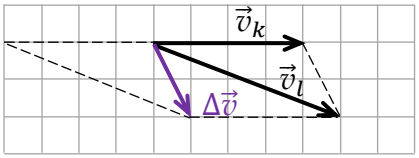
$$\vec{v}_l = \frac{\overrightarrow{A_4A_5}}{\Delta t} = \left[5\ \frac{\text{m}}{\text{s}};\ -2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \qquad \vec{v}_k = \frac{\overrightarrow{A_3A_4}}{\Delta t} = \left[4\ \frac{\text{m}}{\text{s}};\ 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Odejmowanie wektorów prędkości wykonamy np. graficznie (rysunek poniżej). Niech długość boku kratki odpowiada jednostce prędkości wyrażonej w m/s. Po odjęciu wektorów obliczymy wartość różnicy prędkości:

Różnica prędkości ma współrzędne:

$$\Delta\vec{v} = \left[1\ \frac{\text{m}}{\text{s}};\ -2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$\Delta v = |\Delta\vec{v}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2{,}24\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Komentarz (krok 3.)
Obliczymy wartość siły (dane i wynik w kroku 2. podstawimy do wzoru w kroku 1.).

$$|\vec{F}| = \frac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta\tau} \quad \rightarrow \quad |\vec{F}| \approx \frac{0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 2{,}24\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}02\ \mathrm{s}} \approx 56\ \mathrm{N}$$

Zadanie 2. Spadająca kulka

Pionowo w dół rzucono metalową kulkę o masie m = 0,250 kg. Na wysokości h = 1,80 m ponad podłożem, w chwili t_0 = 0, kulka osiągnęła prędkość o wartości v_0 = 3,20 m/s. Licząc od wysokości h, aż do podłoża, kulka spadała swobodnie i się nie obracała. Po upadku na twarde podłoże kulka odbiła się od niego, a czas oddziaływania (zderzenia) kulki z podłożem był równy Δt = 0,005 s. Podczas pierwszego zderzenia z podłożem kulka straciła 25% swojej energii mechanicznej.

Do analizy zjawiska przyjmij jego uproszczony model, w którym:
- pomiń opory powietrza podczas ruchu kulki;
- załóż, że siła $\vec{F}_R$ reakcji podłoża działająca na kulkę podczas zderzenia była stała;
- przyjmij do obliczeń wartość przyśpieszenia ziemskiego równą 9,81 m/s^2.

Zadanie 2.1. (0–2)

Na podstawie danych przedstawionych w opisie zadania 2. oblicz czas trwania ruchu kulki od chwili t_0 = 0 do chwili pierwszego uderzenia w podłoże.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

II. Mechanika. Zdający:
   4) opisuje ruchy prostoliniowe […] jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyśpieszenia oraz drogi od czasu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zastosowanie i rozwiązanie równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – zapisanie równania zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyśpieszonym prostoliniowym – łącznie z prawidłową identyfikacją drogi, przyśpieszenia i prędkości początkowej (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową. W naszym przypadku przebytą drogą jest wysokość h, a przyspieszeniem jest g.

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Do równania ruchu podstawimy dane podstawione domyślnie w jednostkach podstawowych układu SI:

$$1{,}8 = 3{,}2t + 4{,}905t^2 \quad \rightarrow \quad 4{,}905t^2 + 3{,}2t - 1{,}8 = 0$$

Komentarz (krok 2.)

Rozwiążemy równanie kwadratowe i wybierzemy dodatnie rozwiązanie:

$$\sqrt{\Delta} \approx 6{,}75 \quad \rightarrow \quad t \approx \frac{-3{,}2 + 6{,}75}{2 \cdot 4{,}905}\ \mathrm{s} \approx 0{,}36\ \mathrm{s}$$

Uwaga!

Rozwiązanie równania kwadratowego można przedstawić na symbolach ogólnych:

$$\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t - h = 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad \rightarrow \quad t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} \approx 0{,}36\ \mathrm{s}$$

Zadanie 2.2. (0–2)

Wykaż, że wartość prędkości uzyskana przez kulkę tuż przed pierwszym uderzeniem w podłoże wynosi $v_1 \approx$ 6,75 m/s.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

II. Mechanika. Zdający:
   20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wykazania podanej wartości prędkości oraz prawidłowe obliczenia (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii, łącznie z poprawnym użyciem wzorów na energię mechaniczną (w tym – potencjalną i kinetyczną) oraz poprawną identyfikacją wielkości we wzorze (np. jak w kroku 1.)

LUB

– skorzystanie z równania na prędkość i obliczonego czasu (np. jak w uwadze na końcu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Skorzystamy – zgodnie z przyjętym modelem – z zasady zachowania energii mechanicznej. Energia mechaniczna E_0 na wysokości h jest równa energii E_1 tuż przed uderzeniem w ziemię:

$$E_1 = E_0 \quad \rightarrow \quad E_{kin0} + E_{pot0} = E_{kin1}$$

Wykorzystamy wzory na energię kinetyczną i potencjalną:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Komentarz (krok 2.)

Przekształcimy powyższe równanie, podstawimy dane i wykonamy obliczenia:

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2} \qquad \rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}80\ \mathrm{m} + 3{,}2^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} \approx 6{,}75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Uwaga!

Wartość prędkości można obliczyć z równania na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym, z wykorzystaniem obliczonego czasu:

$$v_2 = v_1 + gt \approx 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}36\ \mathrm{s} \approx 6{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 2.3. (0–3)

Oblicz wartość siły <u>reakcji podłoża</u> działającej na kulkę podczas zderzenia kulki z podłożem.

Wskazówka: możesz skorzystać z faktu, że wartość prędkości uzyskana przez kulkę tuż przed uderzeniem w podłoże wynosi $v_1 \approx 6{,}75$ m/s.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);

II. Mechanika. Zdający:
   14) interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły;
   20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości siły reakcji i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1–3.).

2 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki, łącznie z prawidłowym zapisaniem siły wypadkowej, oraz poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki łącznie z prawidłowym zapisaniem siły wypadkowej (np. jak w kroku 1.)

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Siłę reakcji podłoża $\vec{F}_R$ wyznaczymy z II zasady dynamiki, którą zapiszemy jako związek siły wypadkowej ze zmianą wektora pędu w czasie:

$$\frac{\Delta\vec{p}_{12}}{\Delta t} = \vec{F}_R + \vec{F}_g$$

Powyższe równanie wektorowe rozpiszemy na składową wzdłuż osi pionowej. Składową wektora skierowaną do góry oznaczymy z plusem, a do dołu – z minusem.

$$\frac{m\big(v_2 - (-v_1)\big)}{\Delta t} = F_R + \big(-F_g\big) \qquad \rightarrow \qquad \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} = F_R - F_g$$

Komentarz (krok 2.)

Obliczymy wartość prędkości kulki po odbiciu. Zapiszemy związek między energią mechaniczną przed odbiciem i po odbiciu kulki:

$$0{,}75 \cdot E_{przed} = E_{po}$$

$$0{,}75 \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh\right) = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{0{,}75 \cdot (2gh + v_0^2)}$$

$$v_2 = \sqrt{0{,}75 \cdot \left(2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}80\ \mathrm{m} + 3^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right)} \approx 5{,}85\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Komentarz (krok 3.)

Obliczoną wartość v_2 podstawimy do wzoru na siłę reakcji wyznaczonego z równań w kroku 1.

$$F_R = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + F_g$$

$$F_R = \frac{0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot (5{,}85 + 6{,}75)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}005\ \mathrm{s}} + 0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

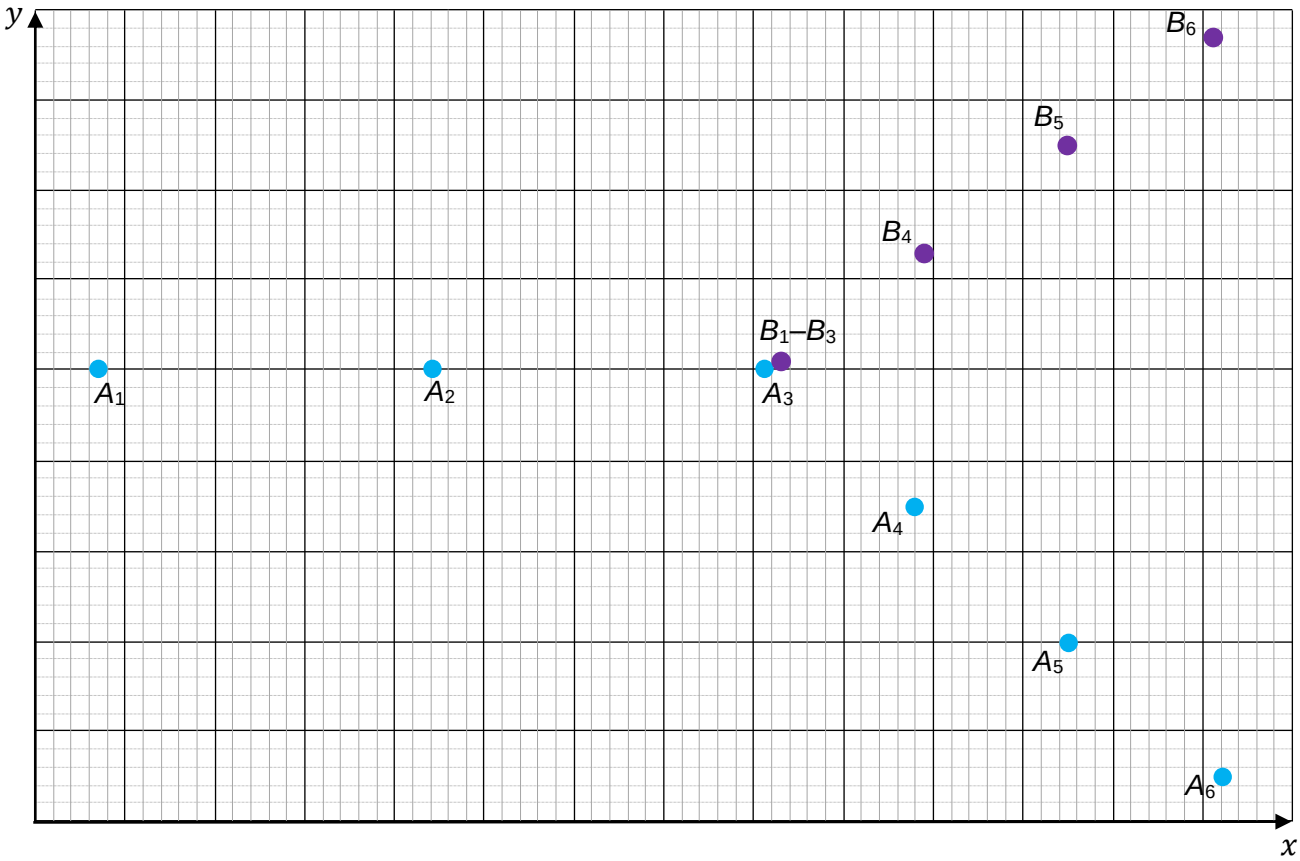
$$F_R \approx\ 630{,}0\ \mathrm{N} + 2{,}45\ \mathrm{N}\ \approx 632{,}5\ \mathrm{N}$$

Zadanie 3. Zderzenie ciał

Ciało A o masie 200 g poruszało się na poduszce powietrznej bez oporów ruchu i następnie zderzyło się z początkowo nieruchomym ciałem B. Po zderzeniu oba ciała dalej poruszały się bez oporów ruchu. Ruch ciał przed zderzeniem i po zderzeniu odbywał się w płaszczyźnie poziomej.

Opisany ruch fotografowano z góry, a zdjęcia nałożono na siebie i uzyskano poniższy diagram. Kolejne zdjęcia wykonywano w jednakowych odstępach czasu i oznaczono numerami 1–6. Położenia ciała A w chwilach 1–6 oznaczono A_1–A_6, analogiczne położenia ciała B oznaczono B_1–B_6. (Zapis na diagramie B_1–B_3 oznacza, że te położenia się pokrywały).

Przyjmij, że ruch przedstawiony na diagramie odbywa się w układzie inercjalnym w płaszczyźnie poziomej, na której narysowano układ współrzędnych (x, y).



Zadanie 3.1. (0–3)

Wykaż, że masa ciała B wynosi 250 g. Wykonaj niezbędne pomiary na diagramie, a następnie przeprowadź obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, […];
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].

II. Mechanika. Zdający:
   15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy ciała B i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu całkowitego układu, łącznie z prawidłowym wyrażeniem współrzędnych prędkości ciał A i B przed zderzeniem i po zderzeniu w umownych jednostkach (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – przyrównanie pędu ciała A przed zderzeniem do wektorowej sumy pędów ciał A i B po zderzeniu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Wykorzystamy zasadę zachowania pędu całkowitego układu: wektorowa suma pędów ciał A i B przed zderzeniem jest równa wektorowej sumie pędów ciał A i B po zderzeniu:

$$\vec{p}_{A\,przed} + \vec{p}_{B\,przed} = \vec{p}_{A\,po} + \vec{p}_{B\,po}$$

$$m_A\vec{v}_{A\,przed} + \vec{0} = m_A\vec{v}_{A\,po} + m_B\vec{v}_{B\,po}$$

To oznacza, że pęd całkowity jest zachowany w kierunku x oraz w kierunku y, z czego dalej skorzystamy.

Komentarz (krok 2.)

Ustalimy współrzędne prędkości ciał A i B wyrażone w jednostkach umownych (ju). Za jednostkę długości przyjmiemy bok najmniejszej kratki na diagramie, a za jednostkę czasu – czas upływający między kolejnymi zdjęciami. Skorzystamy z wygodnego sposobu zapisu składowych wektora we współrzędnych (pierwsza w nawiasie kwadratowym to współrzędna składowej x, druga – współrzędna składowej y):

$$\vec{v}_{A\,przed} = \left[v_{Ax\,przed};\ \ v_{Ay\,przed}\right] = [18{,}5\ \text{ju};\ \ 0\ \text{ju}]$$

$$\vec{v}_{A\,po} = \left[v_{Ax\,po};\ \ v_{Ay\,po}\right] = [8{,}5\ \text{ju};\ \ -7{,}5\ \text{ju}]$$

$$\vec{v}_{B\,po} = \left[v_{Bx\,po};\ \ v_{By\,po}\right] = [8\ \text{ju};\ \ 6\ \text{ju}]$$

Komentarz (krok 3.)

Podstawimy współrzędne prędkości do zasady zachowania pędu:

$$m_A \cdot [18{,}5\ \text{ju};\ \ 0\ \text{ju}] = m_A \cdot [8{,}5\ \text{ju};\ \ -7{,}5\ \text{ju}] + m_B \cdot [8\ \text{ju};\ \ 6\ \text{ju}]$$

Przyrównamy współrzędne x i y pędu układu przed zderzeniem i po zderzeniu:

$$\begin{cases} m_A \cdot 18{,}5 = m_A \cdot 8{,}5 + m_B \cdot 8 \\ 0 = m_A \cdot (-7{,}5) + m_B \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m_A}{m_B} = 0{,}8 \\ \dfrac{m_A}{m_B} = 0{,}8 \end{cases} \quad \rightarrow \quad m_B = \frac{0{,}2\ \text{kg}}{0{,}8} = 0{,}25\ \text{kg}$$

Zadanie 3.2. (0–3)

Ustal i zapisz, czy zderzenie było doskonale sprężyste. Powołaj się na odpowiednie prawa lub zależności fizyczne i wykonaj niezbędne obliczenia, uzasadniające twoje stwierdzenie.

Przyjmij do obliczeń masę ciała B równą 250 g.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].

II. Mechanika. Zdający:
   16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste;
   20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda, prawidłowy rezultat obliczeń oraz ustalenie i zapisanie, że zderzenie nie było sprężyste (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie i porównywanie wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem oraz całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, łącznie z prawidłową identyfikacją współrzędnych wszystkich prędkości (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – zastosowanie metody polegającej na sprawdzeniu, czy całkowita energia kinetyczna zostanie zachowana przy zderzeniu, czy też nie
LUB
– powołanie się (wystarczy opis słowny) na własność zderzenia sprężystego łącznie z identyfikacją energii mechanicznej układu jako energii kinetycznej układu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Powołamy się na własność zderzenia sprężystego.

W zderzeniu sprężystym całkowita energia mechaniczna układu po zderzeniu byłaby równa całkowitej energii mechanicznej układu przed zderzeniem. W zderzeniu, które nie jest sprężyste, całkowita energia mechaniczna układu po zderzeniu będzie mniejsza od energii przed zderzeniem. Ponieważ ruch odbywa się w płaszczyźnie poziomej, a ciała poza zderzeniem nie oddziałują, to całkowita energia mechaniczna układu jest energią kinetyczną układu.

Komentarz (krok 2.)
Zapiszemy wyrażenia na energię mechaniczną układu:

$$E_{przed} = \frac{1}{2} m_A v_{A\,przed}^2 \qquad E_{po} = \frac{1}{2} m_A v_{A\,po}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B\,po}^2$$

Do obliczenia kwadratów wartości prędkości musimy ustalić współrzędne prędkości wyrażone w jednostkach umownych ju. Za jednostkę długości przyjmiemy bok kratki na diagramie, a za jednostkę czasu – czas upływający między kolejnymi zdjęciami:

$$\vec{v}_{A\,przed} = \left[v_{Ax\,przed};\ v_{Ay\,przed}\right] = [18{,}5\ \mathrm{ju};\ 0\ \mathrm{ju}]$$
$$\vec{v}_{A\,po} = \left[v_{Ax\,po};\ v_{Ay\,po}\right] = [8{,}5\ \mathrm{ju};\ -7{,}5\ \mathrm{ju}]$$
$$\vec{v}_{B\,po} = \left[v_{Bx\,po};\ v_{By\,po}\right] = [8\ \mathrm{ju};\ 6\ \mathrm{ju}]$$

Komentarz (krok 3.)
W celu zbadania, czy energia mechaniczna układu jest zachowana, obliczymy iloraz energii po zderzeniu i przed zderzeniem (tak uniezależnimy wynik od jednostek, ponadto gdyby zderzenie miało być sprężyste, ten iloraz byłby równy 1):

$$\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 0{,}2\cdot(8{,}5^2 + 7{,}5^2)\ \mathrm{kg{\cdot}ju^2} + \frac{1}{2}\cdot 0{,}25\cdot(8^2+6^2)\ \mathrm{kg{\cdot}ju^2}}{\frac{1}{2}\cdot 0{,}2\cdot 18{,}5^2\ \ \mathrm{kg{\cdot}ju^2}} = 0{,}74$$

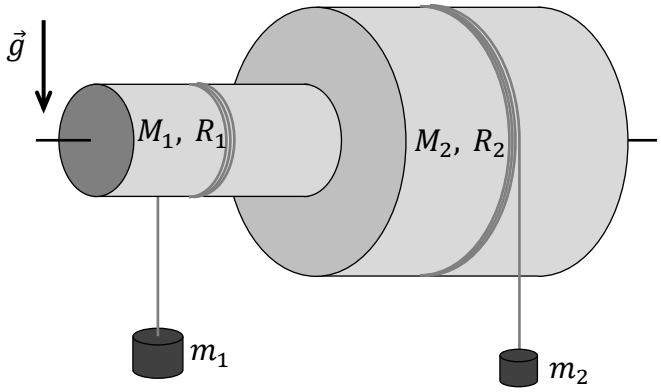
W wyniku zderzenia ciało straciło 26% energii mechanicznej. Taka rozbieżność nie może wynikać z niedokładności pomiarów z diagramu, zatem zderzenie <u>nie było sprężyste</u>.

Zadanie 4. Kołowrót

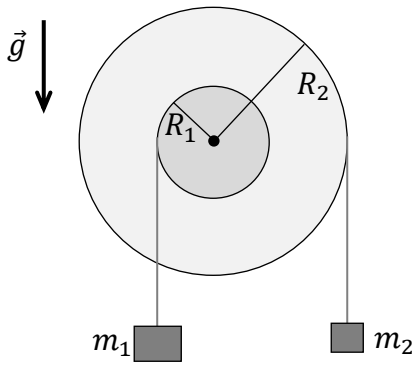
Dwa jednorodne walce połączono na sztywno tak, że tworzą one bryłę obrotową (zobacz rysunek 1. i rysunek 2.). Może się ona obracać wokół nieruchomej poziomej osi, która pokrywa się z jej osią symetrii. Na walec o promieniu R_1 = 5 cm i masie M_1 = 3 kg nawinięto sznurek, do którego końca przymocowano ciężarek o masie m_1 = 2 kg. Na walec o promieniu R_2 = 12 cm i masie M_2 = 8 kg nawinięto sznurek, do którego końca przymocowano ciężarek o masie m_2 = 1 kg. Początki obu nierozciągliwych sznurków są przytwierdzone – odpowiednio – do każdego z walców, a kierunki ich nawinięcia na oba walce są przeciwne. Sznurki nawinięto prostopadle do osi walców tak, że nie zostawiono luzów. Podczas ruchu obrotowego bryły sznurki mogą nawijać się i odwijać. Układ znajduje się w ziemskim polu grawitacyjnym, przyśpieszenie ziemskie wynosi $\vec{g}$. W chwili początkowej układ jest nieruchomy.

Opisany układ odblokowano: umożliwiono połączonym walcom obracanie się wokół nieruchomej, poziomej osi. Pomiń opory ruchu oraz masę i grubość sznurków. Moment bezwładności jednorodnego walca o masie M i promieniu R jest równy $\frac{1}{2}MR^2$.

Rysunek 1.



Rysunek 2. (widok z boku)



Zadanie 4.1. (0–1)

Ustal i zapisz, czy ciężarek o masie m_1 zacznie opadać czy się wznosić. Powołaj się na odpowiednie prawa lub zależności fizyczne i wykonaj niezbędne obliczenia, uzasadniające Twoje stwierdzenie.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:

2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi;
3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.

Zasady oceniania

1 pkt – powołanie się na porównanie momentów sił w sytuacji statycznej (lub równoważny mu warunek równowagi kołowrotu), obliczenie i porównanie momentów sił oraz poprawne stwierdzenie, że ciężarek o masie m_1 zacznie się wznosić.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Żeby stwierdzić, w którą stronę zacznie obracać się kołowrót, należy porównać momenty sił napięcia sznurków. Gdy kołowrót utrzymujemy nieruchomo (działając dodatkowym momentem siły), to siły napięcia sznurków są równe co do wartości odpowiednim siłom ciężkości ciężarków. Zatem momenty tych sił są w takiej sytuacji równe – odpowiednio –

$$T_1 = Q_1R_1 = m_1gR_1 \approx 0{,}981\ \mathrm{N{\cdot}m} \qquad T_2 = Q_2R_2 = m_2gR_2 \approx 1{,}18\ \mathrm{N{\cdot}m}$$

$$T_1 < T_2$$

Moment siły napięcia sznurka, na którym wisi ciężarek o masie m_2, jest większy. Zatem gdy zniknie moment siły równoważący układ, to ciężarek o masie m_2 zacznie opadać, a ciężarek o masie m_1 zacznie się wznosić (pomimo że jest cięższy).

Zadanie 4.2. (0–4)

Oblicz wartość przyśpieszenia ciężarka o masie m_1.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

II. Mechanika. Zdający:
   9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową […];
   11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu.

III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:
   3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką;
   4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyśpieszenia kątowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia przyśpieszenia a_1 oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–4.).

3 pkt – poprawne rozwiązanie układu równań, z którego można wyznaczyć przyśpieszenie kątowe na podstawie danych w zadaniu (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – poprawne zapisanie trzech równań ruchu, łącznie z uwzględnieniem związków między przyśpieszeniami liniowymi a przyśpieszeniem kątowym, oraz zapisanie wzoru na moment bezwładności bryły (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie trzech równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki: równania ruchu obrotowego bryły, równania ruchu postępowego ciężarka o masie m_1 oraz równania ruchu postępowego ciężarka o masie m_1 – łącznie z odróżnieniem przyśpieszeń liniowych obu ciężarków (np. jak w kroku 1.).

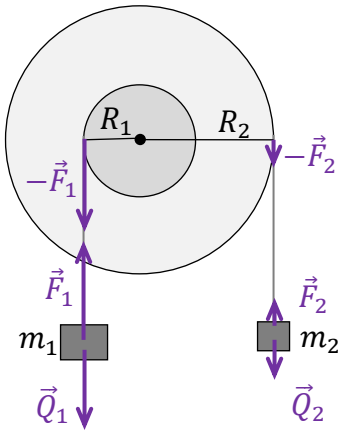
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Na walec oraz ciężarki działają sznurki siłami o wartościach F_1 i F_2. Na rysunku poniżej przedstawiono siły działające w układzie. Zgodnie z nim zapiszemy równania ruchu ciężarków oraz walca. Uwzględnimy fakt, że ciężarek m_2 opada oraz fakt, że oba ciężarki mają przeciwne przyśpieszenia:

$$\begin{cases} I\epsilon = R_2F_2 - R_1F_1 \\ m_2a_2 = Q_2 - F_2 \\ m_1a_1 = F_1 - Q_1 \end{cases}$$



Komentarz (krok 2.)
Uwzględnimy związki między przyśpieszeniem kątowym bryły połączonych walców a przyśpieszeniami liniowymi ciężarków. Ponadto zapiszemy moment bezwładności I kołowrotu jako sumę momentów bezwładności obu walców:

$$\begin{cases} a_1 = \epsilon R_1 \\ a_2 = \epsilon R_2 \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \quad \rightarrow \quad I \approx 0{,}0614 \ \ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$$

Komentarz (krok 3.)
Z powyższych równań wyznaczymy przyśpieszenie ϵ kątowe bryły obrotowej:

$$\begin{cases} I\epsilon = R_2 F_2 - R_1 F_1 \\ m_2 \epsilon R_2 = Q_2 - F_2 \\ m_1 \epsilon R_1 = F_1 - Q_1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} I\epsilon = R_2 F_2 - R_1 F_1 \\ F_2 = Q_2 - m_2 \epsilon R_2 \\ F_1 = Q_1 + m_1 \epsilon R_1 \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$I\epsilon = R_2 (Q_2 - m_2 \epsilon R_2) - R_1 (Q_1 + m_1 \epsilon R_1)$$

$$I\epsilon = R_2 m_2 g - m_2 \epsilon R_2^2 - R_1 m_1 g - m_1 \epsilon R_1^2$$

$$\epsilon = \frac{g(R_2 m_2 - R_1 m_1)}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

Komentarz (krok 4.)
Obliczamy a_1:

$$a_1 = \epsilon R_1 = \frac{g R_1 (R_2 m_2 - R_1 m_1)}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

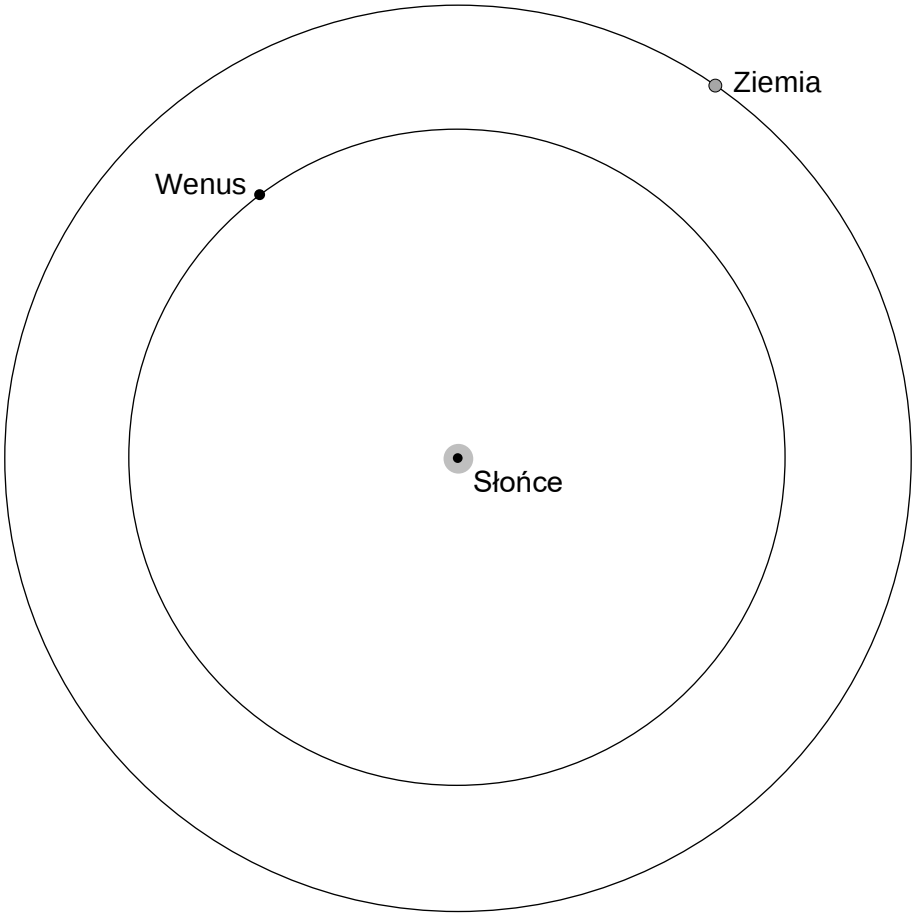
$$a_1 \approx \frac{9{,}81 \cdot 0{,}05 \cdot (0{,}12 \cdot 1 - 0{,}05 \cdot 2)}{0{,}0614 + 0{,}12^2 \cdot 1 + 0{,}05^2 \cdot 2} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx \ 0{,}12 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

GRAWITACJA I ELEMENTY ASTRONOMII

Zadanie 5. Wenus i Ziemia

Wenus i Ziemia obiegają Słońce po orbitach, które z dobrym przybliżeniem możemy uznać za kołowe. Na poniższym rysunku przedstawiono położenie względne orbit obu planet z zachowaniem skali pomiędzy rozmiarami tych orbit. Przyjmij do obliczeń, że okres obiegu Ziemi dookoła Słońca wynosi T_Z = 1 rok, a każda z planet oddziałuje tylko ze Słońcem.

Niektóre dane liczbowe są zawarte w proporcjach geometrycznych na rysunku. W celu rozwiązania zadań 5.1.–5.3. wykonaj odpowiednie pomiary linijką – z dokładnością do 1 mm.



Zadanie 5.1. (0–2)

Oblicz okres obiegu Wenus dookoła Słońca. Wynik podaj w latach ziemskich w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […];
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia okresu orbitalnego Wenus i prawidłowy wynik liczbowy podany w latach ziemskich.

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera oraz wykonanie prawidłowych pomiarów linijką, pozwalających na określenie stosunku promieni orbity Wenus i Ziemi (lub odwrotnie).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Promień orbity okołosłonecznej Ziemi i Wenus oznaczymy odpowiednio r_Z oraz r_W. Zastosujemy III prawo Keplera:

$$\frac{T_Z^2}{r_Z^3} = \frac{T_W^2}{r_W^3} \quad \rightarrow \quad T_W = \sqrt{\left(\frac{r_W}{r_Z}\right)^3} \cdot T_Z \quad \rightarrow \quad T_W = \sqrt{\left(\frac{r_W}{r_Z}\right)^3} \cdot 1\ \text{rok}$$

Komentarz

Do obliczenia okresu orbitalnego Wenus potrzebujemy znać stosunek promieni orbitalnych. Ponieważ rysunek wykonany jest z zachowaniem skali pomiędzy rozmiarami orbit, to stosunki promieni orbit w rzeczywistości i na rysunku są w przybliżeniu równe (i takie jak stosunki średnic). Wyniki pomiaru linijką średnic okręgów odczytamy z dokładnością do 1 mm.

$$\frac{r_W}{r_Z} \approx \frac{r_{Wrys}}{r_{Zrys}} \qquad d_{Wrys} \approx 8{,}7\ \text{cm} \qquad d_{Zrys} \approx 12\ \text{cm} \qquad \rightarrow \qquad \frac{r_W}{r_Z} \approx \frac{4{,}35\ \text{cm}}{6{,}0\ \text{cm}} \approx 0{,}725$$

Wykonujemy obliczenia:

$$T_W \approx \sqrt{\left(\frac{4{,}35}{6{,}0}\right)^3} \cdot 1\ \text{rok} \approx 0{,}617\ \text{roku} \approx 0{,}62\ \text{roku}$$

Zadanie 5.2. (0–2)

Wartość prędkości liniowej Ziemi w ruchu orbitalnym względem Słońca wynosi ok. 30 km/s.

Oblicz wartość prędkości liniowej Wenus w ruchu orbitalnym względem Słońca.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […];
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości Wenus i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – zapisanie siły grawitacji jako siły dośrodkowej (albo wykorzystanie wzoru na prędkość orbitalną) oraz wykorzystanie prawidłowych pomiarów linijką, pozwalających na określenie stosunku promieni orbity Wenus i Ziemi

LUB

– wyprowadzenie zależności $\frac{v_{orW}}{v_{orZ}} = \sqrt{\frac{r_Z}{r_W}}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz Wyprowadzimy wzór na prędkość orbitalną. Siła grawitacji działająca na planetę (poruszającą się po orbicie o promieniu *r*) od Słońca pełni funkcję siły dośrodkowej, a zatem:

$$\frac{mv_{or}^2}{r} = \frac{GM_S m}{r^2} \quad \rightarrow \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{orW}}{v_{orZ}} = \sqrt{\frac{r_Z}{r_W}}$$

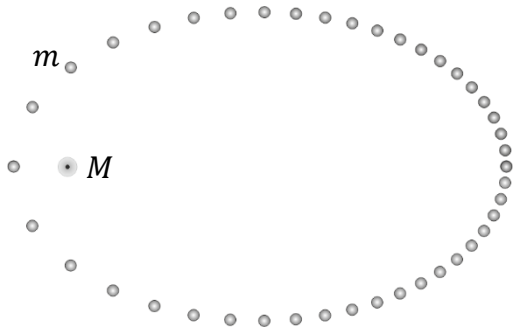
Skoro na rysunku zachowano skalę rozmiarów orbit, otrzymujemy:

$$\frac{r_Z}{r_W} \approx \frac{r_{Zrys}}{r_{Wrys}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{orW}}{30\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}} \approx \sqrt{\frac{6{,}0}{4{,}35}} \quad \rightarrow \quad v_{orW} \approx 35\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 6. Ruch po orbicie eliptycznej (0–2)

Ciało niebieskie o masie m krąży po wydłużonej orbicie eliptycznej dookoła innego ciała niebieskiego o masie M. Środek masy układu przypada praktycznie w środku M. Ten ruch zilustrowano na rysunku: przedstawiono położenia ciała w kolejnych chwilach, między którymi upływał ustalony odstęp czasu. Na jednym spośród rysunków 1.–4. prawidłowo zilustrowano opisany ruch.

Rysunek 1.



Rysunek 2.

Rysunek 3.

Rysunek 4.

Dokończ zdanie. Wpisz właściwą odpowiedź oraz ją uzasadnij, odwołując się do odpowiednich praw lub zasad.

Ruch po orbicie eliptycznej prawidłowo zilustrowano rysunkiem nr ..... .

Uzasadnienie:

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wpisanie odpowiedzi oraz poprawne jej uzasadnienie odwołujące się do relacji między wielkościami wynikającymi z II zasady dynamiki lub prawa pól Keplera, lub zasady zachowania momentu pędu, lub zasady zachowania energii.

1 pkt – poprawne wpisanie odpowiedzi oraz brak uzasadniania albo uzasadnienie niepełne.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązania

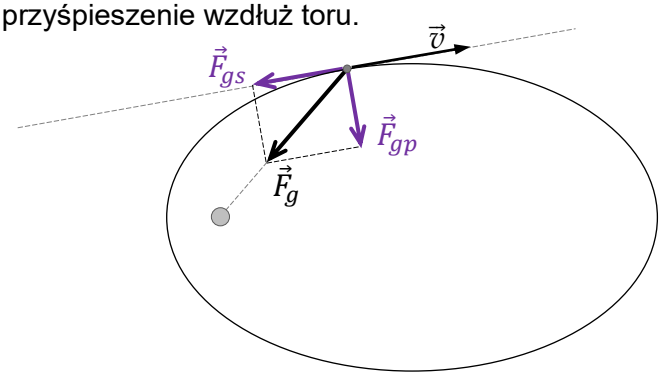
Ruch po orbicie eliptycznej prawidłowo zilustrowano rysunkiem nr **1**.

Uzasadnienie:

Sposób 1. (Zastosowanie drugiej zasady dynamiki)

Komentarz

Porównamy zwroty wektorów: $\vec{v}$ – prędkości ciała i $\vec{F}_{gs}$ – stycznej składowej siły grawitacji, gdy ciało <u>oddala się</u> od masy M (zobacz rysunek). Składowa grawitacji prostopadła do składowej stycznej, nie wpływa na przyśpieszenie wzdłuż toru.



Zauważmy, że poza punktami na orbicie leżącymi najbliżej i najdalej od gwiazdy (perycentrum i apocentrum) siła grawitacji $\vec{F}_g$ działająca na ciało o masie m ma składową $\vec{F}_{gs}$ styczną do elipsy oraz składową $\vec{F}_{gp}$ prostopadłą do stycznej. Gdy ciało oddala się od masy M, to $\vec{F}_{gs}$ <u>ma przeciwny</u> zwrot do wektora $\vec{v}$ prędkości ciała poruszającego się po orbicie eliptycznej.

Wykorzystamy drugą zasadę dynamiki.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, w takiej sytuacji ciało ma przyśpieszenie (opóźnienie) w kierunku stycznym przeciwne do zwrotu prędkości. Zatem wartość prędkości od perycentrum do apocentrum maleje (położenia ciała na rysunku 1. są coraz gęściej).

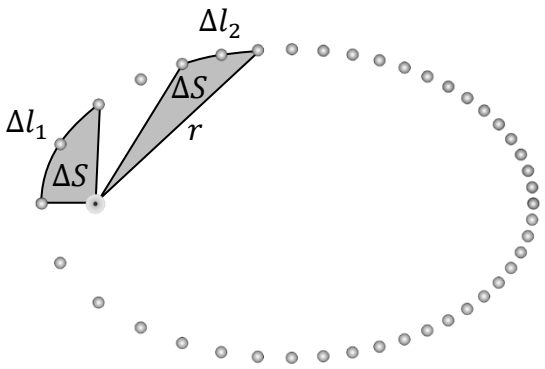
Analogicznie opiszemy sytuację, gdy ciało zbliża się do masy M.

Gdy ciało porusza się od apocentrum do perycentrum (czyli zbliża do M), to styczna do elipsy składowa siły grawitacji ma ten sam zwrot co wektor prędkości ciała – a zatem prędkość ciała rośnie (położenia ciała na rysunku 1. są coraz rzadziej).

Sposób 2. (Zastosowanie prawa pól Keplera)

Komentarz
Zastosujemy II prawo Keplera (prawo pól).

Zgodnie z II prawem Keplera promień wodzący r, łączący ciało ze środkiem masy centralnej M, zakreśla w jednakowych odstępach czasu Δt powierzchnie o równych polach ΔS (zobacz rysunek poniżej).



Gdy r rośnie, to z równości pól wynika, że ciało zakreśla wzdłuż orbity eliptycznej w jednakowych odstępach czasu coraz mniejsze łuki: $\Delta l_1 > \Delta l_2$. Jeśli więc droga przebyta w jednakowych odstępach czasu maleje, to znaczy, że wartość prędkości ciała maleje.

Analogicznie można udowodnić, że wartość prędkości rośnie, gdy r maleje.

Sposób 3. (Zastosowanie zasady zachowania energii)

Komentarz
Wykorzystamy zasadę zachowania energii mechanicznej w ruchu ciała jedynie pod wpływem siły grawitacji. W tym celu przeanalizujemy wzór na energię mechaniczną:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = \text{const}$$

Gdy ciało oddala się od centrum grawitacyjnego (masy M), to energia potencjalna rośnie (rośnie w zakresie wartości ujemnych). Ponieważ energia mechaniczna musi być zachowana, to przy wzroście energii potencjalnej maleje energia kinetyczna. To z kolei oznacza, że maleje wartość prędkości ciała. Analogicznie dowodzimy wzrostu prędkości, gdy ciało zbliża się do masy M.

Zadanie 7. Ruch Eris dookoła Słońca

Planeta karłowata Eris obiega Słońce po orbicie eliptycznej w czasie około 557 lat ziemskich. Prędkość planety w peryhelium ma wartość v_P = 5,81 km/s, natomiast prędkość planety w aphelium ma wartość v_A = 2,25 km/s. Wektory prędkości planety w aphelium i peryhelium są prostopadłe do promienia wodzącego – łączącego planetę ze Słońcem.

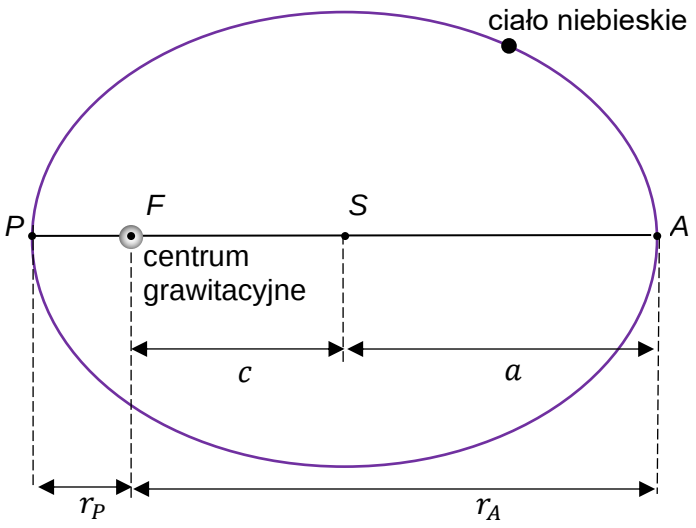
Wiadomo, że III prawo Keplera – zastosowane do orbit eliptycznych – ma postać:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const}$$

gdzie a jest długością półosi wielkiej elipsy (patrz opis elipsy poniżej).

Informacja do zadań 7.1.– 7.3.

Na rysunku poniżej przedstawiono orbitę eliptyczną ruchu ciała niebieskiego dookoła centrum grawitacyjnego oraz oznaczono i opisano niektóre charakterystyczne punkty i odcinki opisujące geometrię takiej orbity.



F – jedno z ognisk elipsy.

S – środek elipsy.

P – punkt orbity leżący najbliżej centrum grawitacyjnego.

A – punkt orbity leżący najdalej od centrum grawitacyjnego.

SP lub *SA* – wielka półoś elipsy.

Relacje między długościami odcinków:

$$r_A + r_P = 2a \qquad r_A - r_P = 2c$$

Kształt orbity eliptycznej opisuje m.in. mimośród orbity, który jest zdefiniowany jako:

$$e = \frac{c}{a}$$

Zadanie 7.1. (0–3)

Oblicz mimośród orbity Eris. Wykorzystaj podane informacje o elipsie oraz odpowiednie zależności lub zasady fizyczne. Wynik podaj w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych;
   18) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:
   6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […];
   7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.
IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia mimośrodu oraz prawidłowy wynik liczbowy (np. jak w krokach 1.–3.).
2 pkt – poprawne wyrażenie wzoru na mimośród za pomocą prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
1 pkt – zapisanie równania zasady zachowania momentu pędu łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi (np. jak w pierwszym wzorze w kroku 2.).
LUB
– częściowe wyprowadzenie wzoru na mimośród, tzn. zapisanie go za pomocą odległości (np. jak w kroku 1.).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Zapiszemy wzór na mimośród. Skorzystamy z dwóch ostatnich informacji w zadaniu. Wynik wyrazimy za pomocą stosunku odległości:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{r_A - r_P}{2}}{\frac{r_A + r_P}{2}} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}}$$

Komentarz (krok 2.)
Powyższy wzór wyrazimy za pomocą prędkości. Skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego poruszającego się pod działaniem siły centralnej. Przyrównamy momenty pędu w peryhelium i aphelium: $L_P = L_A$, zatem:

$$mv_P r_P = mv_A r_A \qquad \rightarrow \qquad \frac{r_P}{r_A} = \frac{v_A}{v_P}$$

Wyrazimy wzór na mimośród za pomocą stosunku prędkości:

$$e = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}} = \frac{1 - \frac{v_A}{v_P}}{1 + \frac{v_A}{v_P}}$$

Komentarz (krok 3.)
Obliczymy mimośród orbity:

$$e = \frac{1 - \frac{2{,}25}{5{,}81}}{1 + \frac{2{,}25}{5{,}81}} \approx \frac{1 - 0{,}387}{1 + 0{,}387} \approx 0{,}44$$

Zadanie 7.2. (0–2)

Oblicz długość półosi wielkiej a orbity eliptycznej Eris. Wykorzystaj podaną w treści zadania informację o III prawie Keplera dla orbity eliptycznej. Wynik podaj w jednostkach astronomicznych w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących.

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
  16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych;
  18) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
  20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
  5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia półosi wielkiej oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z odpowiednią dokładnością i jednostką.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z III prawa Keplera łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi – dla planety Eris i dla Ziemi.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zastosujemy III prawo Keplera dla orbity eliptycznej Eris i dla orbity kołowej Ziemi. Półoś wielką orbity Eris oznaczymy a_E, a promień orbity Ziemi oznaczymy a_Z. Analogicznie oznaczymy okresy obiegu planet dookoła Słońca. Zapiszemy równanie III prawa Keplera:

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3}$$

Skorzystamy ze znanych parametrów ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

$$T_Z = 1\ \text{rok} \quad a_Z = 1\ \text{au}$$

$$\frac{557^2\ \text{lat}^2}{a_E^3} = \frac{1^2\ \text{rok}^2}{1^3\ \text{au}^3} \qquad \rightarrow \qquad a_E \approx 67{,}7\ \text{au}$$

Zadanie 7.3. (0–3)

Wyprowadź poniższe wzory, pozwalające wyznaczyć wartości prędkości planety w punktach peryhelium i aphelium za pomocą parametrów orbity eliptycznej, masy Słońca M i stałej grawitacji G:

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \qquad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   18) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:
   7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego; […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzorów i prawidłowa postać wzorów na prędkość planety w peryhelium i aphelium (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – zapisanie zasad zachowania z prawidłowym użyciem wzorów na energie kinetyczne, potencjalne, momenty pędu, łącznie z prawidłowym oznaczeniem wielkości (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania momentu pędu i zasady zachowania energii mechanicznej w ruchu orbitalnym planety (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Wykorzystamy zasadę zachowania momentu pędu oraz zasadę zachowania energii mechanicznej. Moment pędu $\vec{L}$ planety względem centrum grawitacyjnego nie zmienia się podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą centralną. Energia mechaniczna E planety jest stała podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą zachowawczą. Przyrównamy obie wielkości do siebie w punkcie peryhelium *P* i punkcie aphelium *A*:

$$\begin{cases} L_P = L_A \\ E_P = E_A \end{cases}$$

Komentarz (krok 2.)

Wykorzystamy wzory na moment pędu oraz energię mechaniczną w punktach *P* i *A*:

$$\begin{cases} mv_P r_P = mv_A r_A \\ \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GMm}{r_P} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} \end{cases}$$

Komentarz (krok 3.)

Z powyższego układu równań wyznaczymy prędkości w funkcji parametrów orbity i masy Słońca:

$$\begin{cases} v_P = v_A \dfrac{r_A}{r_P} \\ \dfrac{1}{2}v_P^2 - \dfrac{GM}{r_P} = \dfrac{1}{2}v_A^2 - \dfrac{GM}{r_A} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\left(v_A \cdot \frac{r_A}{r_P}\right)^2 - \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{GM}{r_P} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\left(\frac{r_A^2}{r_P^2} - 1\right) = GM\left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\left(\frac{r_A^2 - r_P^2}{r_P^2}\right) = GM\left(\frac{r_A - r_P}{r_A r_P}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\frac{(r_A - r_P)(r_A + r_P)}{r_P} = GM\left(\frac{r_A - r_P}{r_A}\right)$$

$$v_A^2\frac{(r_A + r_P)}{2r_P} = \frac{GM}{r_A} \quad \xrightarrow{a = \frac{r_A + r_P}{2}} \quad v_A^2\frac{a}{r_P} = \frac{GM}{r_A}$$

$$v_A^2 = \frac{GM}{a}\frac{r_P}{r_A} \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

$$v_P = v_A \cdot \frac{r_A}{r_P} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{r_P}{r_A}} \cdot \frac{r_A}{r_P} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}}$$

Spostrzeżenie

Zauważmy, że gdy orbita eliptyczna zbliża się kształtem do okręgu, to wtedy wszystkie trzy długości: a, r_P, r_A stają się równe promieniowi r okręgu, a wyprowadzone wzory na prędkości w perycentrum i apocentrum przechodzą we wzór na prędkość orbitalną (zob. wyprowadzenie tego wzoru w zadaniu 5.2.):

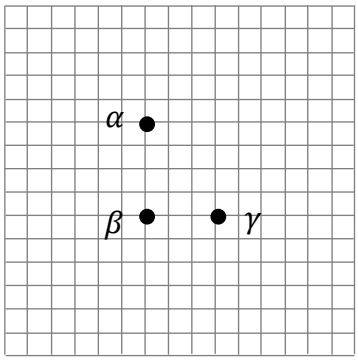
$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}} \quad \xrightarrow{r_A \to r \quad r_P \to r \quad a \to r} \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \quad \xrightarrow{r_A \to r \quad r_P \to r \quad a \to r} \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Zadanie 8. Rozszerzanie się Wszechświata

Załóżmy, że na poniższym rysunku przedstawiono w pewnej skali położenie względem siebie trzech galaktyk α, β, γ. Odległości między tymi galaktykami są rzędu dziesiątek megaparseków.

Na płaszczyźnie rysunku naniesiono siatkę ukazującą stosunki względnych odległości między galaktykami. Długość boku kratki odpowiada umownej jednostce odległości. Przyjmij, że prędkości względne tych galaktyk wynikają jedynie z rozszerzania się Wszechświata.



Zadanie 8.1. (0–2)

Oblicz stosunek wartości prędkości względnej $v_{\alpha\beta}$ galaktyk α i β do prędkości względnej $v_{\beta\gamma}$ galaktyk β i γ.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
- 9) […] posługuje się pojęciami jednostki astronomicznej, roku świetlnego i parseka;
- 10) opisuje Wielki Wybuch jako początek znanego nam Wszechświata; zna przybliżony wiek Wszechświata, opisuje rozszerzanie się Wszechświata (ucieczkę galaktyk); stosuje do obliczeń prawo Hubble'a.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zastosowanie prawa Hubble'a do wyrażenia prędkości względnych, prawidłowa identyfikacja wielkości z danymi oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – poprawne zastosowanie prawa Hubble'a.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zastosujemy prawo Hubble'a – prędkość względna v między oddalającymi się galaktykami (związana z rozszerzaniem się Wszechświata) jest proporcjonalna do odległości d między nimi:

$$v = Hd$$

Wielkość H jest stałą Hubble'a. Zatem stosunek prędkości względnych będzie równy stosunkowi odległości między galaktykami wyrażonymi w umownych jednostkach:

$$\frac{v_{\alpha\beta}}{v_{\beta\gamma}} = \frac{H \cdot d_{\alpha\beta}}{H \cdot d_{\beta\gamma}} = \frac{4}{3}$$

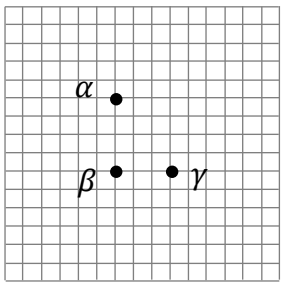
Zadanie 8.2. (0–1)

Po pewnym bardzo długim czasie (np. rzędu setek milionów lat), w wyniku rozszerzania się Wszechświata, względne położenia galaktyk α, β, γ się zmienią.

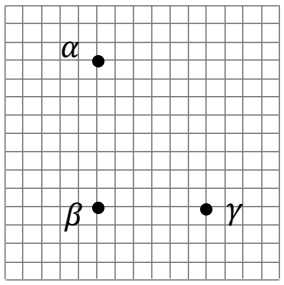
Na którym rysunku prawidłowo przedstawiono możliwe położenia galaktyk po bardzo długim czasie? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku kratki na rysunkach A–D odpowiada tej samej umownej jednostce długości, co na rysunku we wstępie do zadania.

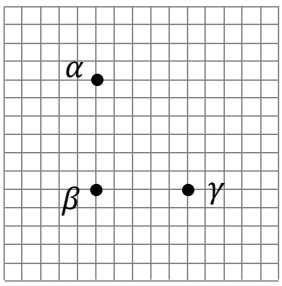
A.



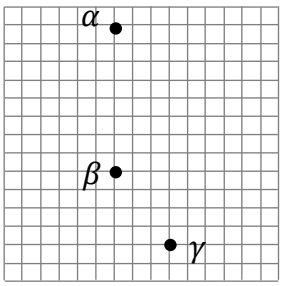
B.



C.



D.



Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymaganie szczegółowe

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:

10) opisuje Wielki Wybuch jako początek znanego nam Wszechświata; zna przybliżony wiek Wszechświata, opisuje rozszerzanie się Wszechświata (ucieczkę galaktyk); stosuje do obliczeń prawo Hubble'a.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

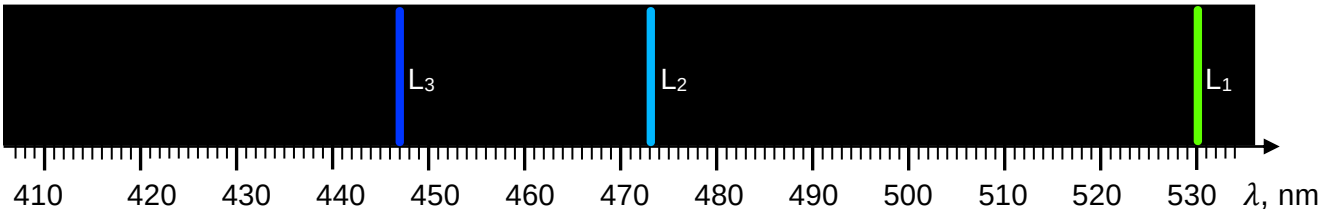
Rozwiązanie

B

Zadanie 9. Przesunięcie widma ku czerwieni

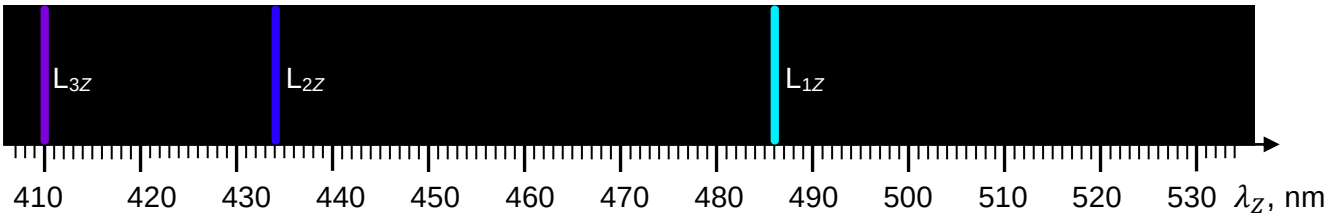
W pewnym miejscu w przestrzeni kosmicznej źródło wyemitowało promieniowanie elektromagnetyczne. Fragment widma tego promieniowania, zarejestrowanego przez detektor w innym miejscu Wszechświata, został przedstawiony na rysunku 1. Przyjmij, że między źródłem a detektorem promieniowanie z niczym nie oddziaływało.

Rysunek 1.



Naukowcy przypuszczają, że zarejestrowane promieniowanie jest emitowane przez wzbudzone atomy wodoru. Fragment widma promieniowania wodoru, zarejestrowanego w układzie odniesienia, w którym próbka wodoru spoczywa, jest przedstawiony na rysunku 2. Długości fal linii widmowych na rysunku 1. są wprost proporcjonalne do tych na rysunku 2. Odpowiadające sobie linie widmowe oznaczono: L_1 i L_{1Z}; L_2 i L_{2Z}; L_3 i L_{3Z}.

Rysunek 2.



Informacja do zadań 9.1.– 9.3.

Gdy źródło *Z* fali elektromagnetycznej porusza się względem obserwatora *O* (detektora) wzdłuż prostej *OZ* z prędkością o wartości v, to występuje efekt Dopplera. Częstotliwość f, jaką odbiera obserwator (detektor), jest dana dokładnym wzorem:

$$f = f_Z\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} \quad \text{(źródło się zbliża)} \qquad f = f_Z\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} \quad \text{(źródło się oddala)}$$

gdzie f_Z jest częstotliwością emitowanego promieniowania w układzie spoczynkowym źródła, a c jest prędkością światła. Powyższe wzory są słuszne dla dowolnej $v < c$.

Zadanie 9.1. (0–1)

Na podstawie danych przedstawionych na rysunkach 1. i 2. wykaż, że źródło promieniowania oddala się od detektora. Powołaj się na odpowiednie prawa lub zależności fizyczne i określ niezbędne relacje, uzasadniające twoje stwierdzenie.

Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

X. Fale i optyka. Zdający:
   13) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska;
   14) rozróżnia fale poprzeczne i podłużne; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane.

Zasady oceniania

1 pkt – stwierdzenie, że $\frac{\lambda}{\lambda_Z} > 1$ albo $\frac{f}{f_Z} < 1$ oraz <u>odwołanie się do wzorów Dopplera</u> (dla częstotliwości lub długości fali).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Analizujemy dane na rysunkach. Długości fal odpowiadające liniom widmowym na rysunku 1. są wprost proporcjonalne do długości fal na rysunku 2., a współczynnik proporcjonalności wynosi około 1,09. Dla każdej pary linii zachodzi:

$$\frac{\lambda}{\lambda_Z} > 1$$

Z tej relacji oraz ze związku $c = \lambda f$ wynika, że:

$$\frac{f}{f_Z} < 1$$

Zatem częstotliwość promieniowania zarejestrowanego od ruchomego źródła jest mniejsza od częstotliwości promieniowania w układzie spoczynkowym źródła. Zgodnie ze wzorami Dopplera, to oznacza, że źródło fali <u>się oddala</u>.

Zadanie 9.2. (0–3)

Oblicz prędkość oddalania się źródła promieniowania od obserwatora (detektora).

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;

16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

X. Fale i optyka. Zdający:

13) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości oddalania źródła oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – wyprowadzenie wzoru Dopplera z długościami fal oraz prawidłowe podstawienie odpowiednich długości fal

LUB

– wyznaczenie prędkości oddalania się źródła w funkcji długości fal (np. jak w kroku 2.).

1 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru Dopplera z długościami fal dla oddalającego się źródła, tzn.: zastosowanie podanego wzoru Dopplera z częstotliwościami łącznie z zastosowaniem związku falowego $c = \lambda f$ (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zastosujemy wzór na efekt Dopplera dla światła, gdy źródło fali się oddala. W tym celu przekształcimy podany wzór z częstotliwościami na wzór z długościami fal. Skorzystamy ze związku między długością fali i jej częstotliwością a prędkością:

$$c = \lambda f \quad c = \lambda_Z f_Z \quad f = f_Z \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \quad \rightarrow \quad \lambda = \lambda_Z \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Komentarz (krok 2.)
Z powyższego wzoru wyznaczymy prędkość v oddalania się źródła w funkcji długości emitowanej i rejestrowanej fali:

$$\lambda^2 = \lambda_Z^2\left(\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}\right) \quad \rightarrow \quad \lambda^2 - \lambda^2\frac{v}{c} = \lambda_Z^2 + \lambda_Z^2\frac{v}{c} \quad \rightarrow$$

$$v = c\frac{\lambda^2 - \lambda_Z^2}{\lambda^2 + \lambda_Z^2}$$

Do obliczenia v z powyższego wzoru wykorzystamy długość fali promieniowania w układzie źródła (z rysunku 2.) i rejestrowanego przez detektor (rysunek 1.). Do obliczeń możemy wykorzystać dowolną parę linii widmowych.

Komentarz (krok 3.)
Odczytujemy dane z rysunku i podstawiamy do wyprowadzonego wzoru:

Sposób 1.
Obliczenia dla linii L_1 i L_{1Z}:

$\lambda_1 = 530\ \mathrm{nm} \quad \lambda_{1Z} = 486\ \mathrm{nm}$

$$v = 3\cdot 10^8\,\frac{530^2 - 486^2}{530^2 + 486^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}59\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}6\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2.
Obliczenia dla linii L_2 i L_{2Z}:

$\lambda_2 = 473\ \mathrm{nm} \quad \lambda_{2Z} = 434\ \mathrm{nm}$

$$v = 3\cdot 10^8\,\frac{473^2 - 434^2}{473^2 + 434^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}58\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}6\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3.
Obliczenia dla linii L_3 i L_{3Z}:

$\lambda_3 = 447\ \mathrm{nm} \quad \lambda_{3Z} = 410\ \mathrm{nm}$

$$v = 3\cdot 10^8\,\frac{447^2 - 410^2}{447^2 + 410^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}59\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}6\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 9.3. (0–2)

Na podstawie wyników pewnej obserwacji – podobnej do tej opisanej w informacji wstępnej do zadania 9. – naukowcy obliczyli, że inne badane źródło promieniowania oddala się od obserwatora z prędkością około 26 000 km/s. Przyjmij, że w tym przypadku ruch względny źródła i detektora wynika tylko z rozszerzania się Wszechświata.

Oszacuj odległość między źródłem tego promieniowania a detektorem.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
   10) opisuje Wielki Wybuch jako początek znanego nam Wszechświata; zna przybliżony wiek Wszechświata, opisuje rozszerzanie się Wszechświata (ucieczkę galaktyk); stosuje do obliczeń prawo Hubble'a.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia odległości oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 pkt – poprawne zastosowanie prawa Hubble'a, łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi oraz stałymi.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Do obliczenia odległości d, pomiędzy źródłem a detektorem, zastosujemy prawo Hubble'a:

$$v = Hd \quad \rightarrow \quad d = \frac{v}{H}$$

gdzie H jest stałą Hubble'a odczytaną z tablic, a v jest prędkością względną źródła i detektora:

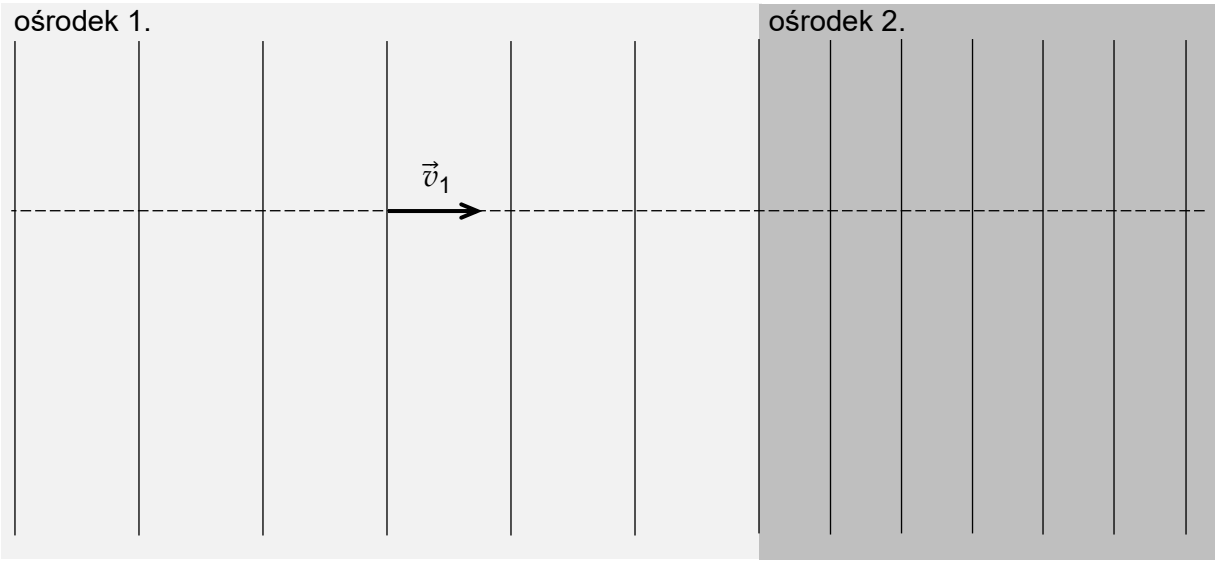
$$d \approx \frac{26 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}}{70 \ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s \cdot Mpc}}} \approx 370 \ \mathrm{Mpc}$$

DRGANIA, FALE I OPTYKA

Zadanie 10. Fala płaska

Fala dźwiękowa płaska przechodzi przez nieruchomą granicę ośrodków 1. i 2. w sposób przedstawiony na rysunku 1. poniżej. Powierzchnie falowe – oznaczone liniami pionowymi – są równoległe do granicy ośrodków, zatem prędkość fali $\vec{v}_1$ jest prostopadła do tej granicy. Na rysunku 1. zachowano skalę odległości między powierzchniami falowymi w wybranej chwili ruchu fali w obu ośrodkach.

Rysunek 1.



Zadanie 10.1. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Natężenie fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równe natężeniu fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**
2.	Długość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa długości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**
3.	Częstotliwość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa częstotliwości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

X. Fale i optyka. Zdający:
   2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) […];
   5) opisuje zjawiska jednoczesnego odbicia i załamania światła na granicy dwóch ośrodków różniących się prędkością rozchodzenia się światła; […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FFP

Zadanie 10.2. (0–2)

Prędkość fali w ośrodku 1. ma wartość v_1 = 3 250 m/s.

Oblicz wartość v_2 prędkości fali w ośrodku 2. Wynik podaj w m/s w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Niektóre dane liczbowe są zawarte w proporcjach geometrycznych na rysunku 1. W celu rozwiązania zadania wykonaj odpowiednie pomiary linijką – z dokładnością do 1 mm.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].

X. Fale i optyka. Zdający:
   1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;
   6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; […].

VIII [szkoła podstawowa]. Ruch drgający i fale. Zdający:
   4) […] posługuje się pojęciem prędkości rozchodzenia się fali;
   5) posługuje się pojęciami […] częstotliwości i długości fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości fali: wyprowadzenie zależności $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, wyznaczenie wartości liczbowej stosunku długości fal oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: 1 900 m/s lub 1 800 m/s (w zależności od wyniku pomiarów linijką).

1 pkt – wykorzystanie związku między $v = \lambda f$, łącznie z identyfikacją długości fali jako odległości między powierzchniami stałej fazy (falowymi) i stwierdzeniem, że częstotliwość się nie zmienia

LUB

– wyprowadzenie zależności $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zapiszemy stosunek wartości prędkości i wykorzystamy związek między prędkością fali a jej długością oraz częstotliwością. Kluczowy będzie fakt, że częstotliwość fali przy przejściu przez granicę ośrodków <u>się nie zmienia</u>:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{f_2\lambda_2}{f_1\lambda_1} \qquad f_1 = f_2 \qquad \rightarrow$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Komentarz

Długość fali jest równa odległości pomiędzy jej powierzchniami stałej fazy (powierzchniami falowymi). Ponieważ rysunek wykonano z zachowaniem skali, to stosunki długości fal w rzeczywistości i na rysunku są (w przybliżeniu) równe. Wyniki pomiaru linijką odczytamy z dokładnością do 1 mm. Dokładniejszy wynik pomiaru długości fali na rysunku otrzymamy, gdy zmierzymy odcinki równe 5 długościom fali.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx \frac{\lambda_{2rys}}{\lambda_{1rys}} = \frac{5\lambda_{2rys}}{5\lambda_{1rys}}$$

$$5\lambda_{2rys} \approx 4{,}7\ \mathrm{cm} \qquad 5\lambda_{1rys} \approx 8{,}2\ \mathrm{cm} \qquad \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx \frac{4{,}7\ \mathrm{cm}}{8{,}2\ \mathrm{cm}} \approx 0{,}573$$

Obliczamy prędkość fali w ośrodku 2.:

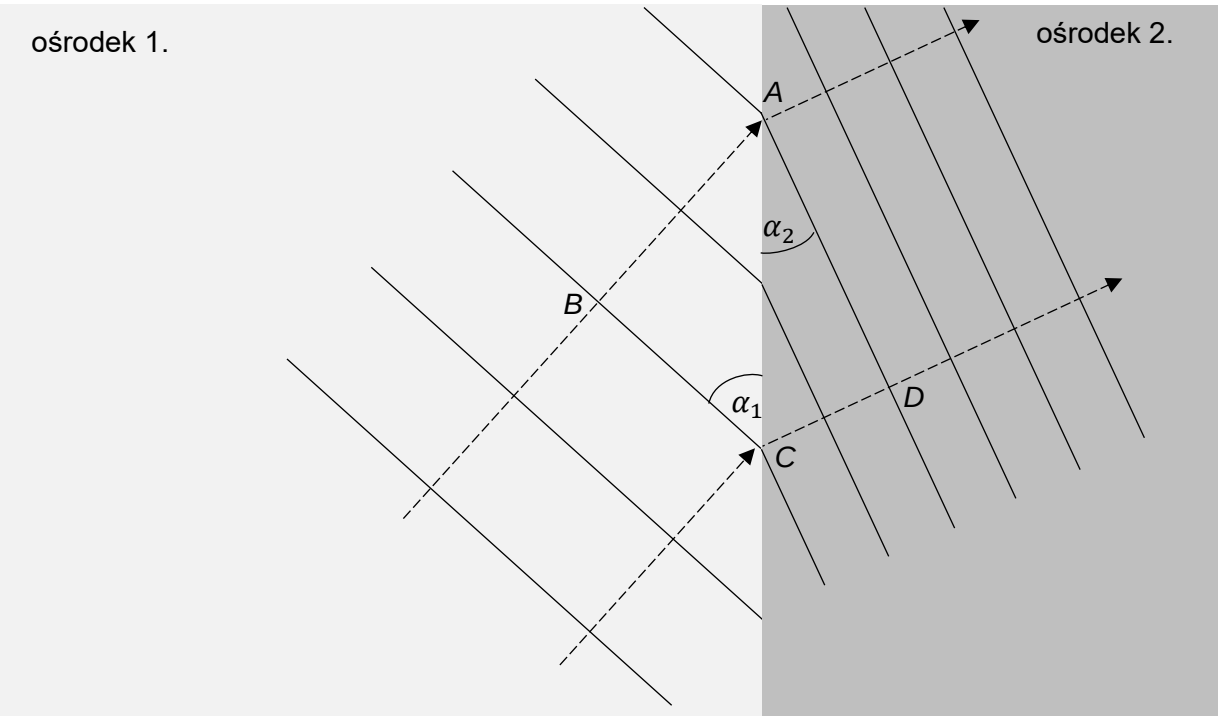
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 0{,}573 \qquad \rightarrow$$

$$v_2 = 0{,}573 \cdot 3\,250\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 1860\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 10.3. (0–3)

Fala płaska pada na granicę ośrodków 1. i 2., ale tym razem w sposób przedstawiony na rysunku 2. Powierzchnie falowe – oznaczone liniami ciągłymi – są nachylone do granicy ośrodków pod kątem α_1 w ośrodku 1. i pod kątem α_2 w ośrodku 2.

Rysunek 2.



Na rysunku 2. oznaczono linią przerywaną kierunek biegu fali przez oba ośrodki. Wartości prędkości fali w obu ośrodkach wynoszą odpowiednio v_1 i v_2. Prawo załamania fali na granicy tych ośrodków opisano wzorem wyrażającym prawo Snelliusa:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Wyprowadź powyższy wzór. Wykorzystaj obraz powierzchni falowych przedstawiony na rysunku 2., związki między parametrami fali oraz zależności matematyczne.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

X. Fale i optyka. Zdający:
   1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;
   6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne wykazanie żądanej zależności: wykazanie, że stosunek sinusów i stosunek prędkości są sobie równe lub równe odpowiedniemu stosunkowi długości fal.

2 pkt – doprowadzenie do wyrażenia stosunku sinusów jako ilorazu długości fal (np. jak w krokach 1.–3.) oraz zapisanie związku $v = \lambda f$ dla prędkości fali w obu ośrodkach.
LUB
– doprowadzenie do wyrażenia $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ (np. jak w kroku 4.) oraz zapisanie stosunku sinusów jako ilorazu odpowiednich odcinków (np. jak w kroku 1.).

1 pkt – zapisanie związków (np. jak w kroku 1. i kroku 2.) pozwalających wyrazić stosunek sinusów jako iloraz odpowiednich długości fal
LUB
– zapisanie związków (np. jak w kroku 4.) pozwalających otrzymać równanie $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Zapiszemy wzory na sinus kąta α_1 oraz kąta α_2 z użyciem oznaczeń na rysunku, następnie wyrazimy stosunek sinusów za pomocą ilorazu długości odpowiednich odcinków:

$$\sin\alpha_1 = \frac{|AB|}{|AC|} \qquad \sin\alpha_2 = \frac{|CD|}{|AC|} \qquad \rightarrow$$

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{|AB|}{|CD|}$$

Komentarz (krok 2.)
Długości odpowiednich odcinków wyrazimy przez długości fal w obu ośrodkach:

$$|AB| = 2\lambda_1 \qquad |CD| = 2\lambda_2$$

Komentarz (krok 3.)
Stosunek sinusów wyrazimy przez stosunek długości fal:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Komentarz (krok 4.)
Wykorzystamy związek $v = f\lambda$ oraz fakt, że częstotliwość fali w obu ośrodkach jest taka sama, do wyrażenia stosunku prędkości przez stosunek długości fal.

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \qquad \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \qquad f_1 = f_2 = f \quad \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{v_1}{f}}{\frac{v_2}{f}} = \frac{v_1}{v_2}$$

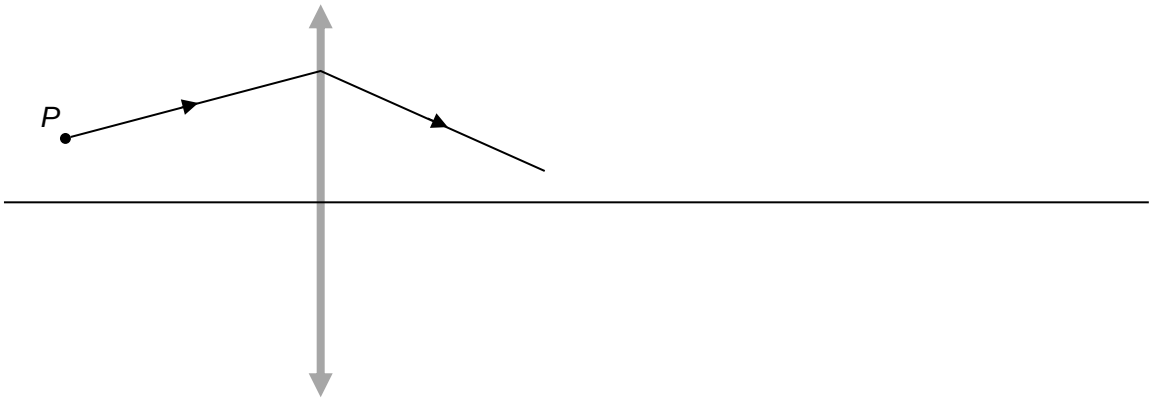
Komentarz (krok 5.)
Wykorzystamy zależności otrzymane w kroku 3. i kroku 4.:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{c. b. d. o.}$$

Zadanie 11. Soczewka (0–2)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment biegu promienia światła wychodzącego z punktu P i przechodzącego przez cienką soczewkę skupiającą.

Skonstruuj i zaznacz na rysunku poniżej prawe ognisko F soczewki. Do wykonania konstrukcji użyj linijki.



Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; […].

X. Fale i optyka. Zdający:
   18) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.

Pojęcia użyte w tym zadaniu: np. ognisko, są wymienione w wymaganiach podstawy programowej szkoły podstawowej i nie zamieszczono ich tutaj.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna konstrukcja punktu *P'* oraz ogniska *F*

LUB

– poprawna konstrukcja ogniska *F* wykorzystująca znajomość twierdzenia, że promienie równoległe po przejściu przez soczewkę skupiają się w płaszczyźnie ogniska (podanie twierdzenia nie jest wymagane).

1 pkt – poprawna konstrukcja punktu *P'*.

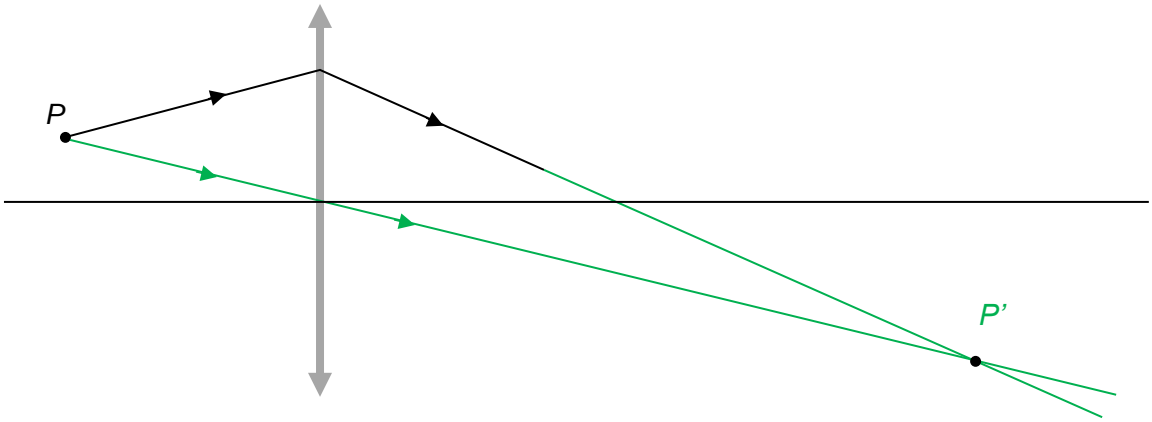
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

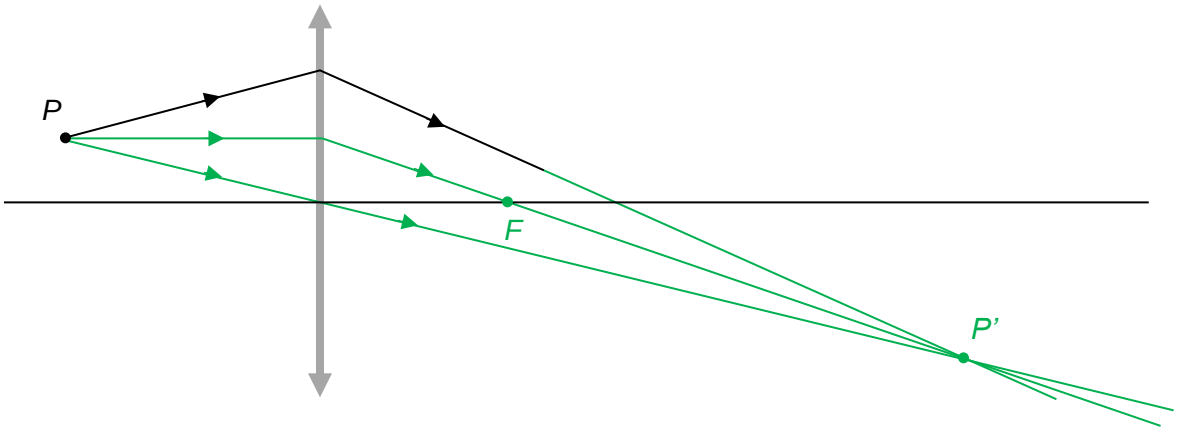
Sposób 1.

Komentarz (krok 1. konstrukcji)

Żeby wyznaczyć ognisko soczewki, skonstruujemy najpierw obraz *P'* punktu *P*. W tym celu wykorzystamy bieg promienia charakterystycznego, przechodzącego przez środek soczewki.

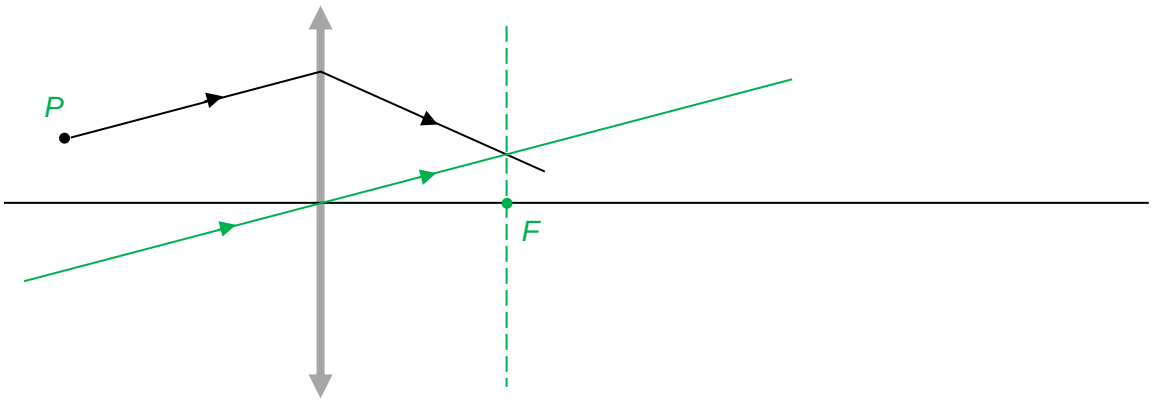


Komentarz (krok 2. konstrukcji)
Gdy mamy już obraz *P'* punktu *P*, wyznaczymy ognisko: w tym celu wykorzystamy bieg promienia charakterystycznego, równoległego do osi optycznej soczewki.



Sposób 2.

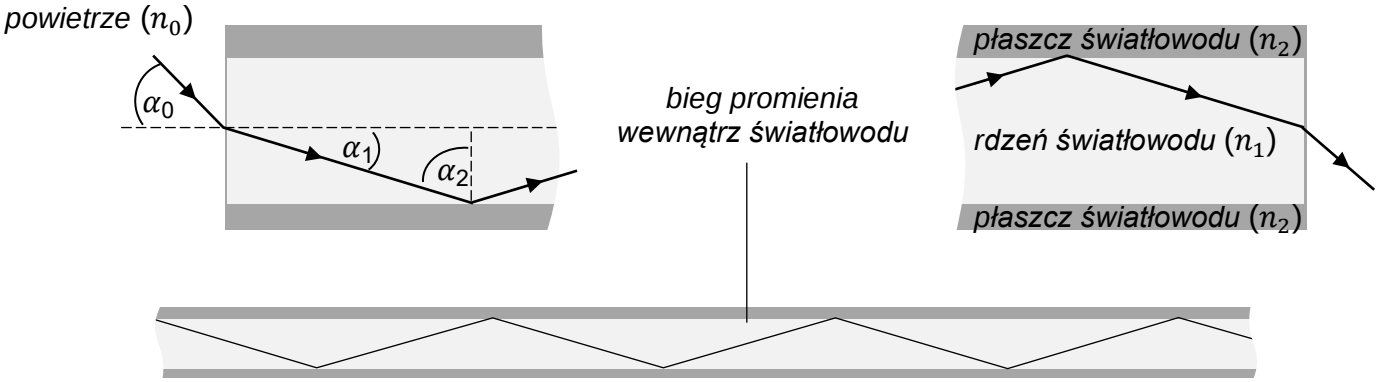
Komentarz
Wykorzystamy twierdzenie o biegu promieni przez soczewkę: wiązka promieni wychodzących z punktu płaszczyzny ogniska jest po przejściu przez soczewkę równoległa. Gdy zamienimy kierunek biegu promieni w tym twierdzeniu, to otrzymamy następujące: wiązka promieni równoległych (niekoniecznie do osi optycznej) padających na soczewkę skupi się w płaszczyźnie ogniska.



Zadanie 12. Światłowód

Do przesyłania informacji za pomocą światła stosuje się światłowody. W klasycznym światłowodzie wyróżniamy dwa obszary – centralnie położony rdzeń wykonany ze szkła o współczynniku załamania światła n_1 oraz otaczający go płaszcz o współczynniku załamania światła n_2. Powierzchnia czołowa rdzenia światłowodu stanowi granicę dwóch ośrodków – powietrza o współczynniku załamania n_0 = 1 i szkła, z którego wykonano rdzeń. Dzięki odpowiednio dobranym współczynnikom n_1 oraz n_2 możliwe jest wprowadzenie wiązki światła do rdzenia światłowodu i przez wielokrotne odbicie tej wiązki w rdzeniu przesłanie informacji na duże odległości, wzdłuż toru o dowolnym kształcie, bez wyraźnych strat i zakłóceń.

Na poniższym rysunku przedstawiono bieg promienia padającego na czoło światłowodu pod kątem α_0 (lewa część rysunku), bieg promienia przez światłowód (dolna część rysunku) oraz bieg promienia opuszczającego światłowód (prawa część rysunku).



W pewnym światłowodzie kąt graniczny (dla przejścia rdzeń–płaszcz) jest równy α_{gr} = 58° natomiast odpowiednie kąty oznaczone na rysunku wynoszą: α_0 = 65° oraz α_2 = 60°.

Zadanie 12.1. (0–3)

Oblicz bezwzględny współczynnik załamania n_2 światła w materiale, z którego wykonano <u>płaszcz</u> światłowodu opisanego w zadaniu 12.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

X. Fale i optyka. Zdający:
   6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny;
   7) opisuje działanie światłowodu jako przykład wykorzystania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oraz prawidłowa wartość współczynnika załamania n_2 (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie związków między n_1 a n_2 oraz między n_1 a n_0, łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie związków między n_1 a n_2 (warunku na kąt graniczny), łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w kroku 1.)
LUB
– prawidłowe wyznaczenie współczynnika n_1 (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Komentarz (krok 1.)
Wykorzystamy informację o kącie granicznym i zapiszemy związek między współczynnikami załamania światła w rdzeniu i płaszczu oraz kątem granicznym dla przejścia rdzeń – płaszcz:

$$\frac{\sin 90°}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sin 58°} = \frac{n_1}{n_2}$$

Komentarz (krok 2.)
Do wyznaczenia n_2 potrzebujemy znać n_1. Ten współczynnik wyznaczymy na podstawie danych kątów padania i załamania na powierzchni czoła światłowodu:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sin 65°}{\sin(90° - 60°)} = \frac{n_1}{1} \quad \rightarrow$$

$$n_1 = \frac{\sin 65°}{\sin 30°} \approx 1{,}81$$

Komentarz (krok 3.)
Łączymy zależności otrzymane w kroku 1. oraz kroku 2. i obliczamy n_2:

$$\frac{\sin 90°}{\sin 58°} \approx \frac{1{,}81}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 \approx 1{,}81 \cdot \sin 58° \approx 1{,}53$$

Sposób 2.

Komentarz
Zapiszemy na symbolach zależności opisane w kroku 1. i kroku 2. w sposobie 1. rozwiązania:

$$\frac{1}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \qquad \frac{\sin \alpha_0}{\sin(90° - \alpha_2)} = \frac{n_1}{1}$$

Z powyższych dwóch równań wyznaczymy n_2 względem pozostałych wielkości, następnie podstawimy dane i obliczymy wartość tego współczynnika.

$$n_2 = \frac{\sin \alpha_0 \cdot \sin \alpha_{gr}}{\sin(90° - \alpha_2)}$$

$$n_2 = \frac{\sin 65° \cdot \sin 58°}{\sin 30°} \approx 1{,}54$$

Zadanie 12.2. (0–3)

Foton biegnący w światłowodzie przebywa dłuższą drogę niż wynosi długość światłowodu. Prędkość światła w rdzeniu światłowodu oraz prędkość przenoszenia sygnału przez światłowód się różnią. Przyjmij, że rdzeń światłowodu wykonano z materiału, dla którego współczynnik załamania światła wynosi n_1 = 1,8, a kąt, pod jakim odbija się promień światła w rdzeniu od płaszcza światłowodu, wynosi α_2 = 60° (jak na rysunku w treści zadania).

Oblicz czas t, w jakim zostanie przekazany sygnał wzdłuż tego światłowodu o długości s = 100 km. Wynik podaj w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

II. Mechanika. Zdający:
   3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: przemieszczeniem, prędkością i przyśpieszeniem wraz z ich jednostkami;
   4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyśpieszenia oraz drogi od czasu.

X. Fale i optyka. Zdający:
   6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny;
   7) opisuje działanie światłowodu jako przykład wykorzystania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda oszacowania t oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{syg} oraz zapisanie związku między czasem a prędkością sygnału i długością światłowodu (np. jak w krokach 1.–3.).

1 pkt – zapisanie związku między czasem, prędkością sygnału a długością światłowodu oraz zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światła w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w krokach 1. i 2.).

LUB

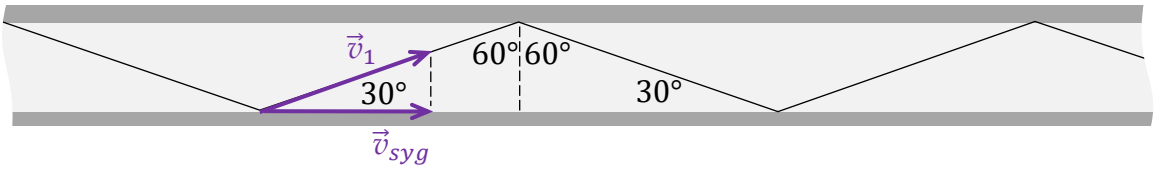
– poprawna metoda wyznaczenia v_{syg}: zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światłą w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w kroku 2.) oraz zapisanie zależności definiującej współczynnik n_1.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zaznaczymy kąt, pod jakim odbija się promień światła w światłowodzie, oraz oznaczymy wektor $\vec{v}_1$ prędkości światła w rdzeniu (n_1), a także wektor $\vec{v}_{syg}$ prędkości rozchodzenia się sygnału w światłowodzie (w kierunku światłowodu).



Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy związek między czasem a prędkością sygnału oraz długością światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

Komentarz (krok 2.)
Zapiszemy związek między v_1 a v_{syg}:

$$v_{syg} = v_1 \cos 30°$$

Komentarz (krok 3.)
Zapiszemy związek między n_1 a v_1 i c (definiujący n_1) i obliczymy prędkość sygnału w światłowodzie:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{c}{n_1}$$

Zatem:

$$v_{syg} = \frac{c}{n_1} \cos 30°$$

$$v_{syg} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}8} \cdot \cos 30° \approx 1{,}443 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

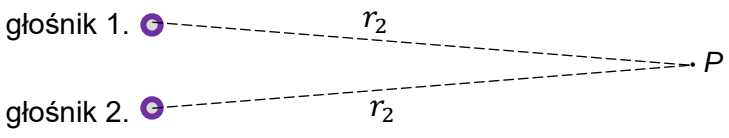
Komentarz (krok 4.)
Obliczymy czas t przekazania sygnału wzdłuż światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

$$t \approx \frac{10^5 \ \mathrm{m}}{1{,}443 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx 0{,}6930 \cdot 10^{-3} \ \mathrm{s} \ \approx 0{,}69 \ \mathrm{ms}$$

Zadanie 13. Wzmocnienie natężenia dźwięku od dwóch głośników (0–4)

W wysokiej hali zawieszono obok siebie dwa identyczne głośniki. Każdy z nich emituje z tą samą mocą kulistą falę dźwiękową o częstotliwości 440 Hz. Gdy włączono tylko jeden głośnik, to w odległości r_1 = 1 m od tego głośnika natężenie emitowanego przez niego dźwięku było równe I_1 = 0,1 W/m^2. Następnie włączono oba głośniki i zarejestrowano natężenie I_{22} wypadkowej fali dźwiękowej (pochodzącej od obu włączonych głośników) w punkcie *P* odległym o r_2 = 2,5 m od każdego z głośników (zobacz rysunek poniżej).



Membrany głośników drgają zgodnie w fazie. Pomiń wpływ innych źródeł dźwięku, a także efekty związane z odbiciem fal oraz z ich tłumieniem w powietrzu.

Oblicz natężenie dźwięku w punkcie *P*.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

X. Fale i optyka. Zdający:
- 2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m2) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy;
- 3) opisuje zależność natężenia i amplitudy fali kulistej od odległości od punktowego źródła;
- 10) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia oraz wygaszenia się fal.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia I_{22} oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – zapisanie zależności równoważnych $I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1$, $I_{22} = 4I_2$ (np. jak w krokach 1.–3.) – łącznie z prawidłowym podstawieniem danych.

2 pkt – zapisanie zależności równoważnej $I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1$ oraz zauważenie, że w odległości r_2 od każdego z głośników zachodzi interferencja konstruktywna i amplitudy się dodadzą (np. jak w krokach 1. i 2.)
LUB
– zapisanie zależności równoważnej $\frac{A_{22}^2}{A_2^2} = \frac{I_{22}}{I_2}$ oraz zapisanie zależności równoważnej $I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1$ (np. jak w krokach 3. i 1.).
– zapisanie zależności równoważnej $I_{22} = 4I_2$ (np. jak w krokach 2. i 3.).

Uwaga! Zapisanie, że natężenie fali wypadkowej jest sumą natężeń od obu głośników jest błędem i jest sprzeczne z kryterium za 2 pkt.

1 pkt – wykorzystanie zależności natężenia fali kulistej od odległości od źródła i zapisanie wyrażenia, z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi, pozwalającego wyznaczyć I_2 (np. jak w kroku 1.)
LUB
– wykorzystanie proporcjonalności natężenia fali do kwadratu amplitudy fali i zapisanie wyrażenia pozwalającego wyznaczyć I_{22} ze stosunku amplitud oraz I_2 (np. jak w kroku 3.)
LUB
– zauważenie, że w odległości r_2 od każdego z głośników zachodzi interferencja konstruktywna i amplitudy się dodadzą, oraz zapisanie $A_{22} = 2A_2$ (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia wielkości, których nie wymieniono w treści zadania:

I_2 – natężenie dźwięku pochodzące od jednego głośnika, określone w punkcie *P*.

A_2 – amplituda fali dźwiękowej pochodzącej od jednego głośnika, określona w punkcie *P*.

A_{22} – amplituda wypadkowej fali dźwiękowej pochodzącej od dwóch głośników, określona w punkcie *P*.

Komentarz (krok 1.)
Wyznaczymy I_2 korzystając z zależności natężenia fali kulistej od odległości od źródła:

$$I \sim \frac{1}{r^2}$$

$$I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1 \quad \rightarrow$$

$$I_2 = \frac{1\ \mathrm{m}}{2{,}5^2\ \mathrm{m}}\ 0{,}1\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 0{,}016\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Komentarz (krok 2.)

Stwierdzamy – zgodnie z warunkiem interferencji konstruktywnej – że gdy działają oba głośniki (zgodnie w fazie), to amplituda fali wypadkowej w punkcie odległym o r_2 od każdego z głośników jest sumą amplitud fal pochodzących od każdego głośnika osobno (drogi obu fal są równe).

Uwaga: Natężenie fali wypadkowej nie jest zwykłą sumą natężeń fal pochodzących osobno od obu głośników!

Zapiszemy, że:

$$A_{22} = A_2 + A_2 = 2A_2$$

Komentarz (krok 3.)

Wykorzystamy proporcjonalność natężenia fali do kwadratu amplitudy tej fali:

$$I \sim A^2$$

$$\frac{I_{22}}{I_2} = \frac{A_{22}^2}{A_2^2} \xrightarrow{\text{krok 2}}$$

$$\frac{I_{22}}{I_2} = \frac{(2A_2)^2}{A_2^2} \quad \rightarrow \quad I_{22} = 4I_2$$

Komentarz (krok 4.)

Obliczamy I_{22}:

$$I_{22} = 4I_2 \xrightarrow{\text{krok 1}}$$

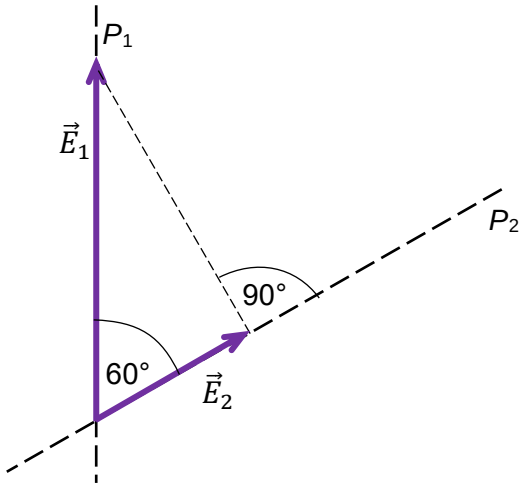
$$I_{22} = 4\frac{r_1^2}{r_2^2}I_1 \quad \rightarrow$$

$$I_{22} = 4 \cdot 0{,}016\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 0{,}064\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Zadanie 14. Polaryzacja światła (0–3)

Wiązka niespolaryzowanego światła pada na pierwszy polaryzator liniowy. Po przejściu przez ten polaryzator natężenie spolaryzowanej liniowo fali elektromagnetycznej jest równe I_1 = 20 W/m^2. Amplitudę wektora natężenia pola elektrycznego po przejściu przez pierwszy polaryzator oznaczymy jako $\vec{E}_1$. Następnie światło tak spolaryzowane pada prostopadle na drugi polaryzator liniowy, którego płaszczyzna polaryzacji P_2 jest ustawiona pod kątem α = 60° do płaszczyzny polaryzacji P_1 pierwszego polaryzatora. Amplitudę wektora natężenia pola elektrycznego po przejściu przez drugi polaryzator oznaczymy jako $\vec{E}_2$.

Jak przedstawiono na poniższym rysunku, $\vec{E}_2$ jest rzutem wektora $\vec{E}_1$ na P_2.



Uwaga! Słowo „natężenie”, pojawiające się w treści i poleceniu, dotyczy dwóch różnych wielkości: natężenia I fali elektromagnetycznej oraz natężenia $\vec{E}$ pola elektrycznego.

Oblicz natężenie I_2 fali elektromagnetycznej po przejściu przez drugi polaryzator.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);

20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

VII. Elektrostatyka. Zdający:

3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego wraz z jego jednostką […].

X. Fale i optyka. Zdający:

2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m2) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy;

14) […]; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia światła po przejściu przez polaryzatory oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – zapisanie zależności równoważnej $\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2}$ oraz prawidłowe wyrażenie wartości E_2 amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez E_1 (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – wykorzystanie proporcjonalności natężenia fali do kwadratu amplitudy fali i zapisanie wyrażenia równoważnego wyrażeniu $\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2}$ (np. jak w kroku 1.)

LUB

– poprawne wyrażenie wartości E_2 amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez E_1 (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Amplituda fali elektromagnetycznej, <u>to amplituda zmian wektora natężenia pola elektrycznego:</u>

$$A = E$$

Wykorzystamy proporcjonalność natężenia fali do kwadratu jej amplitudy:

$$I \sim A^2 \qquad \text{czyli} \qquad I \sim E^2 \qquad \text{zatem:}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2} \qquad \rightarrow \qquad I_2 = \frac{E_2^2}{E_1^2} I_1$$

Komentarz (krok 2.)

Wyrazimy wartość E_2 amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez E_1:

$$\frac{E_2}{E_1} = \cos 60°$$

Komentarz (krok 3.)

Obliczymy wartość liczbową I_2:

$$I_2 = \cos^2 60° \cdot I_1 \qquad \rightarrow \qquad I_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 5\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

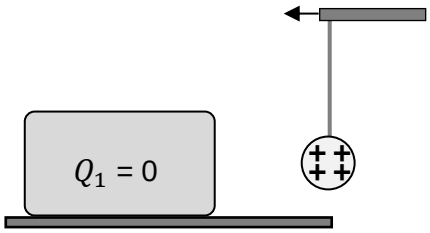
ELEKTRYCZNOŚĆ I MAGNETYZM

Zadanie 15. Indukcja elektrostatyczna

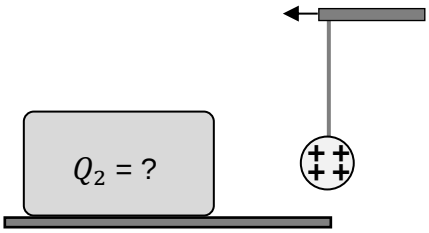
Uczniowie wykonali dwa doświadczenia: D1 i D2. Na początku każdego z doświadczeń umieścili metalowy klocek na nieprzewodzącej podstawie. W doświadczeniu D1 całkowity ładunek elektryczny klocka wynosił 0. W doświadczeniu D2 całkowity ładunek elektryczny klocka był uczniom nieznany.

W obu doświadczeniach do klocka powoli zbliżono na niewielką odległość lekką kulkę wykonaną z izolatora i naładowaną dodatnio. Kulka była zawieszona na izolującej nici. Podczas obu doświadczeń kulka i klocek się nie dotykały. Po zbliżeniu kulki do klocka uczniowie obserwowali jej zachowanie się oraz analizowali oddziaływanie kulki z klockiem.

Doświadczenie D1



Doświadczenie D2



Zadanie 15.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

W doświadczeniu D1, po zbliżeniu kulki do klocka, na jego powierzchni

A.	nie powstaną żadne ładunki,	a kulka	**1.**	nie oddziałuje z klockiem.
B.	z prawej strony (bliżej kulki) wystąpią ładunki ujemne, a z lewej – dodatnie,		**2.**	jest przyciągana przez klocek.
C.	z lewej strony (dalej od kulki) wystąpią ładunki ujemne, a z prawej – dodatnie,		**3.**	jest odpychana przez klocek.

Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

VII. Elektrostatyka. Zdający:

1) posługuje się zasadą zachowania ładunku;
6) opisuje jakościowo rozkład ładunków w przewodnikach, zerowe natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodnika (klatka Faradaya), […].

VI. Elektryczność. Zdający [szkoła podstawowa]:
   4) opisuje przemieszczenie ładunków w przewodnikach pod wpływem oddziaływania ze strony ładunku zewnętrznego (indukcja elektrostatyczna).

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B2

Zadanie 15.2. (0–2)
W doświadczeniu D2, po zbliżeniu kulki do klocka na pewną odległość, zaobserwowano, że kulka nie jest ani przyciągana, ani odpychana przez klocek.

Ustal i zapisz, czy ładunek całkowity klocka jest dodatni, ujemny czy równy 0. Powołaj się na odpowiednie prawa lub zasady fizyczne oraz przedstaw logiczny tok rozumowania uzasadniający twoje stwierdzenie.

Ładunek całkowity klocka: .....

Uzasadnienie:

Wymaganie ogólne
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

Wymagania szczegółowe
VII. Elektrostatyka. Zdający:
   1) posługuje się zasadą zachowania ładunku;
   6) opisuje jakościowo rozkład ładunków w przewodnikach, zerowe natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodnika (klatka Faradaya), […].

VI. Elektryczność. Zdający [szkoła podstawowa]:
   2) opisuje jakościowo oddziaływanie ładunków jednoimiennych i różnoimiennych;
   4) opisuje przemieszczenie ładunków w przewodnikach pod wpływem oddziaływania ze strony ładunku zewnętrznego (indukcja elektrostatyczna).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna odpowiedź i poprawne uzasadnienie. Uzasadnienie musi odwoływać się do: 1) rozkładu ładunków na obie strony przewodnika, 2) równowagi sił działających na kulkę od ładunków dodatnich i ujemnych, 3) zależności oddziaływania od odległości.
1 pkt – poprawna odpowiedź i brak lub niepełne uzasadnienie.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązania

Ładunek całkowity klocka: dodatni.

Uzasadnienie:

Sposób 1.

Jeżeli kulka nie jest przyciągana ani odpychana przez metalowy klocek, to oznacza, że siła przyciągania od ładunków ujemnych zgromadzonych na powierzchni po prawej stronie klocka równoważy siłę odpychania od ładunków dodatnich, które występują po lewej stronie klocka. Ponieważ ładunki dodatnie w klocku są dalej od kulki niż ładunki ujemne, to musi być ich więcej od ujemnych, aby siła odpychania równoważyła siłę przyciągania.

Sposób 2. (eksperyment myślowy)

Załóżmy, że całkowity ładunek klocka jest równy 0. W takiej sytuacji dodatnio naładowana kulka zostanie przyciągnięta, ponieważ ładunki elektryczne ujemne zgromadzą się na powierzchni klocka od strony kulki.

Komentarz

W takiej sytuacji wypadkowa siła przyciągania działająca na kulkę od położonych bliżej ładunków ujemnych ma większą wartość od wypadkowej siły odpychania od położonych dalej ładunków dodatnich (o tej samej wartości co ujemnych). Zatem wypadkowa siła oddziaływania od wszystkich ładunków będzie przyciągająca.

Wyobraźmy sobie teraz, że klocek ładujemy dodatnio, powoli i w sposób ciągły. W takiej sytuacji wypadkowa siła przyciągająca kulkę maleje w sposób ciągły, ponieważ wzrasta wkład sił odpychania od ładunków dodatnich. Wartość siły przyciągającej maleje w sposób ciągły wraz ze wzrostem ładunku dodatniego i w pewnym momencie osiąga wartość 0.

Komentarz

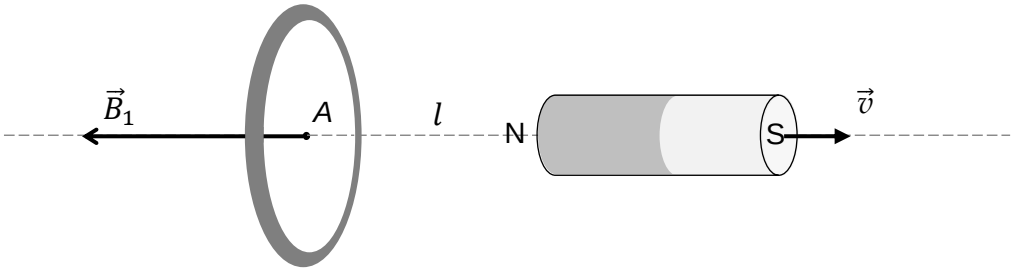
Dalsze dodatnie ładowanie klocka poskutkuje powstaniem siły wypadkowej o odpychającym charakterze.

Zadanie 16. Indukcja elektromagnetyczna

Magnes sztabkowy oddala się od aluminiowego pierścienia wzdłuż linii prostej l, która jest osią symetrii pierścienia. Na rysunkach 1. i 2. przedstawiono oddalający się od pierścienia magnes odpowiednio: w chwili t_1 oraz w późniejszej chwili t_2. Na rysunku 1. dodatkowo narysowano w punkcie *A* wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$, pochodzącej od magnesu w chwili t_1. Przyjmij, że kształt linii pola jest symetryczny względem osi l. Pomiń wpływ innych pól. Punkt *A* leży w środku pierścienia.

Bliżej patrzącego jest część pierścienia narysowana grubszą linią.

Rysunek 1.



Rysunek 2.

Zadanie 16.1. (0–2)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	W sytuacji, gdy magnes oddala się od pierścienia, to pierścień i magnes przyciągają się wzajemnie.	**P**	**F**
2.	Zwrot indukowanego prądu w pierścieniu zależy od zwrotu prędkości magnesu.	**P**	**F**
3.	Gdy magnes jest nieruchomy względem pierścienia, to odpowiednio silne pole magnetyczne magnesu spowoduje powstanie prądu indukowanego w pierścieniu.	**P**	**F**
4.	Natężenie prądu indukowanego w pierścieniu zależy od wartości prędkości magnesu.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

IX. Magnetyzm. Zdający:

1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem (przewodnik prostoliniowy, zwojnica);
9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza; […];
10) oblicza siłę elektromotoryczną indukcji jako szybkość zmiany strumienia.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenie wszystkich odpowiedzi.
1 pkt – poprawne zaznaczenie odpowiedzi w zdaniach 1. i 2. lub w zdaniach 3. i 4.
0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPFP

Zadanie 16.2. (0–2)

Ustal i oznacz strzałką na rysunku 2. zwrot prądu indukowanego w pierścieniu. Powołaj się na odpowiednie prawa, reguły lub zależności fizyczne oraz przedstaw logiczny tok rozumowania uzasadniający twoje stwierdzenie.

Uzasadnienie:

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

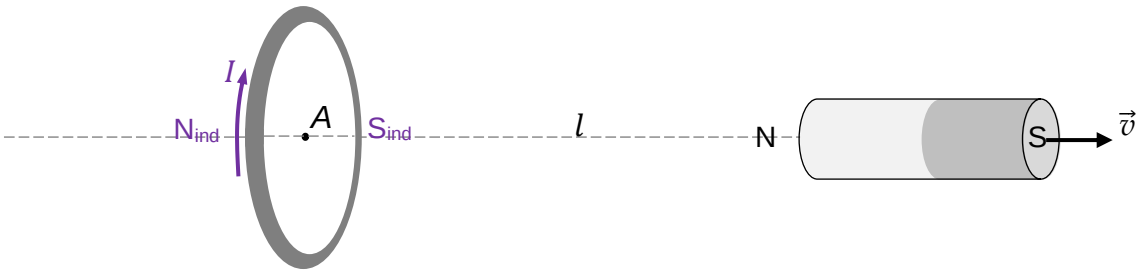
IX. Magnetyzm. Zdający:

1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem (przewodnik prostoliniowy, zwojnica);
9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza; […].

Zasady oceniania

2 pkt – powołanie się na regułę Lenza, poprawne określenie biegunowości indukowanego pola magnetycznego oraz poprawne powiązanie zwrotu przepływu prądu z polem indukowanym.
1 pkt – powołanie się na regułę Lenza i poprawne określenie biegunowości indukowanego pola magnetycznego.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

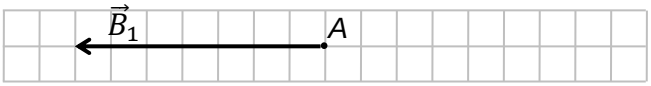


Gdy magnes oddala się od pierścienia, to strumień indukcji magnetycznej przez powierzchnię pierścienia maleje. Zgodnie z prawem Faradaya i regułą Lenza w pierścieniu powstanie taki prąd, który wytworzy indukowane pole magnetyczne przeciwdziałające tym zmianom i ich przyczynom – powstanie pole magnetyczne z biegunem południowym od strony magnesu i biegunem północnym z drugiej strony (*powołanie się na regułę Lenza i prawidłowe określenie biegunowości pola indukowanego*). Linia indukowanego pola magnetycznego biegnie w lewo, zatem kierunek prądu indukowanego będzie jak na powyższym rysunku.

Zadanie 16.3. (0–3)

Na diagramie 1. poniżej narysowano wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ pochodzącej od magnesu, w punkcie *A* w chwili t_1. Pierścienia i magnesu nie narysowano.

Diagram 1. (dla $\vec{B}_1$)



Wektory indukcji magnetycznej w różnych chwilach w punkcie *A* oznaczymy następująco:

$\vec{B}_2$ – wektor indukcji magnetycznej pola magnesu w chwili t_2,
$\Delta\vec{B}_{12}$ – wektor zmiany indukcji magnetycznej pola magnesu od chwili t_1 do t_2,
$\vec{B}_{ind}$ – wektor indukcji magnetycznej wytworzonej przez prąd indukowany w pierścieniu.

Długość boku kratki na diagramach 1.–3. odpowiada tej samej umownej jednostce wartości wektora indukcji magnetycznej.

Na diagramie 2. narysuj i oznacz wektor $\vec{B}_2$, a na diagramie 3. narysuj i oznacz wektory $\Delta\vec{B}_{12}$ oraz $\vec{B}_{ind}$. Wartości wektorów $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\Delta\vec{B}_{12}$ muszą uwzględniać relacje >, <, = oraz reguły działania na wektorach, a wektor $\vec{B}_{ind}$ powinien mieć określony prawidłowy kierunek i zwrot.

Diagram 2. (dla $\vec{B}_2$)

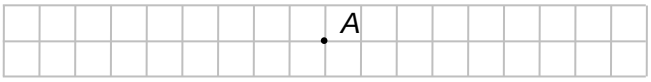
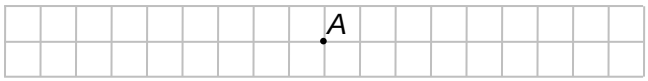


Diagram 3. (dla $\Delta\vec{B}_{12}$ oraz $\vec{B}_{ind}$)



Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

IX. Magnetyzm. Zdający:
   1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem ([…], zwojnica);
   2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, […];
   9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza; […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie wszystkich wektorów.

2 pkt – poprawne wyznaczenie i narysowanie wektora $\Delta\vec{B}_{12}$ jako różnicy $\vec{B}_2 - \vec{B}_1$

LUB

– narysowanie i oznaczenie wektora $\Delta\vec{B}_{12}$ o prawidłowym kierunku i zwrocie oraz narysowanie wektora $\vec{B}_{ind}$ o przeciwnym zwrocie do $\Delta\vec{B}_{12}$.

1 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie wektora $\vec{B}_2$ (o wartości mniejszej od $\vec{B}_1$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

diagram 1.

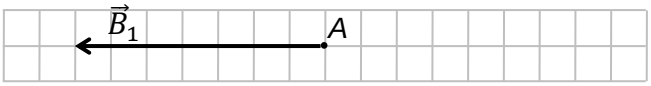


diagram 2.

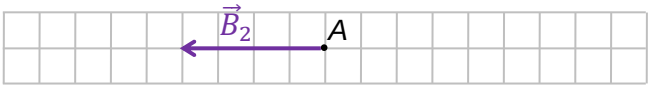
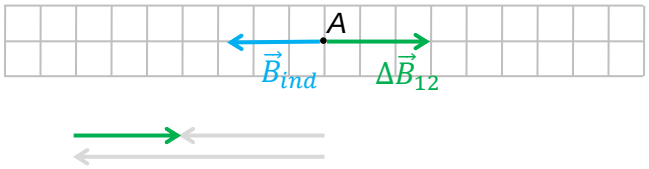


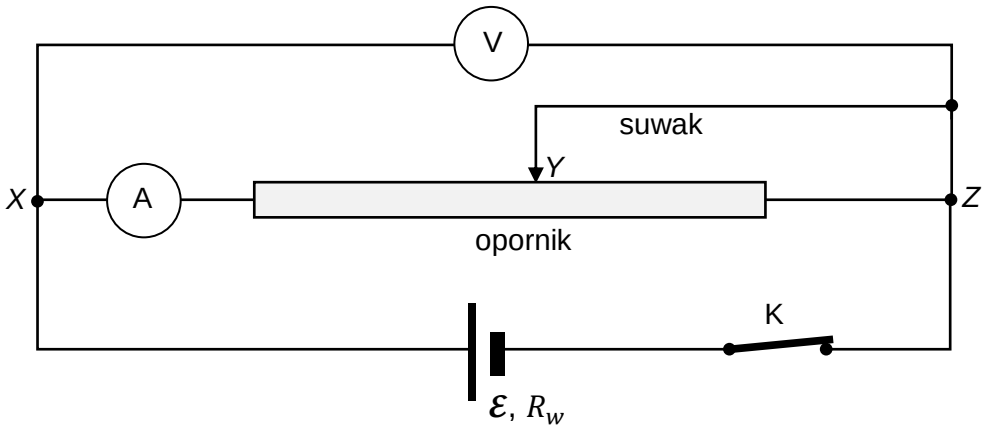
diagram 3.



Zadanie 17. Badanie własności baterii płaskiej

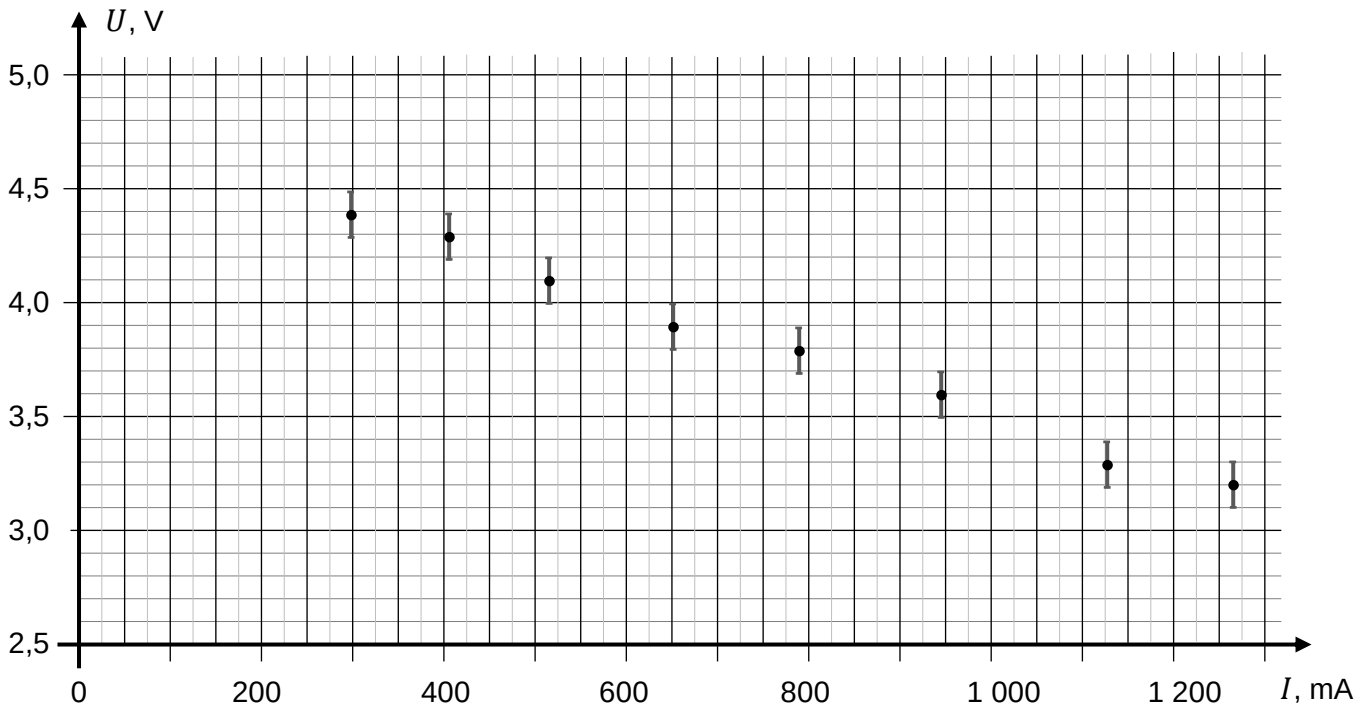
Uczniowie wykonali doświadczenie, w którym wyznaczali siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}$ baterii oraz jej opór wewnętrzny R_w. W tym celu zbudowali obwód złożony z tej baterii, woltomierza, amperomierza, opornika z przesuwanym suwakiem oraz wyłącznika K (zobacz rysunek 1.). Przyjmij, że opór suwaka jest równy 0.

Rysunek 1.



Następnie, dla różnych położeń suwaka na oporniku, uczniowie mierzyli natężenie I prądu przepływającego przez opornik oraz napięcie U na tym oporniku. Niepewność pomiaru napięcia wynosiła $\Delta U = \pm$ 0,1 V, natomiast natężenie prądu mierzono z niepewnością $\Delta I = \pm$ 1 mA. Wyniki pomiarów uczniowie przedstawili na diagramie współrzędnych (I, U), w postaci punktów pomiarowych wraz z odcinkami niepewności (zobacz rysunek 2.).

Rysunek 2.



Zadanie 17.1. (0–2)

Wykaż, że napięcie U_{XY} pomiędzy punktami *X* i *Z* (na rysunku 1.) jest równe napięciu U_{XY} na części opornika pomiędzy punktami *X* i *Y*. Powołaj się na odpowiednie zależności fizyczne, uzasadniające to stwierdzenie.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;
12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa);
13) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

VI. Elektryczność. Zdający: [szkoła podstawowa]

12) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wykazanie, że $U_{XZ} = U_{XY}$, tzn. wykazanie, że napięcie pomiędzy *Y* a *Z* jest równe 0, łącznie z powołaniem się na zasadę dodawania napięć na elementach obwodu połączonych szeregowo.

1 pkt – stwierdzenie, że od punktu *Y* cały prąd płynie przez suwak

LUB

– wyznaczenie oporu zastępczego R_{zastYZ} oraz wykazanie, że jest on równy 0

LUB

– zapisanie albo stwierdzenie, że $U_{XZ} = U_{XY} + U_{YZ}$, oraz zastosowanie związku między napięciem, oporem a natężeniem prądu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (Wyjaśnienie słowne)

Ponieważ suwak nie ma oporu, to cały prąd od punktu *Y* do *Z* przepłynie przez suwak. Oznacza to jednocześnie, że prąd nie płynie przez opornik od punktu *Y* do Z. Zatem napięcie między *Y* a *Z* wynosi 0. Ponieważ napięcia wzdłuż gałęzi obwodu się dodają, to całe napięcie między *X* a *Z* jest równe napięciu między *X* a *Y* .

Komentarz

$$U_{YZ} = I_{suwak}R_{suwak} = I_{suwak} \cdot 0 = 0 \quad \text{lub} \quad U_{YZ} = I_R R_{YZ} = 0 \cdot R_{YZ} = 0$$

$$U_{XZ} = U_{XY} + U_{YZ}$$

Sposób 2. (Obliczenie oporu zastępczego)

Komentarz Napięcie między punktami *X*, *Z* jest sumą napięć między punktami *X*,*Y* oraz *Y*, *Z*:

$$U_{XZ} = U_{XY} + U_{YZ}$$

Obliczymy opór zastępczy części obwodu od punktu *Y* do *Z*:

$$\frac{1}{R_{zastYZ}} = \frac{1}{R_{suwak}} + \frac{1}{R_{YZ}} \quad \rightarrow \quad R_{zastYZ} = \frac{R_{suwak}R_{YZ}}{R_{suwak}+R_{YZ}} = 0 \quad \text{gdy} \quad R_{suwak} = 0$$

Zastosujemy związek między napięciem, oporem a natężeniem prądu:

$$U_{XZ} = IR_{XY} + IR_{zastYZ} = IR_{XY} + I \cdot 0 = U_{XY}$$

Informacja do zadań 17.2–17.4.

Na podstawie modelu zjawiska uczniowie przyjęli, że zależność $U(I)$, badana w opisanym doświadczeniu, jest liniowa, tzn. opisuje ją wyrażenie:

$$U = -|a|I + b \qquad \text{dla pewnych współczynników } a \text{ i } b$$

Zadanie 17.2. (0–2)

Na rysunku 2. narysuj prostą najlepiej dopasowaną do punktów pomiarowych oraz oblicz współczynniki a i b tej prostej. Zapisz niezbędne obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   6) tworzy […] wykresy […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi;
   9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami;
   15) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych i złożonych; […]; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania, poprawna metoda wyznaczenia obu współczynników oraz prawidłowe ich wartości z jednostkami.

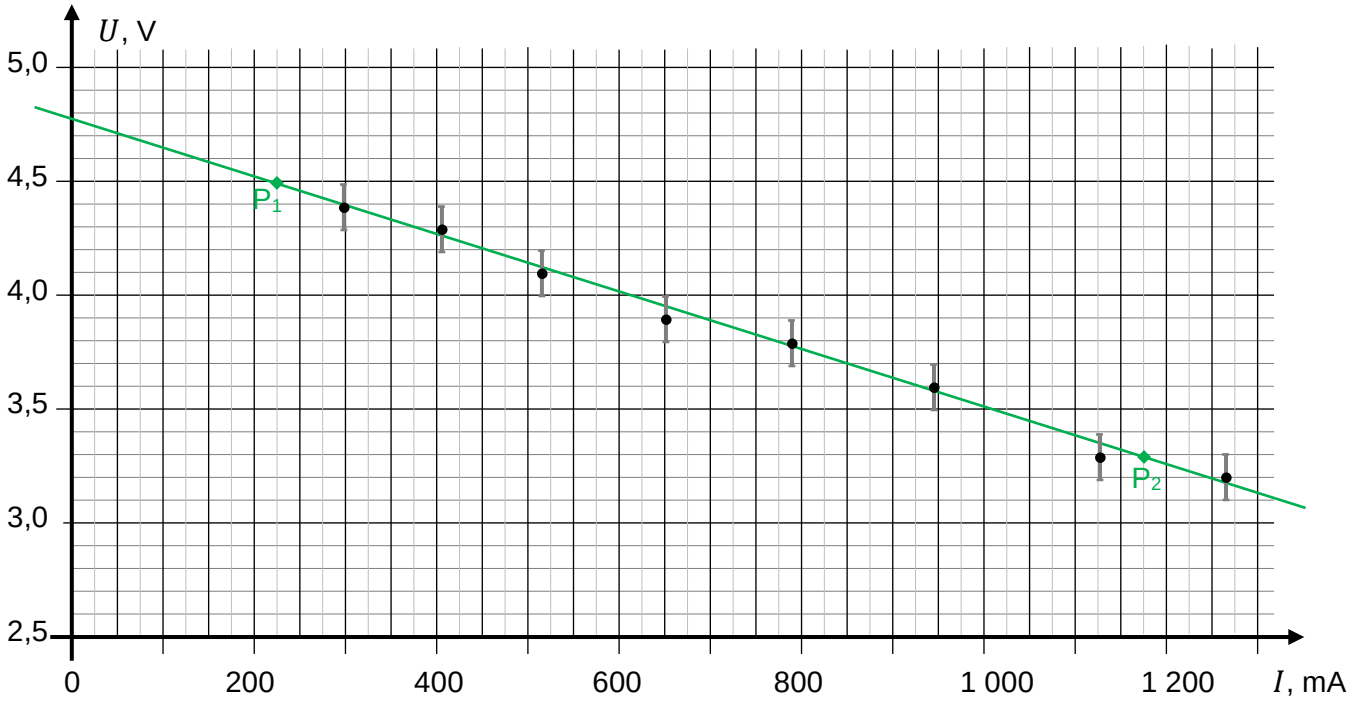
1 pkt – poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania oraz prawidłowe obliczenie wartości współczynnika a (wraz z jednostką) na podstawie danych odczytanych z wykresu narysowanej prostej. Obliczona wartość współczynnika a musi się mieścić w przedziale od –1,5 Ω do –1,1 Ω.

LUB

– poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania, prawidłowe wyznaczenie wartości współczynnika b (wraz z jednostką) na podstawie danych odczytanych z wykresu narysowanej prostej. Wyznaczona wartość współczynnika b musi się mieścić w przedziale od 4,6 V do 5,0 V.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Komentarz

Do obliczenia a wybieramy dwa punkty leżące na prostej (niekoniecznie punkty pomiarowe). Wybrane punkty powinny leżeć w miarę daleko od siebie, aby błąd związany z odczytem ich współrzędnych miał jak najmniejszy wpływ na wynik. Następnie zapiszemy ich współrzędne: $P_1 \approx$ (0,225 A; 4,5 V), $P_2 \approx$ (1,175 A; 3,3 V). Z tych punktów obliczamy współczynnik kierunkowy a:

$$a = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \approx \frac{3{,}3\ \mathrm{V} - 4{,}5\ \mathrm{V}}{1{,}175\ \mathrm{A} - 0{,}225\ \mathrm{A}} \approx -1{,}26\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \approx -1{,}3\ \Omega$$

Współczynnik b wyznaczymy, gdy odczytamy rzędną punktu przecięcia wykresu z osią U:

$$b \approx 4{,}8\ \mathrm{V}$$

Zadanie 17.3. (0–2)

Uczniowie dorysowali na wykresie dwie dodatkowe proste o możliwie największym i najmniejszym nachyleniu. Obie proste dopasowali do punktów pomiarowych w granicach niepewności. Następnie wyznaczyli współczynniki a i b tych prostych i zapisali ich równania:

$$U = -1{,}5\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \cdot I\ +\ 4{,}9\ \mathrm{V} \qquad \text{oraz} \qquad U = -1{,}1\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \cdot I\ + 4{,}6\ \mathrm{V}$$

Wyznacz niepewności Δa oraz Δb współczynników a i b w równaniu prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych. Zapisz obliczenia niepewności.

Wymaganie ogólne

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami;
   15) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych i złożonych; […]; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia niepewności obu współczynników oraz prawidłowe wartości liczbowe podane z jednostkami.

1 pkt – poprawna metoda wyznaczenia niepewności jednego ze współczynników oraz prawidłowa wartość liczbowa podana z jednostką.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Niepewności obu współczynników określimy ze wzorów:

$$\Delta a = \frac{1}{2}|a_{max} - a_{min}| \qquad \Delta b = \frac{1}{2}|b_{max} - b_{min}|$$

Gdzie:

$$a_{max} = -1{,}5\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \qquad a_{min} = -1{,}1\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \qquad b_{max} = 4{,}9\ \mathrm{V} \qquad b_{min} = 4{,}6\ \mathrm{V}$$

$$\Delta a = \frac{1}{2}|-1{,}5 - (-1{,}1)|\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = 0{,}2\ \Omega$$

$$\Delta b = \frac{1}{2}|4{,}9 - 4{,}6|\ \mathrm{V} = 0{,}15\ \mathrm{V} \approx 0{,}2\ \mathrm{V}$$

Zadanie 17.4. (0–2)

Przyjmij, że współczynniki a i b w równaniu prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych w opisanym doświadczeniu wynoszą:

$$a = -1{,}3\ \Omega \pm 0{,}2\ \Omega \qquad b = 4{,}8\ \mathrm{V} \pm 0{,}2\ \mathrm{V}$$

Na podstawie teoretycznego modelu badanego zjawiska oraz wyników doświadczenia wyznacz opór wewnętrzny R_w i siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}$ baterii. Zapisz odpowiednie zależności fizyczne. Wyniki zapisz z uwzględnieniem niepewności pomiarowych.

Wymagania ogólne

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

15) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych i złożonych; […]; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa);

13) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

VI. Elektryczność. Zdający: [szkoła podstawowa]

12) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu.

Zasady oceniania

2 pkt – zapisanie równania $U = -R_w I + \mathcal{E}$, poprawna identyfikacja wielkości R i $\mathcal{E}$ ze współczynnikami prostej oraz prawidłowy zapis wyników wraz z jednostkami i uwzględnieniem niepewności (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – wyznaczenie równania równoważnego równaniu $U = -R_w I + \mathcal{E}$ (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Wyznaczymy $U(I)$ z modelu zjawiska. W tym celu wykorzystamy II prawo Kirchhoffa dla obwodu oraz związek między napięciem, oporem a natężeniem:

$$\mathcal{E} = IR + IR_w \qquad U = IR \quad \rightarrow \quad \mathcal{E} = U + IR_w$$

Zapiszemy związek $U(I)$:

$$U = -R_w I + \mathcal{E}$$

Komentarz (krok 2.)

Zestawimy wynik doświadczenia z modelem zjawiska. W tym celu porównamy zależność $U(I)$ otrzymaną w doświadczeniu z zależnością $U(I)$ przewidzianą przez model zjawiska:

$$U = -|a|I + b \qquad \text{– wynik doświadczenia}$$
$$U = -R_w I + \mathcal{E} \qquad \text{– model zjawiska}$$

Identyfikujemy współczynniki prostej z wielkościami w równaniu $U(I)$:

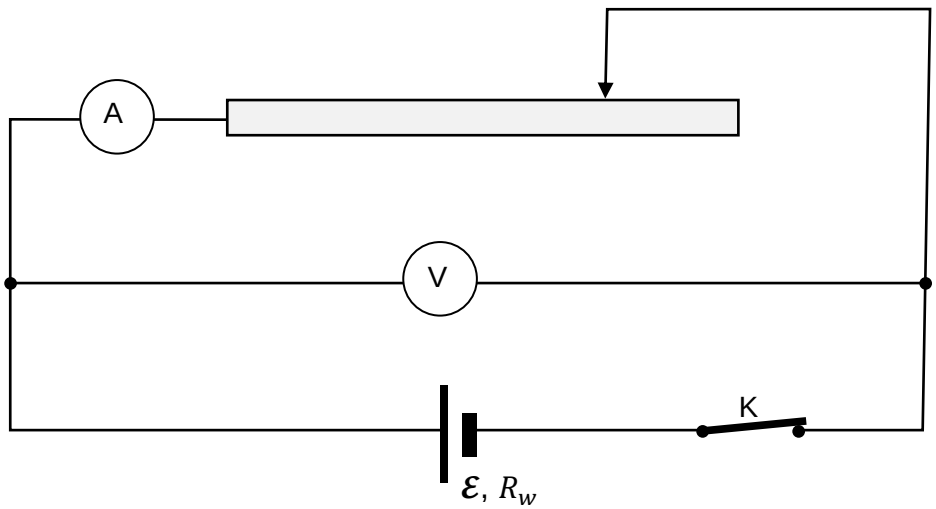
$$R_w = |a| \qquad \mathcal{E} = |b|$$

Zapiszemy wyniki z uwzględnieniem niepewności:

$$R_w = (1{,}3 \pm 0{,}2)\ \Omega \qquad U_{SEM} = (4{,}8 \pm 0{,}2)\ \mathrm{V}$$

Uwaga!

W opisanym doświadczeniu, w którym wyznacza się siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny, te same elementy często łączy się tak, jak przedstawiono na poniższym schemacie.



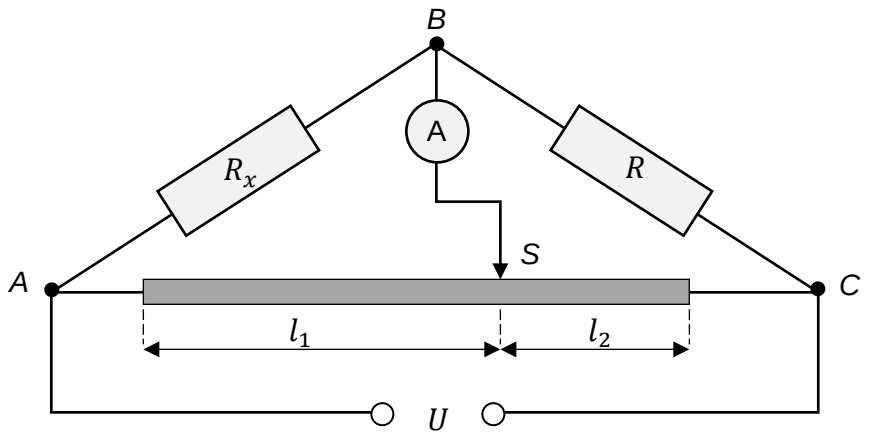
Zadanie 18. Mostek Wheatstone'a

Przedstawiony poniżej obwód (tzw. mostek Wheatstone'a) jest wykorzystywany do wyznaczania nieznanego oporu R_x. Mostek zawiera dwie gałęzie obwodu oznaczone *ABC* i *ASC* oraz źródło napięcia *U* zasilającego obwód. Gałąź *ABC* to połączone szeregowo dwa oporniki: jeden o nieznanym oporze R_x i drugi o znanym oporze R. Gałąź *ASC,* między węzłami *A* i *C,* to jednorodny drut oporowy, którego opór na jednostkę długości jest stały. Wyznaczanie oporu R_x polega na takim dobraniu położenia suwaka, aby amperomierz dołączony między punktami *B* i *S* wskazywał 0 – wtedy napięcie między tymi punktami także jest równe 0.

W takiej sytuacji (tzw. zrównoważenia mostka) jest spełnione równanie:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

gdzie l_1 i l_2 są długościami części drutu oporowego (zobacz rysunek poniżej). Z powyższego wzoru można wyznaczyć R_x, gdy znamy opór R oraz zmierzono długości l_1 i l_2.



Zadanie 18.1. (0–1)

Natężenie prądu płynącego przez któryś z oporników mostka oznaczymy indeksami (np. I_{AB}, I_{SC}, itp.) wskazującymi na to, pomiędzy którymi punktami mostka jest dany opornik.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Prawidłowe relacje pomiędzy natężeniami prądów płynących przez poszczególne oporniki mostka w sytuacji jego zrównoważenia to

A.	$I_{AB} = I_{AS}$		**1.**	$I_{AB} + I_{BC} = I_{AC}$
B.	$I_{AB} = I_{SC}$	oraz	**2.**	$I_{AB} = I_{BC} + I_{SC}$
C.	$I_{AB} = I_{BC}$		**3.**	$I_{AB} + I_{AS} = I_{BC} + I_{SC}$

Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymaganie szczegółowe

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

C3

Zadanie 18.2. (0–2)

Wyprowadź wzór podany we wstępie do zadania 18. Powołaj się na odpowiednie zależności lub prawa fizyczne, niezbędne do wyprowadzenia tego wzoru.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

3) analizuje zależność oporu od wymiarów przewodnika, posługuje się pojęciem oporu właściwego materiału i jego jednostką;

10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;

12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

VI. Elektryczność. Zdający: [szkoła podstawowa]

12) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania (np. jak w krokach 1.–3.).

1 pkt – wyprowadzenie (lub zauważenie) i zapisanie faktu, że napięcia na oporach R_x i R_{AS} są sobie równe oraz że napięcia na oporach R i R_{SC} są sobie równe (np. jak w kroku 1.)

LUB

– zauważenie i zapisanie faktu, że przez opory R_x i R płynie prąd o takim samym natężeniu, np. I_B, oraz skorzystanie ze związku między napięciem, natężeniem prądu a oporem – do zapisania napięć na tych oporach (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Z II prawa Kirchhoffa wynika, że jeśli $U_{BS} = 0$, to:

$$U_{AB} = U_{AS} \quad \text{oraz} \quad U_{BC} = U_{SC}$$

Komentarz (krok 2.)
Ponieważ $I_{BS} = 0$, to przez R_x i R płynie prąd o takim samym natężeniu I_B (I prawo Kircchoffa), a przez drut oporowy płynie prąd o natężeniu I_S. Wykorzystamy związek $U = IR$ dla każdego z oporników:

$$R_x I_B = R_{AS} I_S \quad \text{oraz} \quad R I_B = R_{SC} I_S \quad \rightarrow \quad \frac{R_x}{R} = \frac{R_{AS}}{R_{SC}}$$

Komentarz (krok 3.)
Skorzystamy z faktu, że opór drutu jest proporcjonalny do jego długości:

$$\frac{R_{AS}}{R_{SC}} = \frac{l_1}{l_2} \quad \rightarrow \quad \frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

Zadanie 18.3. (0–3)

W pewnym doświadczeniu z mostkiem Wheatstone'a użyto oporu R = 20,00 Ω, napięcia zasilającego obwód równego U = 6,00 V, a także jednorodnego drutu oporowego. Mostek był zrównoważony, gdy stosunek długości obu części (*AS*, *SC*) drutu oporowego wynosił $l_1 : l_2$ = 2.

Oblicz moc wydzielaną (w postaci ciepła Joule'a – Lenza) na oporniku R_x w sytuacji, gdy mostek był zrównoważony.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a – Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem;
10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;
12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania (dla sposobu 1. rozwiązania)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – zapisanie wzoru na moc z napięciem i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.), prawidłowe wyznaczenie oporu R_x (np. jak w kroku 1.) oraz poprawna metoda wyznaczenia napięcia, tzn. wyznaczenie stosunku napięć oraz skorzystanie z dodawania napięć (np. metoda jak w krokach 2a. i 2b.).

1 pkt – zapisanie wzoru na moc z napięciem i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.) oraz prawidłowe wyznaczenie oporu R_x (np. jak w kroku 1.).

0 p. – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z wyznaczeniem napięcia)

Komentarz (krok 1.)

Do obliczenia mocy wydzielanej na oporniku R_x potrzebujemy znać jego opór oraz napięcie na tym oporniku. W celu obliczenia oporu R_x wykorzystamy wzór podany w zadaniu:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\frac{R_x}{R} = 2 \qquad \rightarrow \qquad R_x = 2 \cdot 20{,}00\ \Omega = 40\ \Omega$$

Komentarz (krok 2a.)

Następnie obliczymy stosunek napięć na oporach R_x i R. Wykorzystamy fakt, że przez opory R, R_x płynie prąd o tym samym natężeniu I_B:

$$U_{AB} = I_B R_x \qquad U_{BC} = I_B R \qquad \rightarrow \qquad \frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_x}{R}$$

$$\frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_x}{R} = 2$$

Komentarz (krok 2b.)

Wyznaczymy napięcie U_{AB} na oporniku R_x. Skorzystamy z faktu, że napięcia wzdłuż odcinka *ABC* obwodu się dodają, oraz skorzystamy z wyznaczonego stosunku napięć:

$$\begin{cases} U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \\ U_{AB} = 2U_{BC} \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad U_{BC} = \frac{1}{3}U_{AC} \qquad U_{AB} = \frac{2}{3}U_{AC}$$

$$U_{AB} = \frac{2}{3} \cdot 6\ \mathrm{V} = 4\ \mathrm{V}$$

Komentarz (krok 3.)
Obliczymy moc wydzielaną na oporniku:

$$P_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_x} = 0{,}4\ \mathrm{W}$$

Zasady oceniania (dla sposobu 2. rozwiązania)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – zapisanie wzoru na moc z natężeniem prądu i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.), prawidłowe wyznaczenie oporu R_x (np. jak w kroku 1.), oraz poprawna metoda wyznaczenia natężenia prądu, tzn. skorzystanie z dodawania napięć wzdłuż *AC* (lub z metody oporu zastępczego) i związku między napięciem, oporem a natężeniem prądu (np. metoda jak w kroku 2.).

1 pkt – zapisanie wzoru na moc z natężeniem prądu i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.) oraz prawidłowe wyznaczenie oporu R_x (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 2. (z wyznaczeniem natężenia prądu)

Komentarz (krok 1.)
Do obliczenia mocy wydzielanej na oporniku R_x potrzebujemy znać jego opór oraz natężenie prądu przepływającego przez ten opornik. W celu obliczenia oporu R_x wykorzystamy wzór podany w zadaniu:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\frac{R_x}{R} = 2 \quad \rightarrow \quad R_x = 2 \cdot 20{,}00\ \Omega = 40\ \Omega$$

Komentarz (krok 2.)
Następnie obliczymy natężenie I_B prądu płynącego w odcinku *ABC* obwodu:

$$U_{AC} = U = I_B R_{AC} \qquad \text{gdzie} \qquad R_{AC} = R_x + R$$

$$I_B = \frac{U}{R_x + R} \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{6\ \mathrm{V}}{60\ \Omega} = 0{,}1\ \mathrm{A}$$

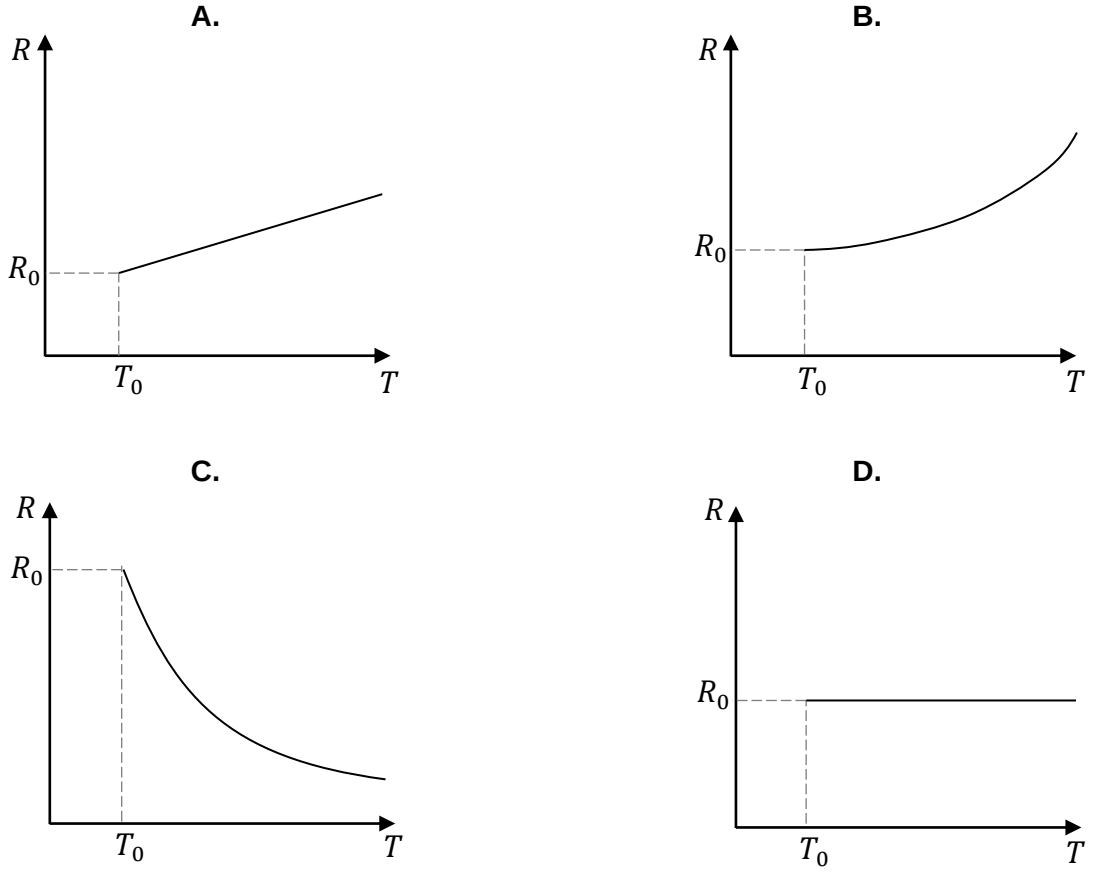
Komentarz (krok 3.)
Obliczymy moc wydzielaną na oporniku, zastosujemy wzór z natężeniem prądu i oporem:

$$P_{AB} = I_{AB}^2 R_x = 0{,}01 \cdot 40\ \mathrm{W} = 0{,}4\ \mathrm{W}$$

Zadanie 19. Zależność oporu półprzewodnika od temperatury (0–1)

Badano zależność oporu typowego półprzewodnika od temperatury. Opór półprzewodnika w temperaturze pokojowej T_0 jest równy R_0.

Na którym wykresie prawidłowo przedstawiono zależność oporu półprzewodnika od temperatury? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   8) rozpoznaje zależność rosnącą bądź malejącą na podstawie danych z tabeli lub na podstawie wykresu; rozpoznaje proporcjonalność prostą na podstawie wykresu.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:
   4) opisuje wpływ temperatury na opór metali i półprzewodników.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

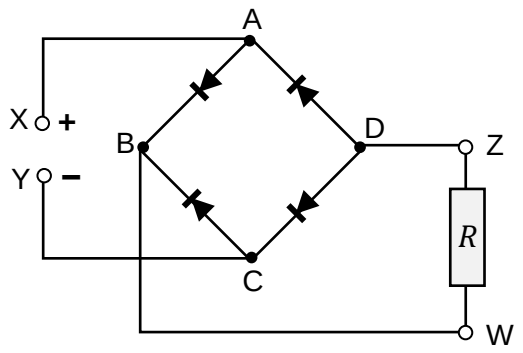
C

Zadanie 20. Dioda w układzie prostowniczym

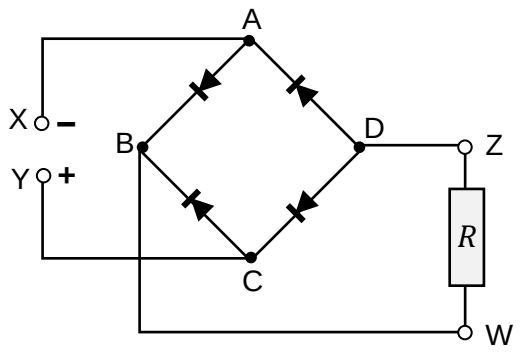
Mostek Graetza składa się z układu czterech diod półprzewodnikowych połączonych tak, aby wymusić określony kierunek przepływu prądu przez odbiornik R. Na wejściu układu diod znajdują się zaciski X, Y, do których podłącza się źródło napięcia zmiennego sinusoidalnie. Natomiast na wyjściu układu znajdują się zaciski W, Z, do których można podłączyć opornik R lub inny odbiornik (zobacz rysunki 1. i 2.).

Na rysunku 1. przedstawiono sytuację w tej połowie okresu T zmian napięcia wejściowego, gdy większy potencjał jest na zacisku X, a na rysunku 2. przedstawiono sytuację w kolejnej połowie okresu zmian napięcia. Węzły obwodu oznaczono literami A, B, C, D.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Zadanie 20.1. (0–2)

Na każdym z rysunków 1. i 2. oznacz zwrot przepływu prądu w obwodzie pomiędzy zaciskami X, Y. W tym celu narysuj strzałki na odpowiednich fragmentach obwodu (pomiędzy sąsiednimi węzłami).

Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   6) tworzy […], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; […].

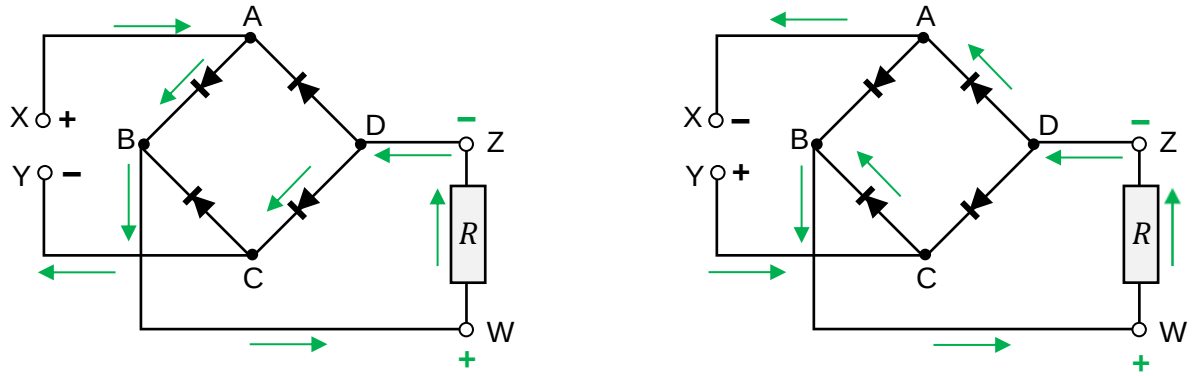
VIII. Prąd elektryczny. Zdający:
   14) opisuje funkcję diody półprzewodnikowej jako elementu przewodzącego w jednym kierunku; przedstawia jej zastosowanie w prostownikach […].

VII. Elektrostatyka. Zdający:
   8) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym; posługuje się pojęciem potencjału pola i jego jednostką.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne oznaczenia kierunku przepływu prądu na obu rysunkach.
1 pkt – poprawne oznaczenia kierunku przepływu prądu na jednym rysunku
LUB
– oznaczenie kierunku przepływu prądów na obu rysunkach w odwrotną stronę.
0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



Zadanie 20.2. (0–2)

Na diagramie 1. narysuj wykres zależności napięcia od czasu między zaciskami X i Y, a na diagramie 2. narysuj analogiczny wykres napięcia między zaciskami W i Z. Wykresy sporządź dla przedziału czasu od $t = 0$ do $t = 2T$. Oznacz amplitudy napięć.

Przyjmij, że $U_{XY}(0) = 0$ oraz $U_{maxXY} = U_{maxZW} = U_{max}$.

Diagram 1.

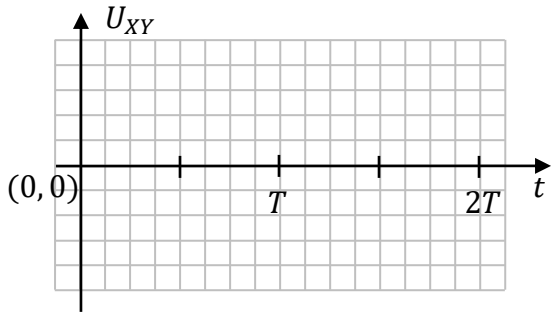
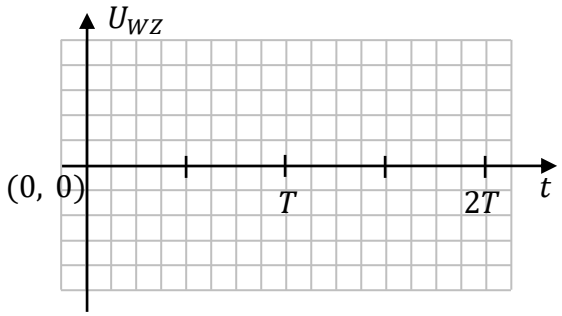


Diagram 2.



Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   6) tworzy […] wykresy […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:
   2) posługuje się pojęciami natężenia prądu elektrycznego, napięcia elektrycznego […];
   14) opisuje funkcję diody półprzewodnikowej jako elementu przewodzącego w jednym kierunku; przedstawia jej zastosowanie w prostownikach […].

IX. Magnetyzm. Zdający:
   12) opisuje cechy prądu przemiennego; […].

Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowo narysowane wykresy zależności napięcia od czasu na obu rysunkach.

1 pkt – prawidłowo narysowany wykres zależności napięcia od czasu na jednym rysunku

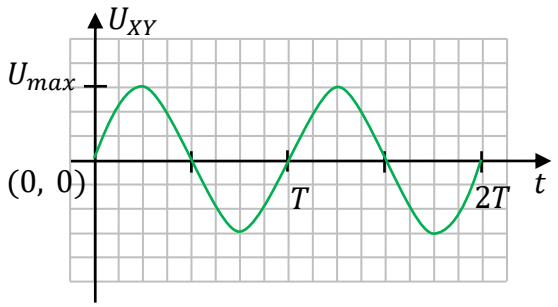
LUB

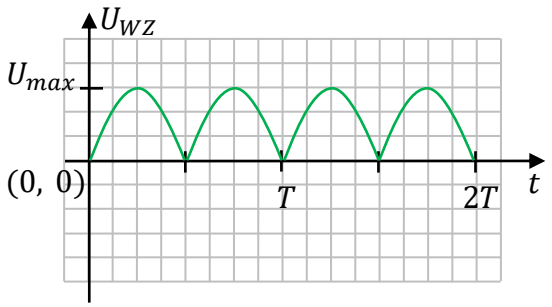
– narysowanie wykresów na obu rysunkach o prawidłowym kształcie, okresie, ale przesuniętych względem siebie w fazie.

0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

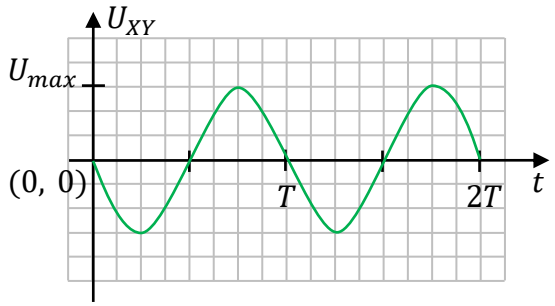
Przykładowe pełne rozwiązania

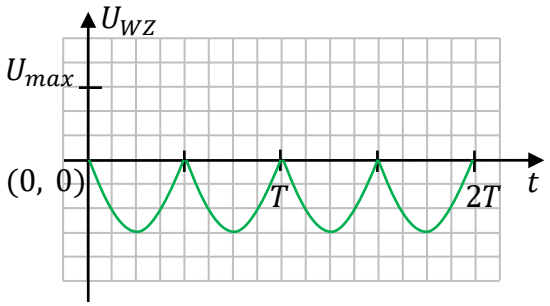
Sposób 1.





Sposób 2.



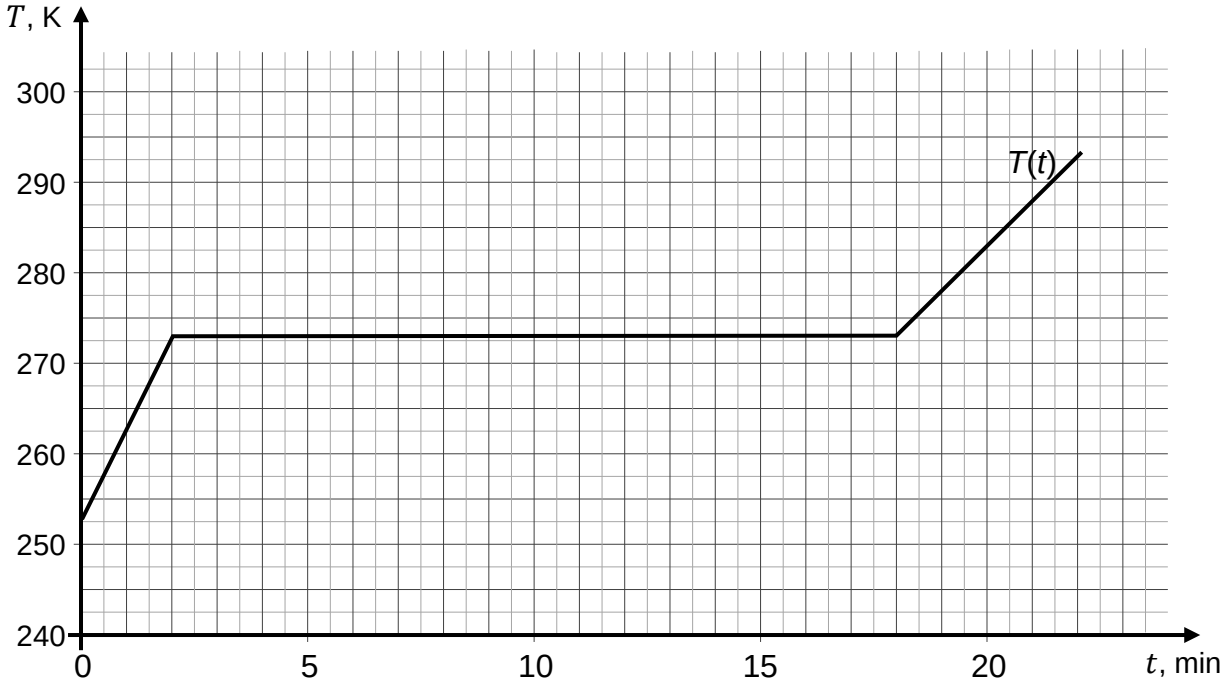


WŁASNOŚCI MATERII, TERMODYNAMIKA, HYDROSTATYKA I AEROSTATYKA

Zadanie 21. Ciepło właściwe i ciepło topnienia lodu

Kawałek lodu o masie m = 50,0 g i temperaturze początkowej T_p = 253 K ogrzewano przy stałym ciśnieniu. W wyniku tego procesu lód ogrzał się do temperatury topnienia i stopił się całkowicie. Kontynuowano nieprzerwanie dalsze ogrzewanie masy m wody powstałej z lodu. Podczas całego procesu do ogrzewanej masy m była dostarczana energia w postaci ciepła. Szybkość dostarczania ciepła była stała i wynosiła u = 1050 J/min.

Wykres poniżej przedstawia zależność $T(t)$ – temperatury T ogrzewanej masy m od czasu t ogrzewania.



Zadanie 21.1. (0–2)

Oblicz ciepło topnienia lodu L na podstawie danych odczytanych z wykresu $T(t)$ oraz treści zadania.

Wymaganie ogólne

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

V. Termodynamika. Zdający:
   3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii;
   5) wykorzystuje pojęcie […] ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego;
   6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ciepła topnienia lodu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – zapisanie wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz zapisanie wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topionej masy m.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Korzystamy ze wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz z wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topniejącej masy m:

$$Q_2 = mL \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_2}{\Delta t_2}$$

$$u\Delta t_2 = mL \quad \rightarrow \quad L = \frac{u\Delta t_2}{m}$$

Komentarz

Podstawiamy dane liczbowe z treści zadania i z wykresu:

$$L = \frac{u\Delta t_2}{m} = \frac{1050\ \mathrm{J/min}\ \cdot 16\ \mathrm{min}}{0{,}050\ \mathrm{kg}} = 336\,000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

Zadanie 21.2. (0–2)

Wyznacz stosunek ciepła właściwego wody c_w do ciepła właściwego lodu c_l na podstawie danych odczytanych z wykresu $T(t)$.

Wymaganie ogólne

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

V. Termodynamika. Zdający:
   3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii;
   5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego […] w analizie bilansu cieplnego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu ciepeł właściwych i prawidłowy wynik liczbowy.
1 pkt – zapisanie wyrażeń na ciepło właściwe wody oraz lodu łącznie z zapisaniem wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do ogrzewanej masy m.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz
Korzystamy ze wzorów na ciepło dostarczone w procesie ogrzewania lodu, ciepło dostarczone w procesie ogrzewania wody oraz z wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do ogrzewanej masy m:

$$Q_1 = mc_l\Delta T_l \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_1}{\Delta t_1} \quad \rightarrow \quad c_l = \frac{u}{m\frac{\Delta T_l}{\Delta t_1}}$$

$$Q_3 = mc_w\Delta T_w \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_3}{\Delta t_3} \quad \rightarrow \quad c_w = \frac{u}{m\frac{\Delta T_w}{\Delta t_3}}$$

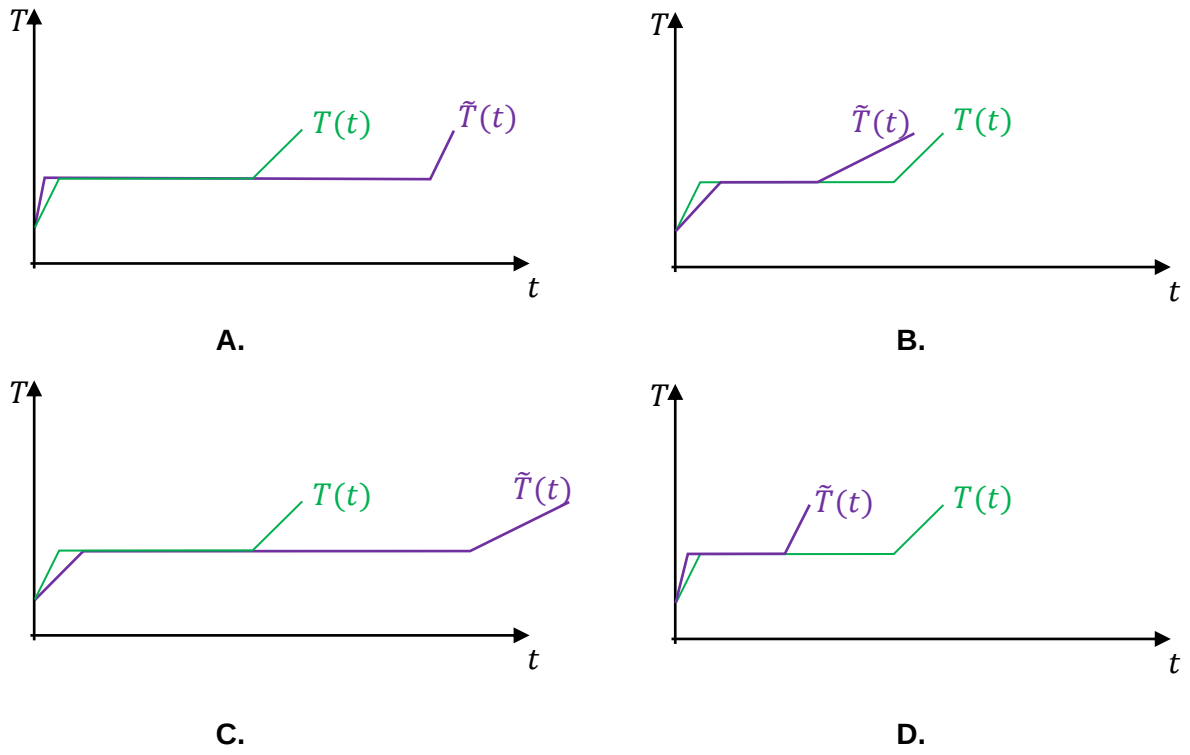
Wyznaczamy stosunek ciepeł właściwych wody i lodu, dane odczytamy z wykresu:

$$\frac{c_w}{c_l} = \frac{\frac{\Delta T_l}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta T_w}{\Delta t_3}} \approx \frac{\frac{20\ \mathrm{K}}{2\ \mathrm{min}}}{\frac{20\ \mathrm{K}}{4\ \mathrm{min}}} \approx 2$$

Zadanie 21.3. (0–1)

Za drugim razem ogrzewano kawałek lodu mający masę dwukrotnie mniejszą niż masa kawałka lodu ogrzewanego za pierwszym razem. Ten proces przeprowadzano w takich samych warunkach jak poprzednio – tzn. lód ogrzewano od tej samej temperatury początkowej i z tą samą mocą. Zależność temperatury od czasu w drugim procesie ogrzewania oznaczymy $\tilde{T}(t)$.

Na którym rysunku prawidłowo przedstawiono wykres zależności $\tilde{T}(t)$ w porównaniu do wykresu zależności $T(t)$? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

V. Termodynamika. Zdający:
   5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego;
   6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

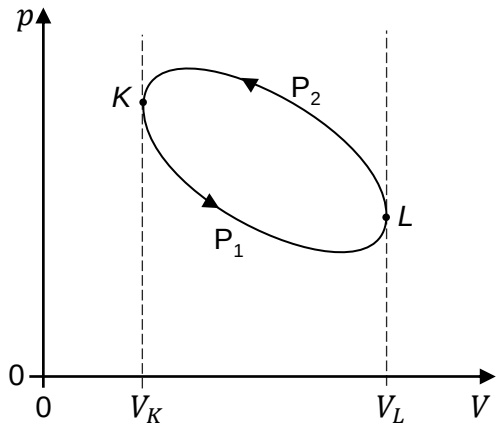
D

Zadanie 22. Cykle

Cykl przemian termodynamicznych ustalonej masy gazu, który pełni funkcję czynnika roboczego działającej pompy ciepła lub chłodziarki, przebiega w odwrotnym kierunku niż analogiczny cykl przemian w działającym silniku cieplnym.

Zadanie 22.1. (0–2)

Na poniższym diagramie przedstawiono zależności ciśnienia p od objętości V w pewnym cyklu przemian ustalonej masy gazu. Ten gaz podlega rozprężaniu od objętości V_K do V_L w przemianie P_1, a następnie podlega sprężaniu od objętości V_L do V_K w przemianie P_2.



Wykaż, że ilość ciepła $|Q_{odd}|$ oddanego w cyklu *K–L–K* jest większa od ilości ciepła pobranego $|Q_{pob}|$ w tym cyklu. W tym celu powołaj się na odpowiednie prawa lub zasady fizyczne i wyprowadź poniższą nierówność:

$$|Q_{odd}| > |Q_{pob}|$$

Symbol wartości bezwzględnej |·| wprowadzono, aby uniezależnić nierówności od przyjętej konwencji znaków dla wymienionego ciepła i wykonanej pracy.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

VI. Termodynamika. Zdający:

9) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów;
15) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych;
16) analizuje przedstawione cykle termodynamiczne […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wykazanie relacji, odwołujące się prawidłowo do: I zasady termodynamiki oraz tego, że w danym cyklu, $|W_{spr}| > |W_{roz}|$.

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki z uwzględnieniem odpowiednich znaków (w przyjętej konwencji) wymienionych ciepeł i wykonanych prac, oraz uwzględnienie, że zmiana energii wewnętrznej w cyklu jest równa zero

LUB

– zapisanie zależności, że $|W_{spr}| > |W_{roz}|$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla cyklu. Zmiana energii wewnętrznej w całym cyklu wynosi zero, zatem:

$$\Delta U = Q + W = 0$$

Pracę przeciwko sile parcia podczas sprężania gazu oznaczymy jako W_{spr}, a pracę sił parcia podczas rozprężania oznaczymy jako W_{roz}. Użyjemy konwencji znaków, w której „–” oznacza przepływ energii z układu do otoczenia (tzn. stratę energii przez układ).

$$0 = |W_{spr}| - |W_{roz}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}|$$

Powyższe równanie przekształcimy do postaci:

$$|W_{spr}| - |W_{roz}| = |Q_{odd}| - |Q_{pob}|$$

Komentarz

Zauważmy, że pole obszaru pod krzywą sprężania LP_2K jest większe od pola obszaru pod krzywą rozprężania KP_1L. Na podstawie interpretacji pola pod wykresem ciśnienia od objętości jako pracy siły parcia (lub przeciwko sile parcia), stwierdzamy, że:

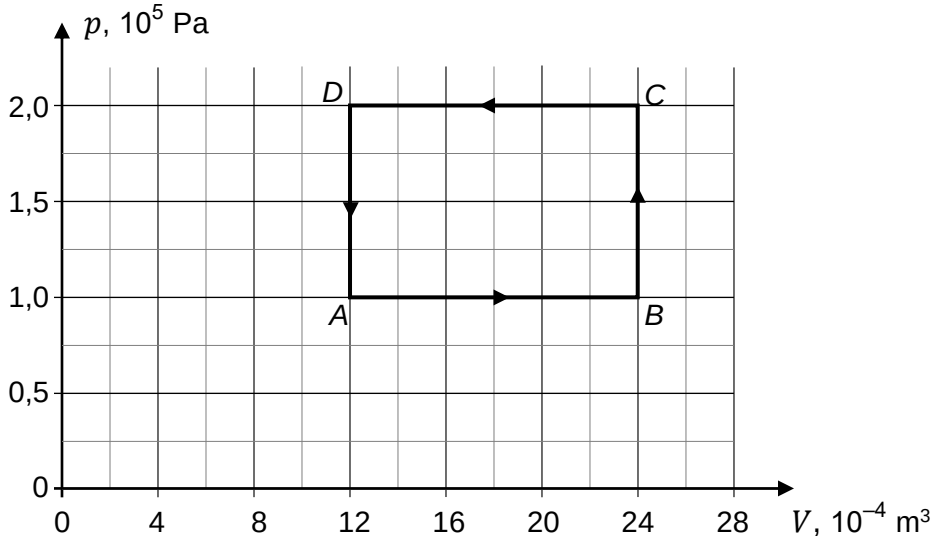
$$|W_{spr}| > |W_{roz}| \quad \Longrightarrow \quad |W_{spr}| - |W_{roz}| > 0$$

W związku z powyższą nierównością i poprzedzającym je równaniem mamy:

$$|Q_{odd}| - |Q_{pob}| > 0 \quad \Longrightarrow \quad |Q_{odd}| > |Q_{pob}| \quad \text{c.b.d.o.}$$

Zadanie 22.2. (0–3)

Na diagramie poniżej przedstawiono wykres zależności ciśnienia p od objętości V w cyklu *A–B–C–D–A* przemian termodynamicznych ustalonej masy gazu doskonałego. Ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi $C_V = \frac{3}{2}R$, gdzie R to stała gazowa.



Oblicz całkowite ciepło pobrane w cyklu *A–B–C–D–A*.

Wskazówka: iloczyn nT (liczby moli i temperatury) można wyznaczyć z równania stanu.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

VI. Termodynamika. Zdający:

12) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;
13) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu;
14) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego oraz wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – wykonanie czynności opisanych poniżej za 1 pkt oraz skorzystanie z równania stanu gazu dla przemiany izobarycznej oraz izochorycznej (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – zidentyfikowanie przemian A–B i B–C, w których jest pobierane ciepło, oraz zapisanie wyrażenia określającego związek całkowitego ciepła pobranego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Dla porządku zapiszemy dane:

$$V_A = V_D = V_0 = 12 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3 \qquad V_B = V_C = 2V_0$$

$$p_A = p_B = p_0 = 1 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \qquad p_C = p_D = 2p_0$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \qquad C_p = \frac{5}{2}R$$

Komentarz (krok 1.)

Ciepło jest pobierane w przemianach *A–B* i *B–C*. Zapiszemy wyrażenie określające co do wartości bezwzględnej związek całkowitego ciepła pobranego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach:

$$|Q_{pob}| = |Q_{AB}| + |Q_{BC}| = nC_p|\Delta T_{AB}| + nC_V|\Delta T_{BC}|$$

Komentarz (krok 2.)

Z równania stanu wyprowadzimy związki pomiędzy parametrami stanu na początku i końcu przemiany izobarycznej *A–B* oraz na początku i końcu przemiany izochorycznej *B–C*:

$$nRT = pV \xrightarrow{A-B,\ p=p_0} nR(T_B - T_A) = p_0(V_B - V_A) \quad \rightarrow \quad nR\Delta T_{AB} = p_0V_0$$

$$nRT = pV \xrightarrow{B-C,\ V=2V_0} nR(T_C - T_B) = (p_C - p_B)2V_0 \quad \rightarrow \quad nR\Delta T_{BC} = 2p_0V_0$$

Komentarz (krok 3.)

Obliczymy ciepło pobrane z wykorzystaniem wzorów w kroku 1. i kroku 2. oraz danych:

$$|Q_{pob}| = n\frac{5}{2}R\,|\Delta T_{AB}| + n\frac{3}{2}R|\Delta T_{BC}| = \frac{5}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}2p_0V_0 = 5{,}5p_0V_0$$

$$|Q_{pob}| = 5{,}5 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 12 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3 = 660\ \mathrm{J}$$

Zadanie 23. Pompa ciepła

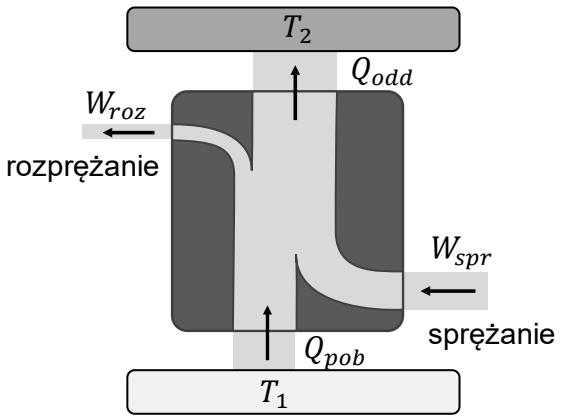
W pompie ciepła tzw. czynnik roboczy pobiera ciepło Q_{pob} z obszaru o niższej temperaturze T_1 i oddaje ciepło Q_{odd} do obszaru o wyższej temperaturze T_2. Podczas wymiany ciepła czynnik roboczy może się rozprężać lub być sprężany albo zmieniać stan skupienia z ciekłego w gazowy i odwrotnie. Praca W_{spr} wykonana przez siły zewnętrzne przy sprężaniu czynnika roboczego jest większa od W_{roz} – pracy sił parcia czynnika roboczego przy rozprężaniu. Różnicę tych prac nazwiemy pracą całkowitą W_{cal}, jaką należy (efektywnie) wykonać nad czynnikiem roboczym pompy pracującej w jednym cyklu.

Zadanie 23.1. (0–1)

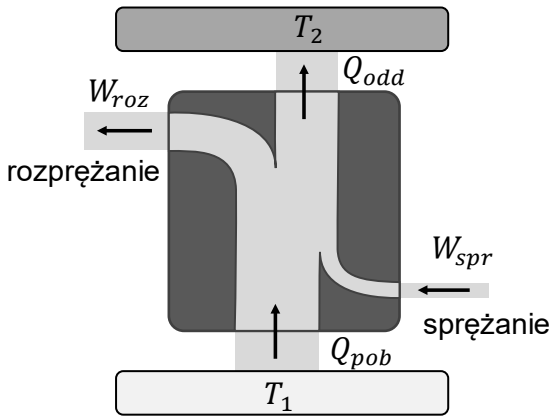
Przepływ energii w pompie ciepła można przedstawić na schemacie blokowym, na którym szerokości „wstęg” odpowiadają wartościom bezwzględnym pracy podczas rozprężania i sprężania oraz wartościom bezwzględnym ciepła pobieranego i oddawanego.

Na którym diagramie prawidłowo przedstawiono schemat blokowy przepływu energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w pompie cieplnej? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

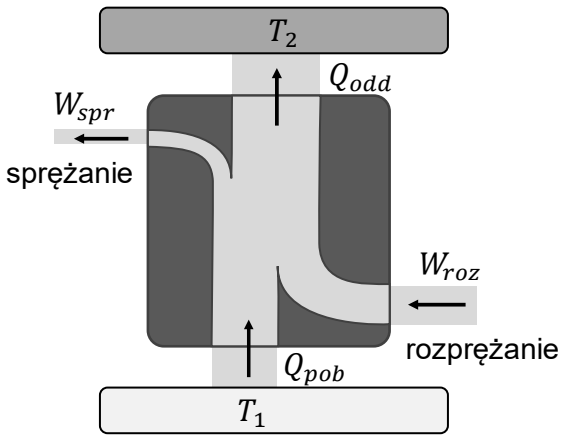
A.



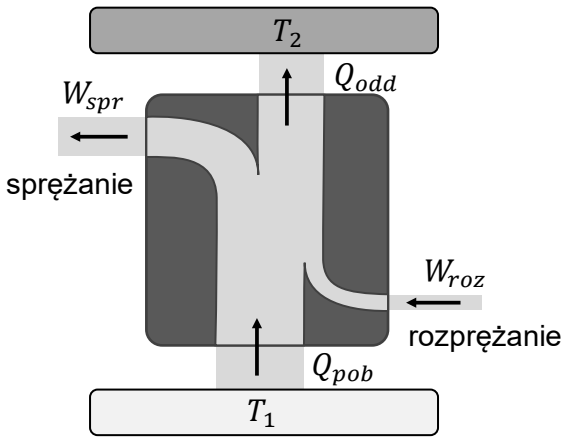
B.



C.



D.



Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

VI. Termodynamika. Zdający:
   15) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Informacja do zadań 23.2.–23.3.

Efektywność pompy ciepła (którą oznaczymy jako EPC) określa się w jednym cyklu jako:

$$EPC = \frac{|Q_{odd}|}{|W_{cal}|}$$

Z praw termodynamiki wynika, że nie może istnieć pompa ciepła pracująca pomiędzy dwoma obszarami o temperaturach T_1 i T_2, która miałaby efektywność większą niż (temperatury w poniższym wzorze wyrażono w kelwinach):

$$EPC_{max} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Zadanie 23.2. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jeżeli dwie pompy oddają do otoczenia takie same ilości ciepła, to większą efektywność ma ta spośród pomp, która pobiera więcej ciepła.	**P**	**F**
2.	Ciepło, które oddaje pompa ciepła w jednym cyklu pracy, jest mniejsze (co do wartości bezwzględnej) od ciepła pobranego przez nią w jednym cyklu pracy.	**P**	**F**
3.	Podczas pracy takiej pompy ciepło samorzutnie przepływa z obszaru o niższej temperaturze do obszaru o wyższej temperaturze.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […].

VI. Termodynamika. Zdający:
   15) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych;
   17) interpretuje drugą zasadę termodynamiki, podaje przykłady zjawisk odwracalnych i nieodwracalnych.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFF

Zadanie 23.3. (0–3)

W pomieszczeniu zamontowano system grzewczy z pompą ciepła. Ma ona dostarczać do pomieszczenia 85 300 kJ ciepła w ciagu godziny, pracując między obszarami o temperaturach 10 °C i 25 °C. Pompę zaprojektowano tak, aby pracowała z największą efektywnością, na jaką pozwalają prawa termodynamiki. Przyjmij, że w ciągu godziny pompa wykonuje całkowitą liczbę cykli termodynamicznych.

Oblicz najmniejszą pracę całkowitą W_{cal}, jaką należy wykonać nad czynnikiem roboczym pompy pracującej z największą możliwą efektywnością w opisanych warunkach.

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […];
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

VI. Termodynamika. Zdający:
   15) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – przyrównanie EPC pompy ciepła do efektywności maksymalnej EPC_{max} pompy idealnej, łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości fizycznych w obu wzorach
LUB
– prawidłowe obliczenie EPC_{max}.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz
Zgodnie z założeniem w zadaniu, przyrównamy EPC pompy ciepła do efektywności maksymalnej EPC_{max} pompy idealnej:

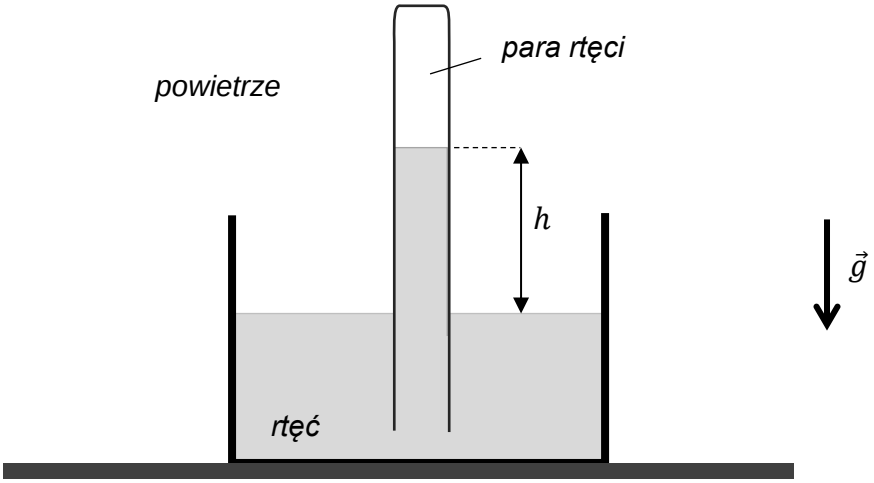
$$EPC = EPC_{max} \quad \rightarrow \quad \frac{|Q_{odd}|}{|W_{cal}|} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Podstawiamy dane i wykonujemy obliczenia:

$$\frac{85\,300\ \mathrm{kJ}}{|W_{cal}|} = \frac{298\ \mathrm{K}}{15\ \mathrm{K}} \quad \rightarrow \quad \frac{85\,300\ \mathrm{kJ}}{|W_{cal}|} \approx 19{,}9 \quad \rightarrow \quad |W_{cal}| \approx 4\,290\ \mathrm{kJ}$$

Zadanie 24. Barometr i rtęć

Jednostronnie zamkniętą rurkę wypełniono do pełna rtęcią. Następnie rurkę odwrócono do góry dnem, a jej część zanurzono w zbiorniczku z rtęcią w ten sposób, że do wnętrza rurki nie dostało się powietrze (zobacz rysunek poniżej). Po pewnym czasie, przy ustalonej temperaturze otoczenia i rtęci oraz przy ustalonym ciśnieniu zewnętrznym, w tak ustawionej rurce ustalił się słup rtęci o pewnej wysokości. Obszar pomiędzy powierzchnią rtęci w rurce a zamkniętą częścią rurki, w którym początkowo była próżnia, po pewnym czasie wypełniła para rtęci o maksymalnym ciśnieniu dla aktualnej temperatury otoczenia. Maksymalne ciśnienie par rtęci w temperaturze 293 K wynosi około 0,16 Pa. Wpływ zjawisk związanych z napięciem powierzchniowym pomijamy.



Uwaga! Podczas doświadczenia zachowano wszelkie środki ostrożności.

Zadanie 24.1. (0–1)

Przy ustalonych warunkach opisanych w treści zadania 24. rtęć paruje do powietrza.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

W czasie, gdy rtęć paruje do powietrza w opisanej sytuacji, to

A.	pobiera ciepło z otoczenia,	a ciśnienie pary w rurce	**1.**	maleje.
B.	oddaje ciepło do otoczenia,		**2.**	rośnie.
C.	nie wymienia ciepła z otoczeniem,		**3.**	pozostaje stałe.

Wymaganie ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymagania szczegółowe

VI. Termodynamika. Zdający:
   4) opisuje przykłady współistnienia substancji w różnych fazach w stanie równowagi termodynamicznej;
   5) wykorzystuje pojęcie ciepła […] przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A3

Zadanie 24.2. (0–1)
Podczas opisanego we wstępie do zadania 24. doświadczenia, ciśnienie atmosferyczne powietrza wynosiło 1013 hPa.

Ustal, czy uwzględnienie ciśnienia par rtęci do obliczenia wysokości słupa rtęci z dokładnością do czterech cyfr znaczących ma wpływ na wynik, czy nie ma wpływu na wynik. Zapisz i uzasadnij odpowiedź.

Odpowiedź: .....

Uzasadnienie:

Wymaganie ogólne
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

Wymaganie szczegółowe
I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź i jej uzasadnienie.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Odpowiedź: Uwzględnienie ciśnienia par rtęci do obliczenia wysokości słupa rtęci z dokładnością do czterech cyfr znaczących nie ma wpływu na wynik.

Uzasadnienie: Ciśnienie atmosferyczne wynosi 101 300 Pa, natomiast ciśnienie par rtęci jest równe 0,16 Pa. Tak mały wkład może wnosić poprawkę do wyniku w siódmej lub szóstej cyfrze znaczącej – tzn. ciśnienie par rtęci należałoby uwzględnić, jeżeli wynik miałby być podany z dokładnością do sześciu lub więcej cyfr znaczących.

Zadanie 24.3. (0–2)

Ciśnienie atmosferyczne powietrza wynosi 1013 hPa, gęstość rtęci w temperaturze pokojowej jest równa $13{,}55 \cdot 10^3$ kg/m^3, a przyśpieszenie ziemskie wynosi 9,807 m/s^2.

Oblicz wysokość słupa rtęci w podanych warunkach. Wynik zapisz w zaokrągleniu do czterech cyfr znaczących.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

II. Mechanika. Zdający:
   24) posługuje się pojęciem ciśnienia hydrostatycznego i stosuje je do obliczeń; analizuje równowagę cieczy w naczyniach połączonych.

V. Właściwości materii. Zdający: [szkoła podstawowa]
   6) stosuje do obliczeń związek między ciśnieniem hydrostatycznym a wysokością słupa cieczy i jej gęstością.
   5) posługuje się prawem Pascala, zgodnie z którym zwiększenie ciśnienia zewnętrznego powoduje jednakowy przyrost ciśnienia w całej objętości cieczy lub gazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wysokości słupa rtęci oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z odpowiednią dokładnością i jednostką.

1 pkt – przyrównanie ciśnienia rtęci wewnątrz rurki do ciśnienia rtęci na zewnątrz rurki na tym samym poziomie oraz prawidłowe zastosowanie wzoru (z poprawną identyfikacją wielkości) na ciśnienie wysokości słupa rtęci.

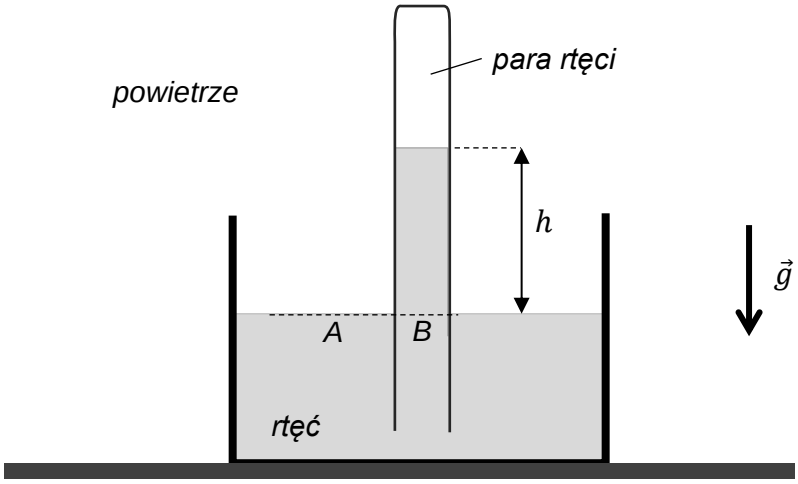
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zgodnie z prawem Pascala, ciśnienie w cieczy jednorodnej na tym samym poziomie jest stałe. Porównujemy ciśnienia na tym samym poziomie rtęci w punktach *A* i *B*:

$$p_A = p_B$$



Ciśnienie w punkcie *A* jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, a ciśnienie w punkcie *B* jest równe sumie ciśnienia słupa rtęci i ciśnienia $p_n(T)$ pary nad słupem rtęci. Zastosujemy wzór na ciśnienie słupa rtęci, a ciśnienie pary rtęci pominiemy:

$$p_A = p_{at} \qquad p_B = p_n(T) + \rho(T)gh \approx \rho(T)gh$$

$$p_{at} = \rho(T)gh$$

$$h \approx \frac{1013 \cdot 10^2\ \mathrm{Pa}}{13{,}55 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}807\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 0{,}762314\ldots\ \mathrm{m} \approx 762{,}3\ \mathrm{mm}$$

ELEMENTY FIZYKI ATOMOWEJ, JĄDROWEJ I RELATYWISTYCZNEJ

Zadanie 25. Jądro technetu

W diagnostyce i terapii medycznej stosuje się m.in. jądrowe promieniowanie gamma z zakresu niskich energii. Źródłem takiego promieniowania są procesy zachodzące w jądrach izotopów pierwiastków promieniotwórczych. Jednym z takich procesów, które wykorzystuje się w medycynie, jest przejście jądra technetu $^{99m}_{43}Tc$ ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego ^{99}Tc (lewy górny indeks ^{m} oznacza stan wzbudzony). W tym procesie jest emitowany kwant gamma.

Czas połowicznego rozpadu (w tym przypadku przejścia do stanu podstawowego) wzbudzonych jąder technetu wynosi T = 6 h. Masa jądra technetu ^{99}Tc w stanie podstawowym wynosi m = 164,23768·10^{-27} kg.

Jądra wzbudzonego technetu $^{99m}_{43}Tc$ otrzymuje się m.in. w wyniku przemiany β^-, której podlegają jądra izotopu molibdenu ^{99}Mo. W innej metodzie jądra wzbudzonego technetu $^{99m}_{43}Tc$ otrzymuje się w wyniku ostrzeliwania wiązką rozpędzonych protonów tarczy z izotopu molibdenu ^{100}Mo. Gdy jeden proton uderzy w jądro ^{100}Mo, to dochodzi do reakcji jądrowej, której produktami są jądro $^{99m}_{43}Tc$ oraz dwie pewne cząstki elementarne.

Zadanie 25.1. (0–3)

Zapisz poniżej równania reakcji/przemian jądrowych 1.–3., opisanych w informacji do zadania 25. Uwzględnij liczby atomowe oraz liczby masowe jąder, oznaczenie stanu wzbudzonego jądra, oznaczenie fotonu oraz liczbę cząstek elementarnych.

1. Reakcja przemiany jądra technetu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego:

2. Reakcja przemiany β^-, w wyniku której z jądra ^{99}Mo powstaje jądro technetu w stanie wzbudzonym:

3. Reakcja jądrowa zderzenia protonu z jądrem ^{100}Mo, w wyniku której powstaną jądro technetu w stanie wzbudzonym i dwie cząstki elementarne:

Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:

5) posługuje się pojęciami: pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej;
6) zapisuje reakcje jądrowe stosując, zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne zapisanie trzech reakcji.
2 pkt – poprawne zapisanie dwóch reakcji.
1 pkt – poprawne zapisanie jednej reakcji.
0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

1. $$^{99m}_{43}\mathrm{Tc} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} + \gamma$$

2. $$^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99m}_{43}\mathrm{Tc} + e^{-} + \tilde{\nu}_e$$

Uwaga: Zapis antyneutrina w reakcji nie jest wymagany, a elektron można zapisać jako β^-.

3. $$^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{100}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99m}_{43}\mathrm{Tc} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Zadanie 25.2. (0–2)

Obserwowano próbkę zawierającą jądra technetu $^{99m}_{43}\mathrm{Tc}$ w stanie wzbudzonym.

Oblicz, jaka część z początkowej liczby wzbudzonych jąder technetu w próbce przejdzie do stanu podstawowego po czasie *t* = 2 h (licząc od pewnej chwili początkowej). Wynik podaj w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Wymagania ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:
   12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; opisuje zasadę datowania substancji na podstawie węgla ^{14}C.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $N_r(t)/N_0$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $N(t)/N_0$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

LUB

– zapisanie prawa rozpadu promieniotwórczego do obliczenia $N(t)$, łącznie z prawidłowym określeniem wykładnika t/T potęgi liczby ½, oraz zapisanie wyrażenia na liczbę jąder wzbudzonych, która przeszła do stanu podstawowego po czasie t: $N_r(t) = N_0 - N(t)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Zastosujemy statystyczne prawo rozpadu promieniotwórczego. Obliczymy, jaka część liczby jąder wzbudzonych pozostanie w próbce po czasie t. Oznaczymy przez N_0 liczbę jąder wzbudzonych w chwili początkowej, a przez $N(t)$ – liczbę jąder wzbudzonych pozostających w próbce po czasie t od chwili początkowej:

$$N(t) = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$N(t) = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\,\mathrm{h}}{6\,\mathrm{h}}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{N(t)}{N_o} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_o} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}79$$

Komentarz

Liczba jąder wzbudzonych $N_r(t)$, która przeszła do stanu podstawowego po czasie t, wynosi:

$$N_r(t) = N_0 - N(t)$$

a zatem:

$$\frac{N_r(t)}{N_o} = \frac{N_0 - N(t)}{N_o} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}21$$

Zadanie 25.3. (0–3)

Podczas przejścia jądra technetu ze stanu wzbudzonego ^{99m}Tc do stanu podstawowego ^{99}Tc został wyemitowany – z tego jądra – kwant gamma o długości fali λ = 8,69 pm.

Oblicz masę m_{m} jądra technetu ^{99m}Tc w stanie wzbudzonym. Pomiń efekt związany z odrzutem jądra przy emisji kwantu. Wynik podaj w zaokrągleniu do ośmiu cyfr znaczących.

Wymagania ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:

2) […]; stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii.

XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:

3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej;

7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; […];

8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy wzbudzonego jądra technetu oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z odpowiednią dokładnością (taką, z jaką wyrażono masę jądra w stanie podstawowym) i jednostką (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe oraz wzoru Plancka na energię fotonu, łącznie z prawidłowym podstawieniem wszystkich danych oraz odpowiednich stałych przyrody (np. jak w kroku 2.).

1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe jąder oraz z uwzględnieniem energii fotonu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Zapiszemy zasadę zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem energii spoczynkowych jąder technetu (wzór Einsteina) i energii fotonu. Energię kinetyczną jądra po emisji fotonu pominiemy:

$$m_{\mathrm{m}}c^2 = mc^2 + E_\gamma$$

Komentarz (krok 2.)
W powyższym wzorze zastosujemy wzór Plancka na energię fotonu, następnie podstawimy odpowiednie wartości liczbowe do uzyskanego wyrażenia:

$$m_{\mathrm{m}}c^2 = mc^2 + \frac{hc}{\lambda} \qquad \rightarrow \qquad m_{\mathrm{m}} = m + \frac{h}{c\lambda}$$

$$m_{\mathrm{m}} = 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \quad + \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{3 \cdot 10^{8}\ (\mathrm{m/s}) \cdot 8{,}69 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}}$$

Komentarz (krok 3.)
Wykonujemy obliczenia, a wynik zaokrąglamy do ośmiu cyfr znaczących:

$$m_{\mathrm{m}} \approx 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \quad + 0{,}254 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$$

$$m_{\mathrm{m}} \approx 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} + 0{,}00025 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \approx 164{,}23793 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Zadanie 26. Odrzut atomu przy emisji fotonu

W wyniku przejścia elektronu pomiędzy pewnymi poziomami energetycznymi w atomie cezu, został wyemitowany foton o energii E_f = 59,5 eV. Wskutek emisji fotonu atom cezu doznał odrzutu. Masa atomu cezu jest równa m = 2,19·10^{-25} kg.

Przyjmij, że pomiar energii fotonu wykonano w układzie odniesienia, w którym atom cezu początkowo spoczywał.

Zadanie 26.1. (0–3)

Oblicz wartość prędkości odrzutu, którą uzyskał atom cezu podczas emisji fotonu.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
  2) […]; stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii;
  6) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości odrzutu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton, łącznie z zastosowaniem wzoru na pęd fotonu i pęd atomu cezu, zapisanie związku między pędem fotonu (lub długością fali) a energią fotonu, prawidłowa identyfikacja wielkości (np. jak w kroku 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton łącznie z zastosowaniem wzoru na pęd atomu cezu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy zasadę zachowania pędu dla układu atom – foton. Pęd początkowy układu wynosi zero, zatem pęd całkowity układu po emisji fotonu też wynosi zero:

$$\vec{0} = \vec{p}_{at} + \vec{p}_f$$

$$\vec{p}_{at} = -\vec{p}_f \xrightarrow{\text{wartości}} p_{at} = p_f$$

gdzie:

$$p_{at} = mv$$

Komentarz (krok 2.)
Skorzystamy ze wzorów na energię fotonu i pęd fotonu:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} \qquad p_f = \frac{h}{\lambda}$$

i wyznaczymy związek między energią fotonu a jego pędem:

$$p_f = \frac{E_f}{c}$$

Komentarz (krok 3.)
Otrzymane związki podstawimy do zasady zachowania pędu i wykonamy obliczenia:

$$mv = \frac{E_f}{c}$$

$$v = \frac{E_f}{mc} = \frac{59{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2{,}19 \cdot 10^{-25} \cdot 3 \cdot 10^{8}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 14{,}5 \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}145\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Informacja do zadań 26.2.–26.3.

Poniższy wzór pozwala wyznaczyć stosunek energii kinetycznej E_{kin}, jaką uzyskał atom w wyniku odrzutu przy emisji fotonu, do energii E_f emitowanego fotonu:

$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{E_f}{2mc^2}$$

gdzie m oznacza masę atomu, a c oznacza wartość prędkości światła w próżni.

Zadanie 26.2. (0–2)

Wyprowadź wzór podany w powyższej informacji. Podaj wszystkie zależności niezbędne do jego wyprowadzenia.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
   2) […]; stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii;
   6) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyprowadzenie żądanej zależności z wykorzystaniem wzoru na energię kinetyczną odrzuconego atomu, związku między pędem fotonu i energią fotonu oraz z wykorzystaniem zasady zachowania pędu.

1 pkt – zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton, łącznie z zapisaniem wzorów na energię kinetyczną odrzuconego atomu i energię fotonu

LUB

– zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton, łącznie z zastosowaniem wzorów na pęd atomu i pęd fotonu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Wyrazimy energię kinetyczną odrzuconego atomu za pomocą jego pędu, z wykorzystaniem wzorów:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad p_{at} = mv$$

$$E_{kin} = \frac{p_{at}^2}{2m}$$

Zastosujemy związek między pędem fotonu a energią fotonu:

$$p_f = \frac{E_f}{c}$$

Zastosujemy zasadę zachowania pędu układu atom – foton:

$$p_{at} = p_f$$

Obliczamy stosunek energii kinetycznej atomu do energii fotonu, z wykorzystaniem powyższych zależności:

$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{p_{at}^2}{2mE_f} = \frac{p_f^2}{2mE_f} = \frac{\left(\frac{E_f}{c}\right)^2}{2mE_f} = \frac{E_f}{2mc^2}$$

Zadanie 26.3. (0–1)

Oblicz stosunek energii kinetycznej E_{kin}, jaką uzyskał atom cezu w wyniku odrzutu, do energii E_f emitowanego fotonu. Zapisz wniosek wynikający z tych obliczeń.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna metoda obliczenia, prawidłowy wynik liczbowy oraz zapisanie poprawnego wniosku.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (ze wzoru podanego w zadaniu)

$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{E_f}{2mc^2} = \frac{59{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{2 \cdot 2{,}19 \cdot 10^{-25} \cdot 3^2 \cdot 10^{8 \cdot 2}\ \mathrm{J}} \approx 2{,}4 \cdot 10^{-10}$$

Wniosek: Energia kinetyczna odrzuconego atomu jest do pominięcia w porównaniu z energią emitowanego fotonu.

Sposób 2. (z obliczonej prędkości odrzutu)

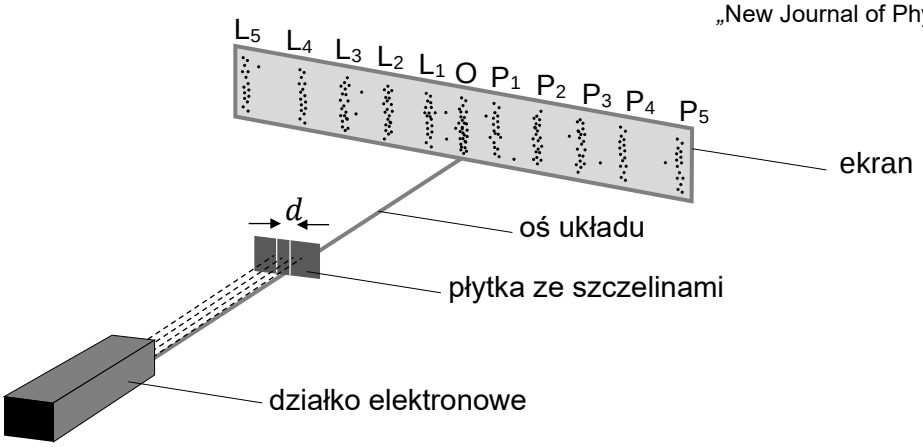
$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{mv^2}{2}\frac{1}{E_f} = \frac{219 \cdot 10^{-27} \cdot 0{,}145^2\ \mathrm{J}}{2 \cdot 59{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} \approx 0{,}024 \cdot 10^{-8} \approx 2{,}4 \cdot 10^{-10}$$

Wniosek: Foton unosi prawie całą energię wydzieloną w procesie przeskoku elektronu w atomie.

Zadanie 27. Interferencja elektronu na podwójnej szczelinie

Wiązkę elektronów rozpędzono w polu elektrycznym napięciem $U = 610$ V i skierowano prostopadle na ekran. Pomiędzy działkiem elektronowym a ekranem, na drodze wiązki elektronów, ustawiono płytkę ze szczelinami. Odległość pomiędzy środkami szczelin wynosiła $d = 270$ nm, a szerokość szczelin w stosunku do odległości między nimi była bardzo mała. Elektrony padające na ekran po przejściu przez płytkę utworzyły obraz interferencyjny w postaci prążków. Miejsca, w których obserwuje się na ekranie lokalne maksima liczby elektronów (prążki), oznaczono L_1–L_5, O oraz P_1–P_5. Przyjmij, że elektrony poruszały się w próżni i wystrzeliwane były z działka pojedynczo (!).

Na podstawie: R. Bach, D. Pope, Sy-Hwang Liou and H. Batelaan, *Controlled double-slit electron diffraction*, „New Journal of Physics", marzec 2013.



Uwaga! Rozmiary i kąty na rysunku są umowne, a otrzymany obraz został powiększony.

Zadanie 27.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Jeżeli napięcie U przyśpieszające elektrony wzrośnie, a inne warunki doświadczenia pozostaną bez zmian, to kąty, pod którymi obserwuje się na ekranie lokalne maksimum liczby elektronów,

A.	wzrosną,	ponieważ długość fali de Broglie'a każdego elektronu w przyśpieszonej wiązce	**1.**	się nie zmieni.
B.	zmaleją,		**2.**	zmaleje.
C.	się nie zmienią,		**3.**	wzrośnie.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

X. Fale i optyka. Zdający:
   12) opisuje zależność przestrzennego obrazu interferencji od długości fali i odległości między źródłami.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
   9) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B2

Zadanie 27.2. (0–3)

Wykaż, że wartość pędu pojedynczego elektronu w rozpędzonej wiązce wynosi p = 1,33·10^{-23} kg·(m/s). Wykonaj odpowiednie obliczenia.

Wymaganie ogólne
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe
II. Mechanika. Zdający:
- 14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką […];
- 20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

VII. Elektrostatyka. Zdający:
- 8) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym; posługuje się pojęciem potencjału pola i jego jednostką;
- 9) oblicza zmianę energii ładunku w polu centralnym i jednorodnym.

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości pędu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).
2 pkt – doprowadzenie do wyrażenia równoważnego wyrażeniu $p^2 = 2meU$ po wykorzystaniu związków $\Delta E_{kin} = eU$ oraz $p = mv$ (np. jak w kroku 1. i 2.) oraz prawidłowe podstawienie wartości liczbowych.
1 pkt – zapisanie związku między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą sił w polu elektrycznym – łącznie z zastosowaniem wzoru $W = eU$ na tę pracę oraz na energię kinetyczną (np. jak w kroku 1.)
LUB
– zapisanie związku między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą w polu elektrycznym – łącznie z wyrażeniem energii kinetycznej za pomocą pędu (bez podania wzoru na tę pracę).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Zastosujemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron, łącznie ze wzorem na energię kinetyczną:

$$\Delta E_{kin} = W_E \qquad \text{gdzie} \qquad \Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

Ponadto zastosujemy wzór na pracę w polu elektrycznym:

$$W_E = eU$$

Z tego wynika, że:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

Komentarz (krok 2.)
Wyrazimy energię kinetyczną za pomocą pędu i masy elektronu:

$$p = mv \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Z powyższych zależności otrzymujemy:

$$\frac{p^2}{2m} = eU$$

Komentarz (krok 3.)
Wykonujemy obliczenia:

$$p = \sqrt{2m\Delta E_{kin}} \qquad \rightarrow \quad p = \sqrt{2meU}$$

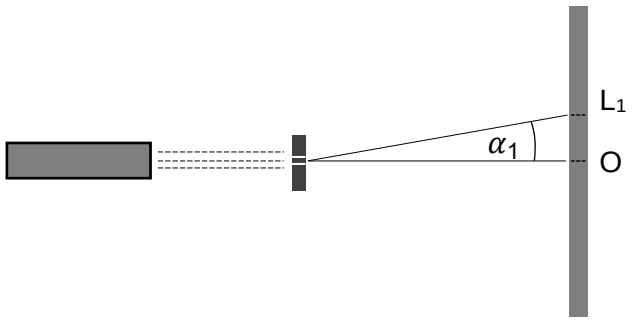
$$p = \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}1 \cdot 10^{2}}\ \frac{\text{kg·m}}{\text{s}}$$

$$p = 13{,}3 \cdot 10^{-24}\ \frac{\text{kg·m}}{\text{s}} = 1{,}33 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{kg·m}}{\text{s}}$$

Zadanie 27.3. (0–2)

Oblicz kąt α_1 określony pomiędzy osią układu a kierunkiem, pod jakim obserwuje się na ekranie pierwsze lokalne maksimum liczby rejestrowanych elektronów (L_1).

Do obliczeń przyjmij, że wartość pędu pojedynczego elektronu w rozpędzonej wiązce jest równa $p = 1{,}33 \cdot 10^{-23}$ kg·(m/s).



Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

X. Fale i optyka. Zdający:
   12) opisuje zależność przestrzennego obrazu interferencji od długości fali i odległości między źródłami.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
   9) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia kąta α_1 oraz prawidłowa wartość kąta α_1.
1 pkt – zastosowanie wzoru de Broglie'a oraz prawidłowe obliczenie długości fali elektronu
LUB
– zastosowanie wzoru de Broglie'a łącznie z zastosowaniem wzoru na wzmocnienie interferencyjne fali przechodzącej przez układ dwóch szczelin.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz
Wyznaczymy długość fali prawdopodobieństwa (fali de Broglie'a) elektronu ze związku między długością fali a pędem swobodnej cząstki:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}}{1{,}33 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{kg{\cdot}m}}{\mathrm{s}}} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m} = 0{,}05\ \mathrm{nm}$$

Komentarz
Do obliczenia kąta wykorzystamy wzór na wzmocnienie interferencyjne fali elektronu przechodzącej przez układ dwóch szczelin (dla *n* = 1):

$$n\lambda = d \sin \alpha_n \qquad \rightarrow \qquad \sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{0{,}05\ \mathrm{nm}}{270\ \mathrm{nm}} = 0{,}000(185) \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_1 \approx 0{,}011° \approx 0{,}0002\ \mathrm{rad}$$

Uwaga!
Opisany eksperyment dyfrakcji <u>pojedynczych</u> elektronów – jeden z najdonioślejszych w fizyce – jest realizacją eksperymentu myślowego Richarda Feynmana. Sam Feynman pisał o tym zjawisku jako mającym w sobie serce mechaniki kwantowej i zawierającym tajemnicę.

Efekty zaobserwowane w opisanym doświadczeniu są niezwykle subtelne. Uzyskano bardzo małe kąty obserwacji wzmocnień interferencyjnych, ale znacząco większe od stosunku $d/$(*odległość płytki do ekranu*). Dlatego otrzymany na ekranie obraz dyfrakcji i interferencji elektronów także był bardzo mały. Uzyskany wzór powiększono za pomocą elektrostatycznej soczewki kwadrupolowej i zobrazowano na specjalnym ekranie.

Wyniki doświadczenia potwierdzają falowe własności <u>pojedynczych</u> elektronów.

Zadanie 27.4. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdy elektron wyleci z działka elektronowego, to miejsce, na które padnie na ekranie po przejściu przez płytkę z dwoma szczelinami,

A. może być jednoznacznie przewidziane na podstawie zasad dynamiki, położenia początkowego i prędkości początkowej elektronu oraz działających na niego sił.

B. może być jednoznacznie przewidziane jedynie na podstawie toru ruchu elektronu przed płytką i położenia szczelin w płytce względem tego toru.

C. nie może być ściśle przewidziane, ale może być określone z pewnym prawdopodobieństwem, zależącym od pędu elektronu i od odległości między szczelinami.

D. nie może być ściśle przewidziane, ale może być określone z pewnym prawdopodobieństwem, zależącym od tego, przez którą szczelinę przeszedł elektron.

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

X. Fale i optyka. Zdający:
   12) opisuje zależność przestrzennego obrazu interferencji od długości fali i odległości między źródłami.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
   9) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 28. Energia całkowita, spoczynkowa i kinetyczna cząstki

Cząstka o masie m porusza się w układzie inercjalnym z prędkością o wartości v. Energię kinetyczną cząstki oznaczymy jako E_k, jej energię spoczynkową oznaczymy jako E_0, a energię całkowitą cząstki oznaczymy przez E.

Zadanie 28.1. (0–2)

Wykaż, że jeżeli energia spoczynkowa cząstki jest znacznie mniejsza od energii kinetycznej:

$$\boldsymbol{E_0 \ll E_k}$$

to cząstka porusza się z prędkością bliską prędkości światła, tzn.:

$$\boldsymbol{\frac{v}{c} \approx 1}$$

Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
   20) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:
   2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wykazanie tezy: tzn. poprawna analiza zależności między stosunkiem v/c a stosunkiem E_0/E, łącznie z powołaniem się na założenie oraz na związek między energią całkowita, spoczynkową i kinetyczną (np. jak w krokach 1.–2.).

1 pkt – wyprowadzenie (lub zapisanie) związku między stosunkiem v/c a stosunkiem E_0/E (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Komentarz (krok 1.)

Skorzystamy ze wzorów na energię całkowitą i spoczynkową:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad E_0 = mc^2$$

Zapiszemy związek między tymi energiami:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Z powyższego równania wyznaczymy stosunek v/c i dalej zbadamy, jak on zależy od energii całkowitej oraz energii kinetycznej.

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

Komentarz (krok 2.)

Następnie przeprowadzimy analizę otrzymanego wzoru. Wykorzystamy założenie zadania oraz związek między energią całkowitą a energią kinetyczną:

$$E_0 \ll E_k \Leftrightarrow \frac{E_0}{E_k} \approx 0 \qquad \text{oraz} \qquad E = E_k + E_0$$

Jeżeli $\frac{E_0}{E_k} \approx 0$ to także $\frac{E_0}{E_k + E_0} = \frac{E_0}{E} \approx 0$

Dlatego:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \approx \sqrt{1 - 0^2} \approx 1$$

Sposób 2.

Komentarz (krok 1.)

Skorzystamy ze wzorów na energię całkowitą i spoczynkową:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad E_0 = mc^2$$

Zapiszemy stosunek E_0/E:

$$\frac{E_0}{E} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Komentarz (krok 2.)
Następnie przeprowadzimy analizę powyższego wzoru. Wykorzystamy założenie zadania oraz związek między energią całkowitą a energią kinetyczną:

$$E_0 \ll E_k \qquad \text{oraz} \qquad E = E_k + E_0$$

Ponieważ $E_0 \ll E_k$, to także $E_0 \ll E$, gdyż E jest sumą E_0 i E_k. W takiej sytuacji pierwiastek w powyższym wzorze musi być bliski 0, co oznacza, że stosunek v/c jest bliski 1.

Zadanie 28.2. (0–3)

Elektron został rozpędzony w polu elektrycznym napięciem $U = 8{,}0 \cdot 10^5$ V. Pomiń wpływ innych pól na ruch elektronu oraz przyjmij, że elektron poruszał się w próżni, a jego prędkość początkowa wynosiła 0. Przyjmij do obliczeń masę elektronu równą $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg oraz wartość bezwzględną ładunku elementarnego równą $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Oblicz prędkość, jaką elektron uzyskał w polu elektrycznym.

Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

VII. Elektrostatyka. Zdający:

8) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym; posługuje się pojęciem potencjału pola i jego jednostką;
9) oblicza zmianę energii ładunku w polu centralnym i jednorodnym.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:

2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej;
3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości elektronu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii całkowitej elektronu, prawidłowy wynik liczbowy z jednostką, oraz zastosowanie związku między energią całkowitą cząstki a jej prędkością (np. jak w krokach 1.–2.).

1 pkt – poprawna metoda obliczenia energii spoczynkowej elektronu, energii kinetycznej elektronu oraz prawidłowy wynik liczbowy w co najmniej jednym przypadku (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)
Na początku musimy rozstrzygnąć, czy będziemy stosowali wzory mechaniki klasycznej, czy mechaniki relatywistycznej. Wzory mechaniki klasycznym moglibyśmy zastosować, gdyby energia kinetyczna elektronu okazała się znacznie mniejsza od energii spoczynkowej elektronu. Dlatego najpierw obliczymy energię spoczynkową elektronu.

$$E_0 = mc^2 \quad \rightarrow \quad E_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \approx 8{,}2 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

Następnie obliczymy energię kinetyczną elektronu. Zastosujemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron:

$$\Delta E_k = W_E \qquad \text{gdzie} \qquad W_E = eU$$

$$E_k - 0 = eU \quad \rightarrow \quad E_k = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 8{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{V} = 12{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

Komentarz (krok 2.)
Energia kinetyczna elektronu jest porównywalna z jego energią spoczynkową, a nawet jest od niej większa. Dlatego prędkość elektronu obliczymy ze wzoru relatywistycznego na energię całkowitą. W tym celu najpierw obliczymy energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i spoczynkowej.

$$E = E_k + E_0 \quad \rightarrow \quad E \approx 21 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

Do obliczenia prędkości elektronu wykorzystamy związek między energią całkowitą a prędkością elektronu:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Komentarz (krok 3.)
Z powyższego wzoru wyznaczymy prędkość elektronu i obliczymy jej wartość.

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

$$v \approx \sqrt{1 - \left(\frac{8{,}2}{21}\right)^2} \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}92 \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}8 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Uwaga!
Zastosowanie wzoru klasycznego na energię kinetyczną ($E_k = \frac{1}{2}mv^2$) byłoby w tym przypadku błędne i doprowadziłoby do wyniku $v \approx 5{,}3 \cdot 10^8$ m/s, w którym prędkość elektronu byłaby większa od prędkości światła (co jest niemożliwe).

3. Informacja o egzaminie maturalnym z fizyki dla absolwentów niesłyszących

Informacje o egzaminie maturalnym z fizyki przedstawione w rozdziale *1. Opis egzaminu maturalnego z fizyki* dotyczą również egzaminu dla absolwentów niesłyszących. Ponadto zdający niesłyszący przystępują do egzaminu maturalnego w warunkach i formie dostosowanych do potrzeb wynikających z ich niepełnosprawności.

Dostosowanie warunków przeprowadzenia egzaminu maturalnego dla absolwentów niesłyszących obejmuje m.in. czas trwania egzaminu. Dostosowanie formy egzaminu maturalnego z fizyki dla absolwentów niesłyszących polega na przygotowaniu odpowiednich arkuszy, w których uwzględnia się zmianę sposobu formułowania treści niektórych zadań i poleceń. Zmiany te dotyczą zamiany pojedynczych słów, zwrotów lub całych zdań – jeśli mogłyby one być niezrozumiałe lub błędnie zrozumiane przez osoby niesłyszące. Jednak takie zmiany nie mogą wpływać na merytoryczną treść zadania oraz nie mogą dotyczyć terminów typowych dla danej dziedziny wiedzy.

Szczegółowe informacje z tym związane określone są w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu maturalnego* w danym roku szkolnym.

W dalszej części tego rozdziału zostały przedstawione przykładowe zadania, które ilustrują sposób dostosowania niektórych zadań wybranych z rozdziału *2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami.* Zachowano tę samą numerację zadań.

Zadanie 2. Spadająca kulka

Metalową kulkę o masie m = 0,250 kg rzucono pionowo w dół. Na wysokości h = 1,80 m nad podłożem, w chwili t_0 = 0, kulka miała prędkość o wartości v_0 = 3,20 m/s. Od wysokości h, aż do podłoża, kulka spadała swobodnie i nie obracała się. Kulka upadła na twarde podłoże i odbiła się od niego. Czas oddziaływania (zderzenia) kulki z podłożem był równy Δt = 0,005 s. Podczas pierwszego zderzenia z podłożem kulka straciła 25% swojej energii mechanicznej.

Do analizy zjawiska przyjmij jego uproszczony model, w którym:
- pomiń opory powietrza podczas ruchu kulki;
- przyjmij, że siła $\vec{F}_R$ reakcji podłoża działająca na kulkę podczas zderzenia była stała;
- przyjmij do obliczeń wartość przyśpieszenia ziemskiego równą 9,81 m/s^2.

Zadanie 2.1. (0–2)

Oblicz czas trwania ruchu kulki od chwili t_0 = 0 do chwili pierwszego uderzenia w podłoże. Wykorzystaj informacje z zadania 2.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zastosowanie i rozwiązanie równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – zapisanie równania zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyśpieszonym prostoliniowym – łącznie z prawidłową identyfikacją drogi, przyśpieszenia i prędkości początkowej (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową. W zadaniu przebytą drogą jest wysokość h, a przyspieszeniem jest g.

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Do równania ruchu wpiszemy dane. Pamiętamy, że dane wpisujemy w jednostkach podstawowych układu SI:

$$1{,}8 = 3{,}2t + 4{,}905t^2 \quad \rightarrow \quad 4{,}905t^2 + 3{,}2t - 1{,}8 = 0$$

Komentarz (krok 2.)

Rozwiążemy równanie kwadratowe i wybierzemy dodatnie rozwiązanie:

$$\sqrt{\Delta} \approx 6{,}75 \quad \rightarrow \quad t \approx \frac{-3{,}2 + 6{,}75}{2 \cdot 4{,}905}\ \mathrm{s} \approx 0{,}36\ \mathrm{s}$$

Uwaga! Rozwiązanie równania kwadratowego można przedstawić na symbolach ogólnych:

$$\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t - h = 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad \rightarrow \quad t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} \approx 0{,}36\ \mathrm{s}$$

Zadanie 2.2. (0–2)

Udowodnij, że wartość prędkości kulki chwilę przed pierwszym uderzeniem w podłoże wynosi $v_1 \approx$ 6,75 m/s.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wykazania podanej wartości prędkości oraz prawidłowe obliczenia (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii, łącznie z poprawnym użyciem wzorów na energię mechaniczną (w tym – potencjalną i kinetyczną) oraz poprawną identyfikacją wielkości we wzorze (np. jak w kroku 1.)

LUB

– skorzystanie z równania na prędkość i obliczonego czasu (np. jak w uwadze na końcu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Skorzystamy – zgodnie z przyjętym modelem – z zasady zachowania energii mechanicznej. Energia mechaniczna E_0 na wysokości h jest równa energii E_1 chwilę przed uderzeniem w podłoże:

$$E_1 = E_0 \quad \rightarrow \quad E_{kin0} + E_{pot0} = E_{kin1}$$

Wykorzystamy wzory na energię kinetyczną i potencjalną:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Komentarz (krok 2.)

Przekształcimy powyższe równanie, wpiszemy dane i wykonamy obliczenia:

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2} \qquad \rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}80\ \mathrm{m} + 3{,}2^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} \approx 6{,}75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Uwaga! Wartość prędkości można obliczyć z równania na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym. Wykorzystamy czas obliczony w zadaniu 2.1:

$$v_2 = v_1 + gt \approx 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}36\ \mathrm{s} \approx 6{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 2.3. (0–3)

Oblicz wartość siły <u>reakcji podłoża</u> działającej na kulkę podczas zderzenia kulki z podłożem.

Pamiętaj, że wartość prędkości, jaką miała kulka chwilę przed uderzeniem w podłoże wynosi $v_1 \approx 6{,}75$ m/s.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości siły reakcji i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1–3.).

2 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki, łącznie z prawidłowym zapisaniem siły wypadkowej, oraz poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki łącznie z prawidłowym zapisaniem siły wypadkowej (np. jak w kroku 1.)

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Komentarz (krok 1.)

Siłę reakcji podłoża $\vec{F}_R$ wyznaczymy z II zasady dynamiki. II zasadę dynamiki zapiszemy jako związek siły wypadkowej ze zmianą wektora pędu w czasie:

$$\frac{\Delta \vec{p}_{12}}{\Delta t} = \vec{F}_R + \vec{F}_g$$

Powyższe równanie wektorowe rozpiszemy na składową wzdłuż osi pionowej. Składową wektora skierowaną do góry oznaczymy z plusem, a do dołu – z minusem.

$$\frac{m\big(v_2 - (-v_1)\big)}{\Delta t} = F_R + \big(-F_g\big) \qquad \rightarrow \qquad \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} = F_R - F_g$$

Komentarz (krok 2.)
Obliczymy wartość prędkości kulki po odbiciu. Zapiszemy związek między energią mechaniczną przed odbiciem i po odbiciu kulki:

$$0{,}75 \cdot E_{przed} = E_{po}$$

$$0{,}75 \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh\right) = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{0{,}75 \cdot (2gh + v_0^2)}$$

$$v_2 = \sqrt{0{,}75 \cdot \left(2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}80\ \mathrm{m} + 3^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right)} \approx 5{,}85\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Komentarz (krok 3.)
Obliczoną wartość v_2 podstawimy (wpiszemy) do wzoru na siłę reakcji wyznaczonego z równań w kroku 1.

$$F_R = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + F_g$$

$$F_R = \frac{0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot (5{,}85 + 6{,}75)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}005\ \mathrm{s}} + 0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

$$F_R \approx\ 630{,}0\ \mathrm{N} + 2{,}45\ \mathrm{N}\ \approx 632{,}5\ \mathrm{N}$$

Zadanie 7. Ruch Eris dookoła Słońca

Planeta karłowata Eris obiega Słońce po orbicie eliptycznej w czasie około 557 lat ziemskich. Prędkość Eris w peryhelium ma wartość v_P = 5,81 km/s, a prędkość Eris w aphelium ma wartość v_A = 2,25 km/s. Wektory prędkości planety w aphelium i peryhelium są prostopadłe do promienia wodzącego – łączącego Eris ze Słońcem.

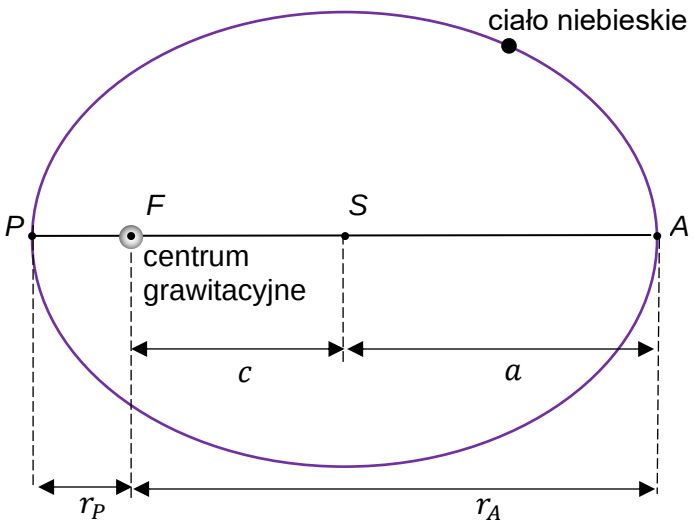
Wiemy, że III prawo Keplera – zastosowane do orbit eliptycznych – ma postać:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const}$$

gdzie a jest długością półosi wielkiej elipsy (patrz opis elipsy poniżej).

Informacja do zadań 7.1.– 7.3.

Na rysunku poniżej przedstawiono orbitę eliptyczną ruchu ciała niebieskiego dookoła centrum grawitacyjnego. Oznaczono i opisano wybrane punkty i odcinki opisujące geometrię takiej orbity.



F – jedno z ognisk elipsy.

S – środek elipsy.

P – punkt orbity leżący najbliżej centrum grawitacyjnego.

A – punkt orbity leżący najdalej od centrum grawitacyjnego.

SP lub *SA* – wielka półoś elipsy.

Relacje między długościami odcinków:

$$r_A + r_P = 2a \qquad r_A - r_P = 2c$$

Kształt orbity eliptycznej opisuje m.in. mimośród orbity. Mimośród orbity obliczamy ze wzoru:

$$e = \frac{c}{a}$$

Zadanie 7.1. (0–3)

Oblicz mimośród orbity Eris. Wykorzystaj podane informacje o elipsie oraz odpowiednie zależności lub zasady fizyczne. Wynik zapisz w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia mimośrodu oraz prawidłowy wynik liczbowy (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne wyrażenie wzoru na mimośród za pomocą prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – zapisanie równania zasady zachowania momentu pędu łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi (np. jak w pierwszym wzorze w kroku 2.).

LUB

– częściowe wyprowadzenie wzoru na mimośród, tzn. zapisanie go za pomocą odległości (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy wzór na mimośród. Skorzystamy z dwóch ostatnich informacji w zadaniu. Wynik zapiszemy za pomocą stosunku odległości:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{r_A - r_P}{2}}{\frac{r_A + r_P}{2}} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}}$$

Komentarz (krok 2.)

Powyższy wzór przedstawimy za pomocą prędkości. Skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego poruszającego się pod działaniem siły centralnej. Porównamy momenty pędu w peryhelium i aphelium: $L_P = L_A$, dlatego:

$$mv_P r_P = mv_A r_A \qquad \rightarrow \qquad \frac{r_P}{r_A} = \frac{v_A}{v_P}$$

Zapiszemy wzór na mimośród za pomocą stosunku prędkości:

$$e = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}} = \frac{1 - \frac{v_A}{v_P}}{1 + \frac{v_A}{v_P}}$$

Komentarz (krok 3.)

Obliczymy mimośród orbity:

$$e = \frac{1 - \frac{2{,}25}{5{,}81}}{1 + \frac{2{,}25}{5{,}81}} \approx \frac{1 - 0{,}387}{1 + 0{,}387} \approx 0{,}44$$

Zadanie 7.2. (0–2)

Oblicz długość półosi wielkiej a orbity eliptycznej Eris. Wykorzystaj podaną w treści zadania informację o III prawie Keplera dla orbity eliptycznej. Wynik zapisz w jednostkach astronomicznych w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia półosi wielkiej oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z odpowiednią dokładnością i jednostką.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z III prawa Keplera łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi – dla planety Eris i dla Ziemi.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz

Wykorzystamy III prawo Keplera dla orbity eliptycznej Eris i dla orbity kołowej Ziemi. Półoś wielką orbity Eris oznaczymy a_E, a promień orbity Ziemi oznaczymy a_Z. Podobnie oznaczymy okresy obiegu planet dookoła Słońca. Zapiszemy równanie III prawa Keplera:

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3}$$

Pamiętamy najważniejsze informacje o ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

$$T_Z = 1\ \text{rok} \quad a_Z = 1\ \text{au}$$

$$\frac{557^2\ \text{lat}^2}{a_E^3} = \frac{1^2\ \text{rok}^2}{1^3\ \text{au}^3} \qquad \rightarrow \qquad a_E \approx 67{,}7\ \text{au}$$

Zadanie 7.3. (0–3)

Wyprowadź poniższe wzory, z których można obliczyć wartości prędkości planety w punktach peryhelium i aphelium. Masę Słońca oznaczamy jako M, stałą grawitacji oznaczamy jako G:

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \qquad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzorów i prawidłowa postać wzorów na prędkość planety w peryhelium i aphelium (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – zapisanie zasad zachowania z prawidłowym użyciem wzorów na energie kinetyczne, potencjalne, momenty pędu, łącznie z prawidłowym oznaczeniem wielkości (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania momentu pędu i zasady zachowania energii mechanicznej w ruchu orbitalnym planety (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Wykorzystamy zasadę zachowania momentu pędu oraz zasadę zachowania energii mechanicznej. Moment pędu $\vec{L}$ planety względem centrum grawitacyjnego nie zmienia się podczas ruchu orbitalnego planety, ponieważ siła grawitacji jest siłą centralną. Energia mechaniczna E planety jest stała podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą zachowawczą. Porównamy obie wielkości do siebie w punkcie peryhelium *P* i punkcie aphelium *A*:

$$\begin{cases} L_P = L_A \\ E_P = E_A \end{cases}$$

Komentarz (krok 2.)
Wykorzystamy wzory na moment pędu oraz energię mechaniczną w punktach *P* i *A*:

$$\begin{cases} mv_P r_P = mv_A r_A \\ \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GMm}{r_P} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} \end{cases}$$

Komentarz (krok 3.)
Z powyższego układu równań wyznaczymy prędkości w funkcji parametrów orbity i masy Słońca:

$$\begin{cases} v_P = v_A \frac{r_A}{r_P} \\ \frac{1}{2}v_P^2 - \frac{GM}{r_P} = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{GM}{r_A} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\left(v_A \cdot \frac{r_A}{r_P}\right)^2 - \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{GM}{r_P} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\left(\frac{r_A^2}{r_P^2} - 1\right) = GM\left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\left(\frac{r_A^2 - r_P^2}{r_P^2}\right) = GM\left(\frac{r_A - r_P}{r_A r_P}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2\frac{(r_A - r_P)(r_A + r_P)}{r_P} = GM\left(\frac{r_A - r_P}{r_A}\right)$$

$$v_A^2\frac{(r_A + r_P)}{2r_P} = \frac{GM}{r_A} \quad \xrightarrow{a = \frac{r_A + r_P}{2}} \quad v_A^2\frac{a}{r_P} = \frac{GM}{r_A}$$

$$v_A^2 = \frac{GM}{a}\frac{r_P}{r_A} \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

$$v_P = v_A \cdot \frac{r_A}{r_P} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{r_P}{r_A}} \cdot \frac{r_A}{r_P} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}}$$

Spostrzeżenie

Gdy orbita eliptyczna zbliża się kształtem do okręgu, to wszystkie trzy długości: a, r_P, r_A są równe promieniowi r okręgu, a wyprowadzone wzory na prędkości w perycentrum i apocentrum są takie jak wzór na prędkość orbitalną (zob. wyprowadzenie tego wzoru w zadaniu 5.2.):

$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}} \xrightarrow{r_A \to r \quad r_P \to r \quad a \to r} v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \xrightarrow{r_A \to r \quad r_P \to r \quad a \to r} v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Zadanie 10.1. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Natężenie fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równe natężeniu fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**
2.	Długość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa długości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**
3.	Częstotliwość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa częstotliwości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	**P**	**F**

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FFP

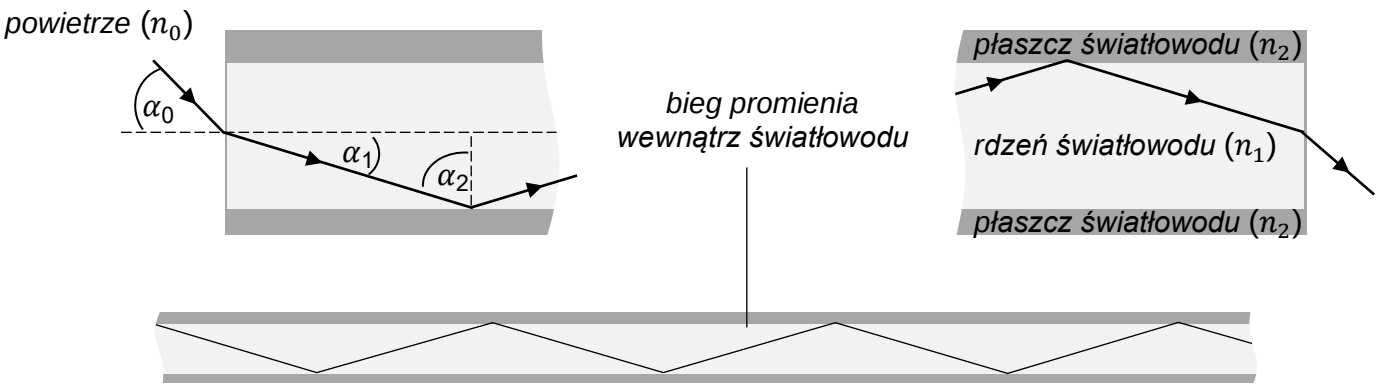
Zadanie 12. Światłowód

Do przesyłania informacji za pomocą światła wykorzystujemy światłowody. W światłowodzie są dwa obszary:

1) centralnie położony rdzeń wykonany ze szkła o współczynniku załamania światła n_1
2) płaszcz otaczający rdzeń o współczynniku załamania światła n_2.

Powierzchnia czołowa rdzenia światłowodu jest granicą dwóch ośrodków – powietrza o współczynniku załamania n_0 = 1 i szkła, z którego wykonano rdzeń. Dzięki prawidłowo dobranym współczynnikom n_1 oraz n_2 możliwe jest wprowadzenie wiązki światła do rdzenia światłowodu. Przez wielokrotne odbicie wiązki światła w rdzeniu można przesłać informacje na duże odległości, wzdłuż toru o dowolnym kształcie, bez widocznych strat i zakłóceń.

Na rysunku poniżej przedstawiono bieg promienia padającego na czoło światłowodu pod kątem α_0 (lewa część rysunku), bieg promienia wewnątrz światłowodu (dolna część rysunku) oraz bieg promienia wychodzącego ze światłowodu (prawa część rysunku).



W pewnym światłowodzie kąt graniczny (dla przejścia rdzeń–płaszcz) jest równy α_{gr} = 58° a odpowiednie kąty oznaczone na rysunku wynoszą: α_0 = 65° oraz α_2 = 60°.

Zadanie 12.1. (0–3)

Oblicz bezwzględny współczynnik załamania n_2 światła w materiale, z którego wykonano <u>płaszcz</u> światłowodu opisanego w zadaniu 12.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oraz prawidłowa wartość współczynnika załamania n_2 (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie związków między n_1 a n_2 oraz między n_1 a n_0, łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie związków między n_1 a n_2 (warunku na kąt graniczny), łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w kroku 1.)

LUB

– prawidłowe wyznaczenie współczynnika n_1 (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Komentarz (krok 1.)
Wykorzystamy informację o kącie granicznym i zapiszemy związek między współczynnikami załamania światła w rdzeniu i płaszczu oraz kątem granicznym dla przejścia rdzeń – płaszcz:

$$\frac{\sin 90°}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sin 58°} = \frac{n_1}{n_2}$$

Komentarz (krok 2.)
Do wyznaczenia n_2 musimy znać n_1. Ten współczynnik wyznaczymy na podstawie danych kątów padania i załamania na powierzchni czoła światłowodu:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sin 65°}{\sin(90° - 60°)} = \frac{n_1}{1} \quad \rightarrow$$

$$n_1 = \frac{\sin 65°}{\sin 30°} \approx 1{,}81$$

Komentarz (krok 3.) Łączymy zależności otrzymane w kroku 1. oraz kroku 2. i obliczamy n_2:

$$\frac{\sin 90°}{\sin 58°} \approx \frac{1{,}81}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 \approx 1{,}81 \cdot \sin 58° \approx 1{,}53$$

Sposób 2.

Komentarz
Zapiszemy na symbolach zależności opisane w kroku 1. i kroku 2. W sposobie 1. rozwiązania:

$$\frac{1}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \qquad \frac{\sin \alpha_0}{\sin(90° - \alpha_2)} = \frac{n_1}{1}$$

Z powyższych dwóch równań wyznaczymy n_2 względem pozostałych wielkości, następnie wpiszemy dane i obliczymy wartość tego współczynnika.

$$n_2 = \frac{\sin\alpha_0 \cdot \sin\alpha_{gr}}{\sin(90° - \alpha_2)}$$

$$n_2 = \frac{\sin 65° \cdot \sin 58°}{\sin 30°} \approx 1{,}54$$

Zadanie 12.2. (0–3)

Foton biegnący w światłowodzie przebywa dłuższą drogę niż wynosi długość światłowodu. Prędkość światła w rdzeniu światłowodu oraz prędkość przenoszenia sygnału przez światłowód są różne. Przyjmij, że rdzeń światłowodu wykonano z materiału, dla którego współczynnik załamania światła wynosi n_1 = 1,8. Kąt, pod jakim odbija się promień światła w rdzeniu od płaszcza światłowodu, wynosi α_2 = 60° (jak na rysunku w treści zadania).

Oblicz czas t przekazania sygnału wzdłuż tego światłowodu. Światłowód ma długość s = 100 km. Wynik zapisz w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda oszacowania t oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{syg} oraz zapisanie związku między czasem a prędkością sygnału i długością światłowodu (np. jak w krokach 1.–3.).

1 pkt – zapisanie związku między czasem, prędkością sygnału a długością światłowodu oraz zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światła w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w krokach 1. i 2.).

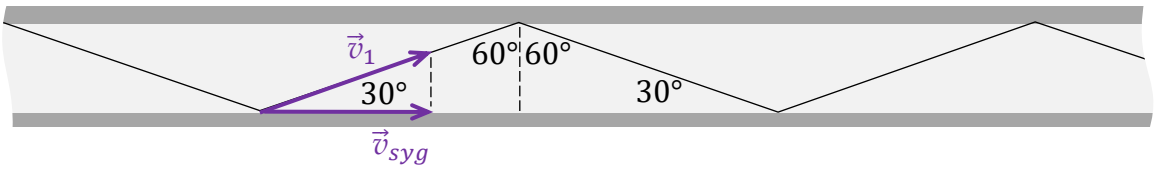
LUB

– poprawna metoda wyznaczenia v_{syg}: zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światłą w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w kroku 2.) oraz zapisanie zależności definiującej współczynnik n_1.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz
Zaznaczymy kąt, pod jakim odbija się promień światła w światłowodzie, oraz oznaczymy wektor $\vec{v}_1$ prędkości światła w rdzeniu (n_1), a także wektor $\vec{v}_{syg}$ prędkości rozchodzenia się sygnału w światłowodzie (w kierunku światłowodu).



Komentarz (krok 1.)
Zapiszemy związek między czasem a prędkością sygnału oraz długością światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

Komentarz (krok 2.)
Zapiszemy związek między v_1 a v_{syg}:

$$v_{syg} = v_1 \cos 30°$$

Komentarz (krok 3.)
Zapiszemy związek między n_1 a v_1 i c (definiujący n_1) i obliczymy prędkość sygnału w światłowodzie:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{c}{n_1}$$

Dlatego:

$$v_{syg} = \frac{c}{n_1} \cos 30°$$

$$v_{syg} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}8} \cdot \cos 30° \approx 1{,}443 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

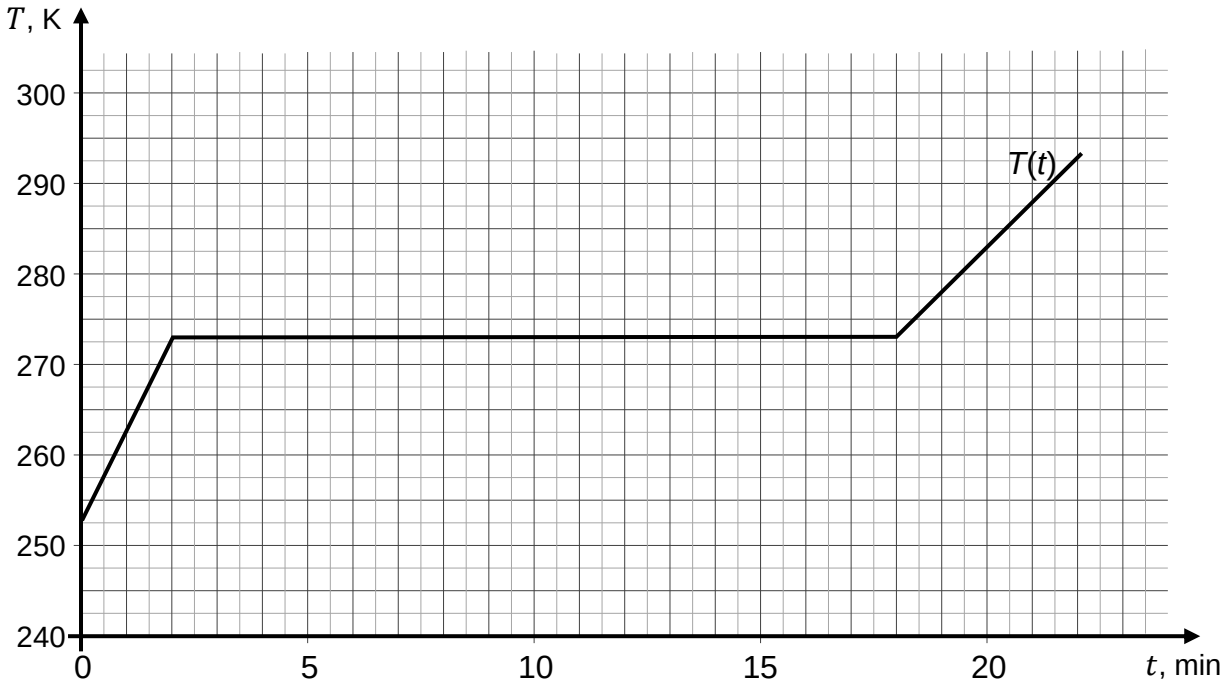
Komentarz (krok 4.)
Obliczymy czas t przekazania sygnału wzdłuż światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}} \quad \rightarrow \quad t \approx \frac{10^5 \ \mathrm{m}}{1{,}443 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx 0{,}6930 \cdot 10^{-3} \ \mathrm{s} \ \approx 0{,}69 \ \mathrm{ms}$$

Zadanie 21. Ciepło właściwe i ciepło topnienia lodu

Wykonano doświadczenie: kawałek lodu o masie m = 50,0 g i temperaturze początkowej T_p = 253 K ogrzewano przy stałym ciśnieniu. Lód ogrzał się do temperatury topnienia i stopił się całkowicie. Bez przerwy ogrzewano masę m wody powstałej z lodu. Podczas całego procesu do ogrzewanej masy m była dostarczana energia w postaci ciepła. Szybkość dostarczania ciepła była stała i wynosiła u = 1050 J/min.

Wykres poniżej przedstawia zależność $T(t)$ – temperatury T ogrzewanej masy m od czasu t ogrzewania.



Zadanie 21.1. (0–2)

Oblicz ciepło topnienia lodu L. Wykorzystaj dane z wykresu $T(t)$ oraz treści zadania.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ciepła topnienia lodu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – zapisanie wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz zapisanie wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topionej masy m.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz
Korzystamy ze wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz z wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topniejącej masy m:

$$Q_2 = mL \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_2}{\Delta t_2}$$

$$u\Delta t_2 = mL \quad \rightarrow \quad L = \frac{u\Delta t_2}{m}$$

Komentarz
Wpiszemy dane liczbowe z treści zadania i z wykresu:

$$L = \frac{u\Delta t_2}{m} = \frac{1050\ \text{J/min} \cdot 16\ \text{min}}{0{,}050\ \text{kg}} = 336\,000\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Zadanie 21.2. (0–2)

Oblicz stosunek ciepła właściwego wody c_w do ciepła właściwego lodu c_l na podstawie danych odczytanych z wykresu $T(t)$.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu ciepeł właściwych i prawidłowy wynik liczbowy.
1 pkt – zapisanie wyrażeń na ciepło właściwe wody oraz lodu łącznie z zapisaniem wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do ogrzewanej masy m.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Komentarz
Korzystamy ze wzorów na ciepło dostarczone w procesie ogrzewania lodu, ciepło dostarczone w procesie ogrzewania wody oraz z wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do ogrzewanej masy m:

$$Q_1 = mc_l\Delta T_l \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_1}{\Delta t_1} \quad \rightarrow \quad c_l = \frac{u}{m\frac{\Delta T_l}{\Delta t_1}}$$

$$Q_3 = mc_w\Delta T_w \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_3}{\Delta t_3} \quad \rightarrow \quad c_w = \frac{u}{m\frac{\Delta T_w}{\Delta t_3}}$$

Wyznaczamy stosunek ciepeł właściwych wody i lodu, dane odczytamy z wykresu:

$$\frac{c_w}{c_l} = \frac{\frac{\Delta T_l}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta T_w}{\Delta t_3}} \approx \frac{\frac{20\ \mathrm{K}}{2\ \mathrm{min}}}{\frac{20\ \mathrm{K}}{4\ \mathrm{min}}} \approx 2$$

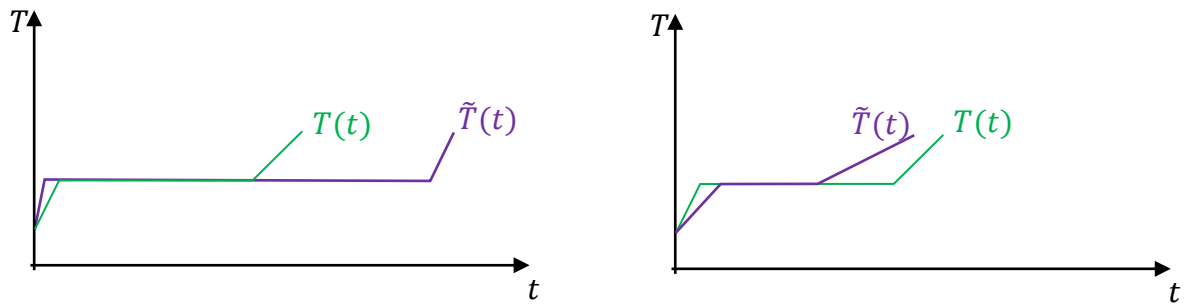
Zadanie 21.3. (0–1)

Drugi raz wykonano doświadczenie opisane w zadaniu 21. W drugim doświadczeniu masa ogrzewanego kawałka lodu była dwa razy mniejsza od masy kawałka lodu ogrzewanego w pierwszym doświadczeniu. Doświadczenie 1. i 2. wykonano w takich samych warunkach – tzn.:

- lód miał taką samą temperaturę początkową,
- lód ogrzewano z taką samą mocą.

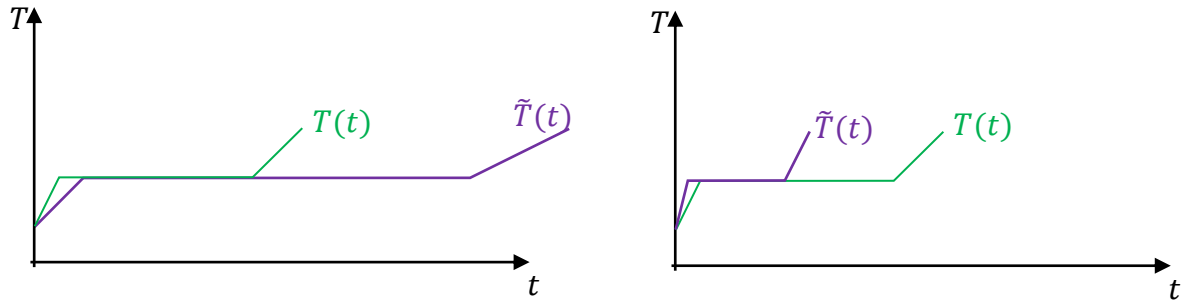
Zależność temperatury od czasu w drugim procesie ogrzewania oznaczymy $\tilde{T}(t)$.

Na którym rysunku prawidłowo przedstawiono wykres zależności $\tilde{T}(t)$ w porównaniu do wykresu zależności $T(t)$? Zaznacz dobrą odpowiedź.



A.

B.



C.

D.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 25. Jądro technetu

W medycynie wykorzystuje się m.in. jądrowe promieniowanie gamma z zakresu niskich energii. Źródłem takiego promieniowania są procesy zachodzące w jądrach izotopów pierwiastków promieniotwórczych. W medycynie wykorzystuje się proces przejścia jądra technetu $^{99m}_{43}Tc$ ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego ^{99}Tc (lewy górny indeks ^{m} oznacza stan wzbudzony). W tym procesie jest emitowany kwant gamma.

Czas połowicznego rozpadu (w tym przypadku przejścia do stanu podstawowego) wzbudzonych jąder technetu wynosi T = 6 h. Masa jądra technetu ^{99}Tc w stanie podstawowym wynosi m = 164,23768·10^{-27} kg.

Jądra wzbudzonego technetu $^{99m}_{43}Tc$ otrzymuje się m.in. w wyniku przemiany β^-, której podlegają jądra izotopu molibdenu ^{99}Mo. W innej metodzie jądra wzbudzonego technetu $^{99m}_{43}Tc$ otrzymuje się w wyniku ostrzeliwania wiązką rozpędzonych protonów tarczy z izotopu molibdenu ^{100}Mo. Gdy jeden proton uderzy w jądro ^{100}Mo, to powoduje reakcję jądrową. Produktami tej reakcji są jądro $^{99m}_{43}Tc$ oraz dwie pewne cząstki elementarne.

Zadanie 25.1. (0–3)

Zapisz poniżej równania reakcji jądrowych 1.–3., opisanych w zadaniu 25. Pamiętaj o liczbach atomowych oraz liczbach masowych jąder, oznaczeniu stanu wzbudzonego jądra, oznaczeniu fotonu oraz liczbie cząstek elementarnych.

1. Reakcja przejścia jądra technetu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego:

2. Reakcja przemiany β^-, w wyniku której z jądra ^{99}Mo powstaje jądro technetu w stanie wzbudzonym:

3. Reakcja w procesie zderzenia protonu z jądrem ^{100}Mo, w wyniku której powstaną jądro technetu w stanie wzbudzonym i dwie cząstki elementarne:

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne zapisanie trzech reakcji.
2 pkt – poprawne zapisanie dwóch reakcji.
1 pkt – poprawne zapisanie jednej reakcji.
0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

1. $$^{99m}_{43}Tc \rightarrow {}^{99}_{43}Tc + \gamma$$

2. $$^{99}_{42}Mo \rightarrow {}^{99m}_{43}Tc + e^{-} + \tilde{\nu}_e$$

Uwaga: Zapis antyneutrina w reakcji nie jest wymagany, a elektron można zapisać jako β^-.

3. $$^{1}_{1}p + {}^{100}_{42}Mo \rightarrow {}^{99m}_{43}Tc + 2\,{}^{1}_{0}n$$

Zadanie 25.2. (0–2)

Obserwowano próbkę zawierającą jądra technetu $^{99m}_{43}Tc$ w stanie wzbudzonym.

Oblicz, jaka część z początkowej liczby wzbudzonych jąder technetu w próbce przejdzie do stanu podstawowego po czasie *t* = 2 h (licząc od pewnej chwili początkowej). Wynik zapisz w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $N_r(t)/N_0$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $N(t)/N_0$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

LUB

– zapisanie prawa rozpadu promieniotwórczego do obliczenia $N(t)$, łącznie z prawidłowym określeniem wykładnika t/T potęgi liczby ½, oraz zapisanie wyrażenia na liczbę jąder wzbudzonych, która przeszła do stanu podstawowego po czasie t: $N_r(t) = N_0 - N(t)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Komentarz

Wykorzystamy prawo rozpadu promieniotwórczego. Obliczymy, jaka część liczby jąder wzbudzonych pozostanie w próbce po czasie t. Oznaczymy przez N_0 liczbę jąder wzbudzonych w chwili początkowej, a przez $N(t)$ – liczbę jąder wzbudzonych pozostających w próbce po czasie t od chwili początkowej:

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\,\mathrm{h}}{6\,\mathrm{h}}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{N(t)}{N_o} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_o} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}79$$

Komentarz

Liczba jąder wzbudzonych $N_r(t)$, która przeszła do stanu podstawowego po czasie t, wynosi:

$$N_r(t) = N_0 - N(t)$$

dlatego:

$$\frac{N_r(t)}{N_o} = \frac{N_0 - N(t)}{N_o} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}21$$

Zadanie 25.3. (0–3)

Podczas przejścia jądra technetu ze stanu wzbudzonego ^{99m}Tc do stanu podstawowego ^{99}Tc został wyemitowany – z tego jądra – kwant gamma o długości fali λ = 8,69 pm.

Oblicz masę m_{m} jądra technetu ^{99m}Tc w stanie wzbudzonym. Pomiń odrzut jądra przy emisji kwantu. Wynik zapisz w zaokrągleniu do ośmiu cyfr znaczących.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy wzbudzonego jądra technetu oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z odpowiednią dokładnością (taką, z jaką wyrażono masę jądra w stanie podstawowym) i jednostką (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe oraz wzoru Plancka na energię fotonu, łącznie z prawidłowym podstawieniem wszystkich danych oraz odpowiednich stałych przyrody (np. jak w kroku 2.).

1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe jąder oraz z uwzględnieniem energii fotonu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem energii spoczynkowych jąder technetu (wzór Einsteina) i energii fotonu. Energię kinetyczną jądra po emisji fotonu pominiemy:

$$m_{\mathrm{m}}c^2 = mc^2 + E_\gamma$$

Komentarz (krok 2.)
W powyższym wzorze wykorzystamy wzór Plancka na energię fotonu, wpiszemy odpowiednie wartości liczbowe do wyrażenia:

$$m_{\mathrm{m}}c^2 = mc^2 + \frac{hc}{\lambda} \qquad \rightarrow \qquad m_{\mathrm{m}} = m + \frac{h}{c\lambda}$$

$$m_{\mathrm{m}} = 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \quad + \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{3 \cdot 10^{8}\ (\mathrm{m/s}) \cdot 8{,}69 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}}$$

Komentarz (krok 3.)
Obliczamy masę m_{m}. Wynik zaokrąglamy do ośmiu cyfr znaczących:

$$m_{\mathrm{m}} \approx 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \quad + 0{,}254 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$$

$$m_{\mathrm{m}} \approx 164{,}23768 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\ + 0{,}00025 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \approx\ 164{,}23793\ \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Uchwała Rady Głównej Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz Konferencji Rektorów Akademickich Szkół Polskich o informatorach maturalnych od 2023 roku

Rada Główna Nauki i Szkolnictwa Wyższego

KONFERENCJA REKTORÓW KRASP AKADEMICKICH SZKÓŁ POLSKICH

Uchwała
Rady Głównej Nauki i Szkolnictwa Wyższego
oraz
Konferencji Rektorów Akademickich Szkół Polskich
z dnia 19 listopada 2020 r.
w sprawie informatorów o egzaminie maturalnym od roku 2022/2023

Rada Główna Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz Konferencja Rektorów Akademickich Szkół Polskich systematycznie i z uwagą obserwują egzamin maturalny, który stanowi podstawowe źródło informacji o poziomie przygotowania kandydatów na studia w polskich uczelniach. W zgodnej opinii obu instytucji przedstawicielskich środowiska akademickiego polski system egzaminacyjny dostarcza w tym zakresie w pełni wiarygodnych i opracowanych na czas danych. Zaufanie do tego systemu przekonująco potwierdziła KRASP wiosną tego roku, deklarując wolę odłożenia rekrutacji do szkół wyższych do czasu, gdy będzie możliwe bezpieczne przeprowadzenie egzaminu maturalnego w roku pandemii.

Drugim, bardzo istotnym zadaniem, które konsekwentne realizuje polski system egzaminacyjny jest wskazywanie za pomocą publikowanych materiałów kierunku rozwoju kształcenia w poszczególnych przedmiotach w stronę umiejętności złożonych, niezbędnych zarówno na studiach, jak i – w coraz większym stopniu – w życiu codziennym.

Ważną rolę w tym procesie odgrywają informatory o egzaminie maturalnym. Z jednej strony wydobywają oraz ilustrują za pomocą zadań najważniejsze wymagania podstawy programowej kształcenia ogólnego. Z drugiej strony, wiarygodnie informują kolejne pokolenia maturzystów o strukturze egzaminu maturalnego oraz o sposobie oceniania ich prac. W naszej opinii, przedłożone do zaopiniowania informatory dobrze realizują te cele.

Środowisko akademickie docenia starania systemu egzaminacyjnego o to, by systematycznie doskonalić swoją pracę i deklaruje dalsze wsparcie merytoryczne tych działań.

prof. dr hab. Zbigniew Marciniak
Przewodniczący Rady Głównej
Nauki i Szkolnictwa Wyższego

prof. dr hab. Inż. Arkadiusz Mężyk
Przewodniczący Konferencji Rektorów
Akademickich Szkół Polskich

EGZAMIN MATURALNY

Fizyka

Z opinii Recenzentów:

Treści zadań dotyczą bardzo różnorodnych zjawisk i sytuacji fizycznych. W skali rozmiarów wędrujemy od jądra atomowego i atomu, poprzez wiele przykładów wprost dostępnych naszej obserwacji aż do ruchu ciał niebieskich i rozszerzania się Wszechświata. Obok zadań, gdzie dominują aspekty teoretyczne, są zadania nawiązujące do prostych pomiarów bądź wybranych zastosowań fizyki (np. pompy cieplne, światłowody). Dość licznie są reprezentowane zadania, w których należy uzasadnić stwierdzenia bądź zależności. Wszystkie zadania są zgodne z podstawą programową […].

W sformułowaniu treści zadań widać nadzwyczajną wprost dbałość o precyzyjne podanie poleceń oraz upraszczających założeń koniecznych do stworzenia adekwatnego opisu sytuacji fizycznej. Bardzo dobrym pomysłem są ramki z komentarzami, którymi bardzo często są opatrzone poszczególne kroki przykładowych rozwiązań. […] Informator zawiera bardzo starannie dopracowane rysunki i diagramy. Odgrywają one różnoraką rolę w zadaniach: obok typowych […] jest kilka zadań, w których część danych można uzyskać po analizie rysunków albo wręcz po zmierzeniu ich elementów […].

Osobno chciałbym wyrazić zadowolenie z uwzględnienia następujących „motywów”: (1) nawiązanie do geometrycznych metod Newtona w dynamice, […]; (2) podanie podstawowych informacji o elipsie bez czego nie sposób myśleć o rozsądnym potraktowaniu zagadnienia ruchu planet; (3) wykorzystanie schematu blokowego przepływu energii w pompie cieplnej; (4) przypomnienie mostka Wheatstone’a, […]; (5) zilustrowanie tematu soczewki zadaniem konstrukcyjnym w pewnym sensie odwrotnym do tego, co zwykle się robi; (6) przeanalizowanie głównych aspektów wykonanego w ostatnich latach doświadczenia z dwoma szczelinami dla elektronów […].

dr Waldemar Berej

Najważniejszą rolą *Informatora* jest prezentacja typów zadań, jakich mogą spodziewać się maturzyści. Egzamin maturalny z fizyki jest dość wymagający, więc wiedza taka jest bardzo przydatna. Zadania z rozwiązaniami pomagają w przygotowaniu do matury i ułatwiają samodzielną pracę uczniów. Warto też dodać, że *Informator* stanowi nieocenioną pomoc w nauczaniu fizyki […] mogę polecić go wszystkim nauczycielom […].

Zadania zawarte w *Informatorze* są bardzo dobrze przemyślane, przygotowane i dobrane do danego tematu. Wiele zadań jest opatrzonych starannie wykonanymi ilustracjami. Część z nich ułatwia i pomaga zrozumieć treść stawianych problemów, a część stanowi integralny składnik zadań umożliwiający ich rozwiązanie […].

Treści niektórych zadań są blisko związane ze zjawiskami obserwowanymi w życiu codziennym […]. Inne opisują zjawiska, na których opiera się działanie wielu urządzeń wokół nas […]. Innym przykładem jest zadanie z fizyki jądrowej, z którego dowiadujemy się o zastosowaniu promieniotwórczego izotopu Technetu do celów diagnostycznych w medycynie […].

Ważny jest sposób formułowania treści zadań tak, by uwidoczniona została rola modelu niezbędnego do odpowiedniego opisu danego zjawiska i w konsekwencji do prawidłowego rozwiązania zadanego problemu. […] Konieczne jest stosowanie uproszczeń zjawisk oraz – co nierzadko najtrudniejsze – dostrzeganie najistotniejszych, dominujących aspektów danego zjawiska. W taki sposób stosujemy teorie fizyczne do zrozumienia otaczającego nas świata. Uważam za słuszne, aby w taki sposób były konstruowane zadania.

dr hab. Adam Szereszewski

EM 23

ISBN 978-83-66725-20-1
9 788366 725201