CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY

W ROKU SZKOLNYM 2018/2019

FIZYKA I ASTRONOMIA

POZIOM ROZSZERZONY

FORMUŁA DO 2014

(„STARA MATURA”)

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

ARKUSZ MFA-R1

MAJ 2019

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3). Analizowanie kinematyczne swobodnego spadku (P I.1.1.5).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia czasu ruchu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – wyodrębnienie pionowej składowej ruchu i zapisanie prawidłowej zależności wiążącej drogę/wysokość (lub położenie) z czasem spadku swobodnego pionowego bez prędkości początkowej.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym. Zatem czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest taki, jak czas t_s trwania pionowego spadku swobodnego z wysokości h. Korzystamy z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego dla pionowego spadku swobodnego bez prędkości początkowej:

$$y(t) = h - s(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad \xrightarrow{y=0,\ t=t_s} \quad h = \frac{1}{2}gt_s^2 \quad \rightarrow \quad t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}96\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}} \approx 0{,}632\ \mathrm{s} \approx 0{,}63\ \mathrm{s}$$

Zadanie 1.2. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady niezależności ruchów do analizy ruchów złożonych (I.1.1.3). Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe obliczenie prędkości początkowej oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – wykorzystanie prawidłowych zależności wiążących drogę/wysokość (lub położenie) z czasem w spadku pionowym bez prędkości początkowej oraz zależności wiążących drogę/położenie z czasem w ruchu jednostajnym prostoliniowym (w poziomie)

lub

– wykorzystanie wzoru z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową v_0 z zasięgiem x rzutu

lub

– wykorzystanie czasu trwania ruchu obliczonego w zadaniu 1.1. oraz zależności wiążącej drogę (lub położenie) z czasem w ruchu jednostajnym prostoliniowym (w poziomie).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapisujemy kinematyczne równania spadku swobodnego w kierunku pionowym (bez prędkości początkowej w kierunku pionowym) oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym (z położeniem początkowym równym zero). Z równań tych wyznaczamy zależność wiążącą prędkość początkową v_0 z zasięgiem x rzutu.

$$x(t) = v_0 t, \quad y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \xrightarrow{y=0,\ t=t_s}$$

$$x = v_0 t_s, \qquad 0 = h - \frac{1}{2}gt_s^2$$

$$v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \rightarrow \quad v_0 = 5{,}1\ \mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}{2 \cdot 1{,}96\ \mathrm{m}}} \approx 8{,}07 \approx 8{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 1.3. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady niezależności ruchów do analizy ruchów złożonych (I.1.1.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia kąta α oraz prawidłowy wynik liczbowy podany w stopniach lub radianach.

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowe wyznaczenie pionowej składowej prędkości końcowej piłki oraz wyrażenie stosunku składowych prędkości funkcją trygonometryczną kąta α.

1 p. – prawidłowa metoda (tzn. skorzystanie z odpowiednich kinematycznych równań ruchu) oraz prawidłowe wyznaczenie pionowej składowej prędkości końcowej piłki

lub

– prawidłowa metoda wyznaczenia pionowej składowej prędkości końcowej piłki oraz wyrażenie stosunku składowych prędkości funkcją trygonometryczną kąta α.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Obliczamy wartość v_y pionowej składowej prędkości piłki w chwili tuż przed uderzeniem w ziemię. Korzystamy z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego:

$$v_y = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \quad \rightarrow \quad v_y \approx 6{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Wyrażamy stosunek składowych prędkości funkcją trygonometryczną kąta α i obliczamy kąt α.

$$\frac{v_y}{v_x} = \operatorname{tg}\alpha \quad \rightarrow \quad \frac{6{,}2\ \mathrm{m/s}}{8{,}1\ \mathrm{m/s}} \approx \operatorname{tg}\alpha \quad \rightarrow \quad \operatorname{tg}\alpha \approx 0{,}765 \quad \rightarrow \quad \alpha \approx 37°$$

Należy uznawać rozwiązania dla kąta α przedziału od 35° do 40°.

Zadanie 2.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe narysowanie oznaczonych sił $\vec{F}_B$, $\vec{F}_g$, $\vec{F}_A$ oraz prawidłowe wpisanie relacji **1)** i **2)**.

1 p. – prawidłowe narysowanie oznaczonych sił $\vec{F}_B$, $\vec{F}_g$ oraz prawidłowe zapisanie relacji **1)**

lub

– prawidłowe narysowanie oznaczonych sił $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ oraz prawidłowe zapisanie relacji **2)**

lub

– prawidłowe narysowanie oznaczonych sił $\vec{F}_B$, $\vec{F}_g$, $\vec{F}_A$ oraz brak zapisu obu relacji (nie dotyczy błędnie wpisanych relacji).

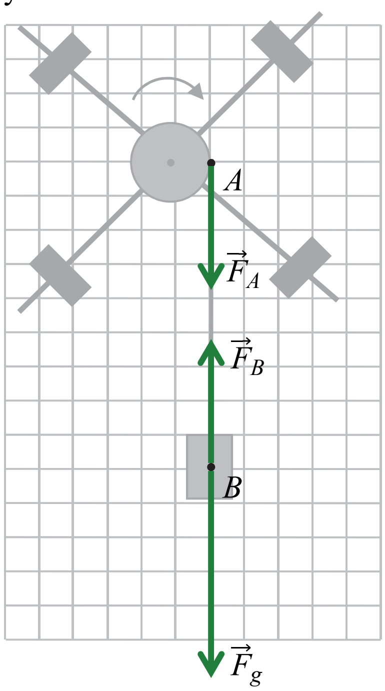
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

(Rysunek obok).

1) $F_B < F_g$

2) $F_B = F_A$



Zadanie 2.2. *(5 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie tekstu (II.1.a).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci tekstu (III.1). Stosowanie pojęć i praw fizycznych do rozwiązywania problemów praktycznych (III.2).

a) ***(2 pkt)***
Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe obliczenie przyspieszenia i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru wiążącego przyspieszenie z drogą/wysokością i czasem w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej
lub
– zapisanie wyrażenia z bezpośrednio podstawionymi do wzoru na przyspieszenie wartościami liczbowymi drogi i czasu (bez zapisu wzoru na symbolach).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Zapiszemy wzór i wykonamy obliczenia:

$$a = \frac{2h}{t^2} \qquad a = \frac{2 \cdot 0{,}960\ \text{m}}{1{,}6^2\ \text{s}^2} = 0{,}750\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) ***(1 pkt)***
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe obliczenie wkładu niepewności pomiaru wysokości do niepewności przyspieszenia.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Obliczamy niepewność a przyjmując, że pomiar t jest dokładny, a pomiar h wykonano z niepewnością $\Delta h = 5$ mm. W związku z tym h traktujemy jako zmienną we wzorze na przyspieszenie:

$$\Delta a_h = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{2(h + \Delta h)}{t^2} - \frac{2(h - \Delta h)}{t^2} \right| = \frac{2\Delta h}{t^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{1{,}6^2\ \text{s}^2} \approx 3{,}91 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0{,}004\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) ***(1 pkt)***
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe obliczenie wkładu niepewności pomiaru czasu do niepewności przyspieszenia.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Obliczamy niepewność a przyjmując, że pomiar h jest dokładny, a pomiar t wykonano z niepewnością $\Delta t = 0{,}1$ s. W związku z tym t traktujemy jako zmienną we wzorze na przyspieszenie:

$$\Delta a_t = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{2h}{(t + \Delta t)^2} - \frac{2h}{(t - \Delta t)^2} \right| = \left| \frac{0{,}960\ \text{m}}{1{,}7^2\ \text{s}^2} - \frac{0{,}960\ \text{m}}{1{,}5^2\ \text{s}^2} \right| \approx 9{,}45 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d) ***(1 pkt)***
Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź i prawidłowe uzasadnienie.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Odpowiedź.
Na niepewność wyznaczenia przyspieszenia w większym stopniu wpływa niepewność pomiaru czasu.

Uzasadnienie odpowiedzi
Sposób 1.
Wkład niepewności pomiaru czasu jest ok. 25 razy większy od wkładu niepewności wysokości:

$$\frac{\Delta a_t}{\Delta a_h} \approx \frac{0{,}1}{0{,}004} = 25$$

Sposób 2.
Ponieważ $\Delta a_t > \Delta a_h$.

Sposób 3. (przybliżony dla tej zależności)
Niepewności względne pomiaru czasu i wysokości wynoszą:

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{0{,}1\ \mathrm{s}}{1{,}6\ \mathrm{s}} \approx 0{,}06 \qquad \frac{\Delta h}{h} = \frac{5\ \mathrm{mm}}{960\ \mathrm{mm}} \approx 0{,}005$$

Ponieważ wysokość jest mierzona dokładniej – co widać z porównania niepewności względnych – to na niepewność przyspieszenia bardziej wpływa niepewność pomiaru czasu.

Sposób 4. (z użyciem metod wykraczających poza podstawę programową)
Skorzystamy ze wzoru przybliżonego na niepewność: $\Delta y \approx |f'(x)|\Delta x$. Wtedy:

$$\frac{\Delta a_t}{\Delta a_h} \approx \frac{2\Delta t}{\Delta h} \cdot \frac{h}{t} = 24$$

Wkład niepewności pomiaru czasu jest większy od wkładu niepewności wysokości.

Zadanie 2.3. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Zastosowanie II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8). Zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej dla ruchu postępowego i obrotowego (I.1.1.11).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania
(dla rozwiązania sposobem 1.)
3 p. – prawidłowe wykonanie przekształceń algebraicznych i doprowadzenie do żądanej zależności (*krok 3.*).
2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.* oraz wykorzystanie związków 3)–5) niezbędnych do wyprowadzenia żądanej zależności (*krok 2.*).
1 p. – zapisanie równań drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca z układem prętów oraz dla ruchu postępowego ciężarka (*krok 1.*).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Sposób 1. (z równań dynamiki)

Krok 1. Zapisujemy równania dynamiki ruchu obrotowego walca z układem prętów oraz dla ruchu postępowego ciężarka:

1) $ma = F_g - F_B$ – II zasada dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka;
2) $I\epsilon = rF_A$ – II zasada dynamiki dla ruchu obrotowego walca z prętami.

Krok 2. Wykorzystujemy związki niezbędne do wyprowadzenia żądanej zależności:

3) $F_A = F_B = F$ – III zasada dynamiki (oddziaływanie ciężarka z walcem);
4) $a = \epsilon r$ – związek między przyspieszeniem liniowym i kątowym (brak poślizgu);
5) $F_g = mg$ – wzór na siłę grawitacji.

Powyższe związki zdający może uwzględnić bezpośrednio w równaniach dynamiki, np.:

$$ma = mg - F$$

$$I\frac{a}{r} = rF$$

Krok 3. Wykonujemy przekształcenia algebraiczne i wyprowadzamy żądany wzór:

$$\begin{cases} ma = F_g - F \\ I\frac{a}{r} = rF \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ma = mg - F \\ F = \frac{Ia}{r^2} \end{cases} \rightarrow \quad ma = mg - \frac{Ia}{r^2} \quad \rightarrow$$

$$I = \frac{r^2}{a}m(g-a) = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right)$$

Schemat punktowania
(dla rozwiązania sposobem 2.)
3 p. – prawidłowe wykonanie przekształceń algebraicznych i doprowadzenie do żądanej zależności (*krok 3.*).
2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.* oraz wykorzystanie związków 1)–2) niezbędnych do wyprowadzenia żądanej zależności (*krok 2.*).
1 p. – prawidłowe zapisanie zasady zachowania energii dla układu walca z prętami i ciężarka łącznie z wykorzystaniem wzorów na energię potencjalną oraz energię kinetyczną ruchu postępowego i obrotowego (*krok 1.*).
Uwaga: dopuszcza się w zapisie pominięcie MgH – energii potencjalnej walca z prętami.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Sposób 2. (z zasady zachowania energii)

Krok 1. Zapisujemy zasadę zachowania energii dla układu walca z prętami i ciężarka łącznie z wykorzystaniem wzorów na energię potencjalną oraz energię kinetyczną ruchu postępowego i obrotowego. Masę walca z prętami oznaczymy M, wysokość środka masy walca nad wybranym poziomem oznaczymy H, a wysokość ciężarka nad wybranym poziomem oznaczymy h:

$$E_{pocz\,kin\,c} + E_{pocz\,kin\,w} + E_{pocz\,pot\,c} + E_{pocz\,pot\,w} = E_{kon\,kin\,c} + E_{kon\,kin\,w} + E_{kon\,pot\,c} + E_{kon\,pot\,w}$$

$$0 + 0 + mgh + MgH = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 0 + MgH$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Krok 2. Wykorzystujemy związki, niezbędne do wyprowadzenia żądanej zależności:

1) $v = \omega r$ – związek między prędkością liniową i kątową (brak poślizgu);
2) $v^2 = 2ah$ – wzór wynikający z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego
albo
$v = at$ oraz $h = \frac{1}{2}at^2$ – kinematyczne równania ruchu jednostajnie przyspieszonego.

Powyższe związki zdający może uwzględnić bezpośrednio w równaniu zasady zachowania energii, np.:

$$mg\frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2}$$

Krok 3. Wykonujemy przekształcenia algebraiczne i wyprowadzamy żądany wzór:

$$mg\cdot\frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\cdot\frac{v^2}{r^2} \quad\rightarrow\quad m\frac{g}{a} = m + \frac{I}{r^2} \quad\rightarrow\quad I = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right)$$

Zadanie 2.4. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	**Opis wymagań**
Tworzenie informacji.	Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Zastosowanie pojęcia przyspieszenia liniowego i kątowego, momentu bezwładności do opisu ruchu obrotowego (I.1.1.7).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe podkreślenia w dwóch zdaniach.
1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
Gdy w kolejnym doświadczeniu obciążniki zamocowano bliżej osi obrotu walca, to

1. moment bezwładności układu czterech obciążników (*wzrósł* / *zmalał* / *nie uległ zmianie*).
2. siła napięcia nitki (*wzrosła* / *zmalała* / *nie uległa zmianie*).

Zadanie 3.1. (*3 pkt*)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (P I.1.4.1). Analizowanie cykli termodynamicznych (I.1.6.5).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie wykresów (II.1.b).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia T_C oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego w celu wyznaczenia temperatury w stanie *A* oraz w stanie *C* łącznie z prawidłowym uwzględnieniem danych na wykresie – z zapisanych równań musi wynikać, że stosunek T_A/T_C =1/16.
1 p. – skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego w celu wyznaczenia temperatury w stanie *A* oraz w stanie *C*.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z równania stanu gazu doskonałego w celu zapisania wyrażenia pozwalającego wyznaczyć T_C. Przyjmiemy, że *n* jest liczbą moli gazu.

$$p_C V_C = nRT_C \quad \to \quad 4p_1 4V_1 = nRT_C \quad \to \quad 16p_1V_1 = nRT_C$$

Skorzystamy z równania stanu gazu doskonałego w celu zapisania wyrażenia pozwalającego wyznaczyć T_A. Przyjmiemy, że *n* jest liczbą moli gazu.

$$p_A V_A = nRT_A \quad \to \quad p_1V_1 = nRT_A$$

Wyznaczamy stosunek temperatur:

$$\frac{T_A}{T_C} = \frac{p_1V_1}{16p_1V_1} = \frac{1}{16}$$

Obliczamy temperaturę w stanie *A*:

$$\frac{25\text{ K}}{T_C} = \frac{1}{16} \quad \to \quad T_C = 400\text{ K}$$

Zadanie 3.2. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie sprawności silników cieplnych (P I.1.4.6). Obliczanie zmian energii cieplnej w przemianach: izobarycznej i izochorycznej oraz pracę w przemianie izobarycznej (P I.1.4.3). Analizowanie cykli termodynamicznych (I.1.6.5).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

Schemat punktowania
(dla rozwiązania sposobem 1.)
3 p. – prawidłowe wyprowadzenie i prawidłowa postać wzoru na ciepło oddane.
2 p. – wykonanie *kroku 1.a.* oraz wykonanie *kroku 1.b.*
1 p. – zapisanie związku pomiędzy pracą całkowitą w cyklu a ciepłem pobranym i oddanym oraz zapisanie wzoru na sprawność silnika. Zapis może być w formie równoważnego tym dwóm zależnościom podwójnego równania na sprawność albo pojedynczego równania z wyeliminowanym ciepłem pobranym (*krok 1.a.)*
lub
– zapisanie wzoru na pracę całkowitą w cyklu z wykorzystaniem wzorów na pracę w przemianie izobarycznej albo z wykorzystaniem zależności między pracą całkowitą w cyklu i polem obszaru ograniczonego wykresem cyklu (*krok 1.b.*).
Uwaga! Oznaczenia wielkości we wzorach zapisanych w kroku 1.a. lub 1.b. nie mogą być sprzeczne z oznaczeniami wielkości szukanych bądź danych.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga! Należy uznawać rozwiązania, w których założono, że gaz jest np. jednoatomowy albo dwuatomowy (zobacz sposób 2. rozwiązania).

Przykładowe rozwiązanie
Sposób 1.

Krok 1.a. Zapiszemy związek między pracą całkowitą wykonaną w cyklu a ciepłem pobranym i oddanym w tym cyklu – zgodnie z I zasadą termodynamiki (oznaczenia wartości bezwzględnych nie są wymagane):

$$1)\quad |W_c| = |Q_{pob}| - |Q_{odd}| \quad \text{ponieważ} \quad \Delta U = 0$$

Zapiszemy definicję sprawności cyklu:

$$2)\quad \eta = \frac{|W_c|}{|Q_{pob}|}$$

Powyższe dwa związki można zapisać za pomocą jednego równoważnego im równania z wyeliminowanym ciepłem pobranym:

$$|W_c| = \frac{|W_c|}{\eta} - |Q_{odd}| \qquad \text{lub} \qquad \eta = \frac{|W_c|}{|W_c| + |Q_{odd}|}$$

Krok 1.b. Zapiszemy wzór na pracę całkowitą w cyklu z wykorzystaniem wzorów na pracę w przemianie izobarycznej albo z wykorzystaniem zależności między pracą całkowitą w cyklu i polem obszaru ograniczonego zamkniętą krzywą cyklu:

$$|W_c| = p_2(V_2 - V_1) - p_1(V_2 - V_1) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

Krok 2. Z powyższych zależności wyprowadzamy wzór na ciepło oddane:

$$\begin{cases} |W_c| = \dfrac{|W_c|}{\eta} - |Q_{odd}| \\ |W_c| = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |Q_{odd}| = \left(\dfrac{1}{\eta} - 1\right)|W_c| \\ |W_c| = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) \end{cases}$$

$$|Q_{odd}| = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

Wynik można wyrazić także w następujący sposób:

$$|Q_{odd}| = \left(\frac{1-\eta}{\eta}\right) \cdot 9p_1 \cdot V_1$$

Schemat punktowania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 p. – prawidłowe wyprowadzenie i prawidłowa postać wzoru na ciepło oddane, zgodna z założoną wartością C_V dla gazu doskonałego.
2 p. – wykonanie *kroku 1.* oraz skorzystanie z równania stanu gazu dla przemiany izobarycznej oraz izochorycznej.
1 p. – zidentyfikowanie przemian, w których układ oddaje ciepło, oraz zapisanie wyrażenia określającego związek całkowitego ciepła oddanego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach (*krok 1.)*.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Sposób 2. (z założeniem wartości C_V, bez wykorzystania sprawności)

Krok 1. Zapiszemy wyrażenie określające co do wartości bezwzględnej związek całkowitego ciepła oddanego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach:

$$|Q_{odd}| = |Q_{34}| + |Q_{41}| = nC_V|\Delta T_{34}| + nC_p|\Delta T_{41}|$$

Krok 2. Skorzystamy z własności równania stanu dla przemiany izochorycznej oraz dla przemiany izobarycznej:

$$pV = nRT \quad \rightarrow \quad (\text{dla} \quad V = const) \quad \rightarrow \quad \Delta pV = nR\Delta T$$
$$pV = nRT \quad \rightarrow \quad (\text{dla} \quad p = const) \quad \rightarrow \quad p\Delta V = nR\Delta T$$

Założymy, że gaz jest jednoatomowy:

$$C_V = \frac{3}{2}R \qquad C_p = \frac{5}{2}R$$

Krok 3. Obliczymy ciepło oddane, korzystając ze wzorów w *kroku 1.* i *kroku 2.*

$$|Q_{odd}| = nC_V|\Delta T_{34}| + nC_p|\Delta T_{41}| = n\frac{3}{2}R|\Delta T_{34}| + n\frac{5}{2}R|\Delta T_{41}|$$
$$|Q_{odd}| = \frac{3}{2}|\Delta p_{34}|\,V_2 + \frac{5}{2}p_1|\Delta V_{41}| = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)\,V_2 + \frac{5}{2}p_1\,(V_2 - V_1)$$
$$|Q_{odd}| = \frac{3}{2}\cdot 3p_1 \cdot 4V_1 + \frac{5}{2}p_1 \cdot 3V_1 = 25{,}5\,p_1V_1$$

Zadanie 4.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami energii kinetycznej, potencjalnej ciężkości, potencjalnej sprężystości (P.I.1.6.2). Zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej (P.I.1.6.3.).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia *x* oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zastosowanie zasady zachowania energii – przyrównanie energii potencjalnej sprężystości do energii potencjalnej grawitacyjnej.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

W przyjętym modelu zjawiska, energia mechaniczna początkowa jest równa energii potencjalnej sprężystości, a energia mechaniczna końcowa jest równa maksymalnej energii potencjalnej grawitacji. Zgodnie z przyjętymi założeniami energia mechaniczna jest zachowana. Poziom zera energii potencjalnej grawitacji przyjmujemy na linii przerywanej na rys. 1.

$$E_{mech\,pocz} = E_{pot\,s} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{oraz} \qquad E_{mech\,kon} = E_{potg} = mgh$$

$$E_{mech\,pocz} = E_{mech\,kon} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}105\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 50\ \mathrm{m}}{200\ \mathrm{N/m}}} \approx 0{,}7177\ \mathrm{m} \approx 0{,}72\ \mathrm{m}$$

Zadanie 4.2. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	**Opis wymagań**
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami energii kinetycznej, potencjalnej ciężkości, potencjalnej sprężystości (P.I.1.6.2). Zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej (P.I.1.6.3.)
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci tekstu (III.1). Stosowanie pojęć i praw fizycznych do rozwiązywania problemów praktycznych (III.2).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowo obliczone obie wysokości, wynik podany z jednostką z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

2 p. – zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej dla wszystkich rzutek prowadzące do zapisu: $mgh = m_1gh_1 = m_2gh_2$ oraz prawidłowe podstawienie danych liczbowych.

1 p. – zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Poziom zera energii potencjalnej przyjmujemy na linii przerywanej na rys. 1. Wtedy początkowa energia mechaniczna układu wyrzutnia – rzutka, jest taka sama niezależnie od masy rzutki.

$$E_{mech\,pocz} = E_{pot\,s} = \frac{1}{2}kx^2$$

Energia mechaniczna końcowa układu wyrzutnia – rzutka, jest równa energii potencjalnej. Dla rzutek o masach m = 105 g, m_1 = 100 g, m_2 = 110 g energie te wynoszą:

$$E_{mech\,kon} = mgh \qquad E_{mech\,kon1} = m_1gh_1 \qquad E_{mech\,kon2} = m_2gh_2$$

Z zasady zachowania energii mechanicznej wynika, że wszystkie trzy energie są równe energii mechanicznej początkowej, co oznacza, że wszystkie są sobie równe.

$$E_{mech\,pocz} = E_{mech\,kon} = E_{mech\,kon1} = E_{mech\,kon2} \quad \rightarrow \quad mgh = m_1gh_1 = m_2gh_2$$

$$mgh = m_1gh_1 = m_2gh_2 \quad \rightarrow \quad h_1 = \frac{m}{m_1}h \quad \text{oraz} \quad h_2 = \frac{m}{m_2}h$$

$$h_1 = \frac{0{,}105\text{ kg}}{0{,}100\text{ kg}} \cdot 50\text{ m} = 52{,}5\text{ m} \quad \text{oraz} \quad h_2 = \frac{0{,}105\text{ kg}}{0{,}110\text{ kg}} \cdot 50\text{ m} \approx 47{,}7\text{ m}$$

Zadanie 4.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).
Wiadomości i rozumienie.	Analizowanie ruchów ciał z uwzględnieniem sił oporu (P.I.1.2.3).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe podkreślenia w dwóch zdaniach.
1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne odpowiedzi
Uwzględnij siły oporów powietrza oraz masę sprężyny.

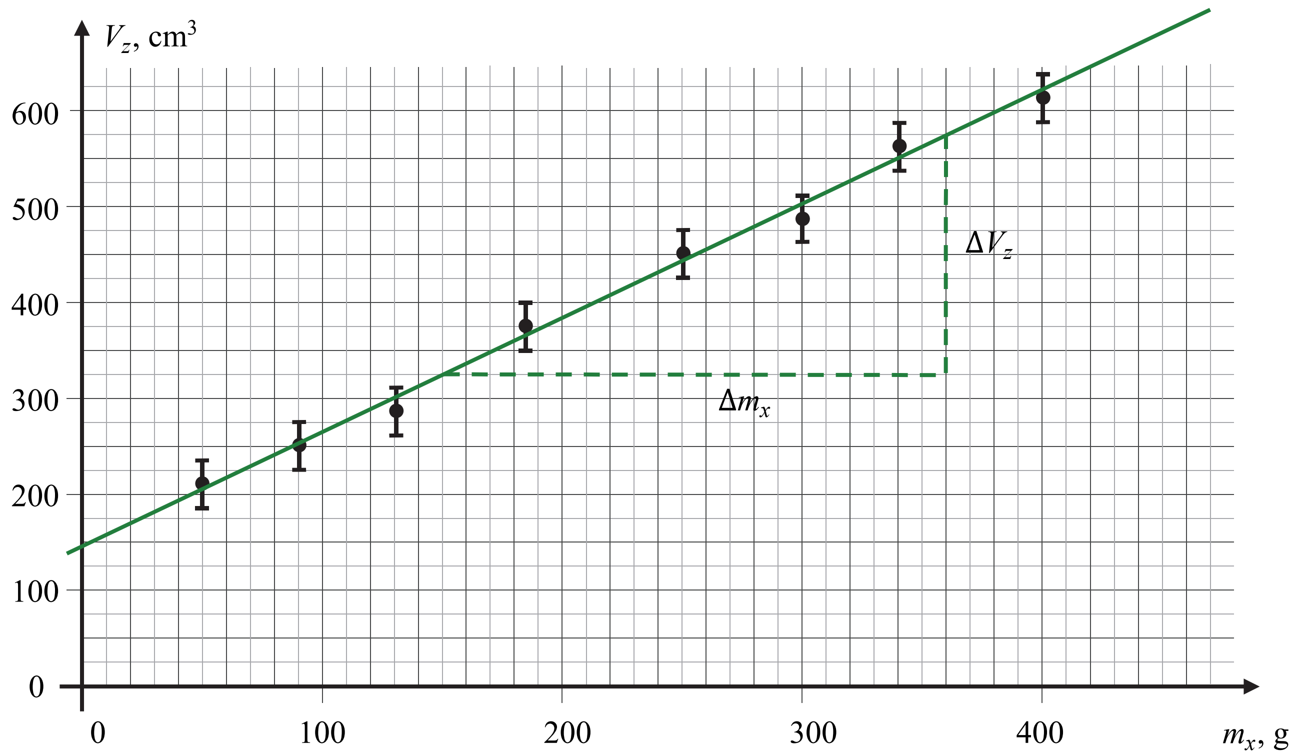
1. Wysokość, na jaką wzniesie się rzutka, w porównaniu do wysokości obliczonej w modelu zjawiska bez sił oporów powietrza, będzie (*większa / taka sama / mniejsza*).
2 Wartość prędkości, jaką uzyskuje rzutka tuż po wystrzeleniu, w porównaniu do analogicznej wartości prędkości obliczonej w modelu zjawiska z zerową masą sprężyny, będzie (*większa / taka sama / mniejsza*).

Zadanie 5.1. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie tekstu, wykresów, rysunków (II.1). Uzupełnianie brakujących elementów wykresu łącząc posiadane i podane informacje (II.2).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci tekstu, wykresów (III.1). Planowanie prostych doświadczeń i analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4).

a) *(1 pkt)*
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do danych eksperymentalnych przedstawionych na wykresie.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie
Na zielono oznaczono prostą dopasowaną orientacyjnie do punktów pomiarowych w najbardziej optymalny sposób, natomiast liniami przerywanymi oznaczono wybrane do obliczeń w punkcie c) przyrosty argumentów i wartości na tej prostej.



b) *(1 pkt)*
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe wyznaczenie objętości (wraz z jednostką) zanurzonej części pustego pojemnika, wynikające z przecięcia narysowanej prostej z osią rzędnych oraz mieszczące się w przedziale od ok. 115 cm^3 do ok. 175 cm^3.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie
Objętość zanurzonej części pustego pojemnika ($m_x = 0$) wyznaczamy przez odczytanie przybliżonej wartości miejsca przecięcia wykresu prostej z osią rzędnych V_z:

$$V_z(0) \approx 150 \text{ cm}^3$$

c) ***(1 pkt)***
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe obliczenie wartości współczynnika A (wraz z jednostką) na podstawie danych odczytanych z wykresu narysowanej prostej. Obliczona wartość współczynnika A powinna mieścić się w przedziale od 1,05 cm^3/g do 1,3 cm^3/g.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Z wykresu prostej $V_z = Am_x + B$ odczytujemy wybrany przyrost ΔV_z oraz odpowiadający temu przyrost Δm_x (albo odwrotnie). Następnie obliczamy wartość współczynnika A:

$$A = \frac{\Delta V_z}{\Delta m_x} = \frac{575\ \mathrm{cm}^3 - 325\ \mathrm{cm}^3}{360\ \mathrm{g} - 150\ \mathrm{g}} \approx 1{,}19\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g}} \approx 1{,}2\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g}}$$

Zadanie 5.2. *(5 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Obliczanie siły wyporu w cieczach i gazach z wykorzystaniem prawa Archimedesa (I.1.7.4).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

a) ***(2 pkt)***
Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe zapisanie warunku równowagi sił za pomocą wielkości wymienionych w treści zadania (jeżeli łącznie z zapisem skalarnym wystąpi wektorowy zapis równowagi sił, to on także musi być prawidłowy).
1 p. – prawidłowe zapisanie warunku równowagi sił: siły wyporu, ciężaru pustego pojemnika oraz ciężaru piasku. Oznaczenia sił muszą umożliwiać ich identyfikację.
lub
– prawidłowe zapisanie warunku równowagi sił za pomocą wielkości wymienionych w treści zadania przy popełnionym błędzie w znaku (zwrocie wektora) w wektorowym zapisie równowagi sił.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Zapisujemy – dla przykładu wektorowo, następnie skalarnie – warunek równowagi sił: siły wyporu $\vec{F}_A$, ciężaru pustego pojemnika $\vec{Q}_p$ oraz ciężaru piasku $\vec{Q}_x$:

$$\vec{F}_A + \vec{Q}_x + \vec{Q}_p = \vec{0} \quad \text{lub} \quad -\vec{F}_A = \vec{Q}_x + \vec{Q}_p \qquad \rightarrow \qquad F_A = Q_x + Q_p$$

Zapisujemy powyższy warunek za pomocą wielkości wymienionych w treści zadania: V_Z, m_x, m_p, ρ. W tym celu korzystamy ze wzorów na siłę wyporu oraz ciężar:

$$F_A = V_z \rho g, \qquad Q_x = m_x g, \qquad Q_p = m_p g$$

Podstawiamy powyższe wzory do warunku równowagi sił:

$$V_z \rho g = m_x g + m_p g \qquad \rightarrow \qquad V_z \rho = m_x + m_p \quad \text{lub} \quad (V - V_0)\rho = m_x + m_p$$

b) ***(2 pkt)***

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyprowadzenia wzorów na współczynniki A i B oraz prawidłowa postać obu wzorów.

1 p. – prawidłowa metoda wyprowadzenia wzoru na jeden ze współczynników A lub B oraz prawidłowa postać tego współczynnika

lub

– prawidłowa metoda wyprowadzenia wzorów na oba współczynniki A i B.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Wzór otrzymany w punkcie a) przekształcamy do postaci wzoru kierunkowego prostej:

$$V_z\rho = m_x + m_p \quad \rightarrow \quad V_z = \frac{1}{\rho} \cdot m_x + \frac{m_p}{\rho}$$

Porównujemy powyższy wzór z równaniem prostej, następnie identyfikujemy współczynniki:

$$V_z = Am_x + B \quad \text{oraz} \quad V_z = \frac{1}{\rho} \cdot m_x + \frac{m_p}{\rho} \qquad \rightarrow \qquad A = \frac{1}{\rho}, \quad B = \frac{m_p}{\rho}$$

Uwaga! Współczynnik B można wyznaczyć inną metodą. B jest równy objętości zanurzonej części pustego pojemnika – czyli objętości cieczy wypartej przez pusty pojemnik. Z warunku pływania pustego pojemnika $m_p = m_{wyp\ cieczy}$ wynika, że: $B = V_{z\ pusty} = m_p / \rho$.

c) ***(1 pkt)***

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia gęstości i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie

Przyrównujemy wartość współczynnika A do wyprowadzonej zależności i wykonujemy obliczenia:

$$A = \frac{1}{\rho} \qquad \rightarrow \qquad 1{,}2\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g}} = \frac{1}{\rho} \qquad \rightarrow \qquad \rho \approx 0{,}83\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 830\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Zadanie 6.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie ogniskowej soczewki znając, znając promienie krzywizny i współczynnik załamania materiału, z którego jest wykonana (P.I.1.5.7).

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

Zaznaczenie ośrodka 2. oraz ośrodka 3.

Zadanie 6.2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Konstruowanie obrazu w soczewce skupiającej i rozpraszającej dla różnych położeń przedmiotu (P.I.1.5.6).

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
B

Zadanie 6.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania soczewki cienkiej do obliczeń wartości odległości przedmiotu i obrazu, ogniskowej, zdolności skupiającej lub współczynnika załamania ośrodka (P.I.1.5.9).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia ogniskowej oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zastosowanie równania soczewkowego z uwzględnieniem odpowiednich znaków.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Zapiszemy równanie soczewki. Uwzględnimy, że soczewka jest rozpraszająca, a obraz w punkcie odległym o *y* od soczewki jest pozorny:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \qquad \text{gdzie} \qquad f=-|f|, \qquad y=-|y|, \qquad x=+|x|$$

$$\frac{1}{|x|}-\frac{1}{|y|}=-\frac{1}{|f|} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{0{,}4}-\frac{1}{0{,}25}=-\frac{1}{|f|} \quad \rightarrow \quad |f|\approx 0{,}67\text{ m} \quad \rightarrow \quad f\approx -0{,}67\text{ m}$$

Uwaga! Znaki danych i wyniku muszą być zgodne <u>z przyjętą konwencją zapisu równania</u>. Oprócz równania jak w przykładowym rozwiązaniu, za prawidłowe należy uznać poniższe równania <u>łącznie z prawidłowo</u> (w danej konwencji) określonymi znakami danych i wyniku:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \qquad \text{wtedy} \qquad x=0{,}4\text{ m}, \quad y=-0{,}25\text{ m}, \qquad f=-0{,}67\text{ m} \qquad \text{ALBO}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \qquad \text{wtedy} \qquad x=0{,}4\text{ m}, \quad y=0{,}25\text{ m}, \qquad f=-0{,}67\text{ m} \qquad \text{ALBO}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{1}{f} \qquad \text{wtedy} \qquad x=0{,}4\text{ m}, \quad y=0{,}25\text{ m}, \qquad f=0{,}67\text{ m}$$

Zadanie 7. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania energii (P.I.1.6.3). [Wyjaśnienie zjawisk] zgodnie z założeniami kwantowego modelu światła (P.I.1.5.17). Wyjaśnianie mechanizmu powstawania widma emisyjnego (P.I.1.21). Obliczanie długości fali emitowanej przez atom wodoru przy przeskokach elektronu pomiędzy orbitami (P.I.5.20).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie tekstu, schematów i rysunków (II.1).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowe wyprowadzenie wzoru pozwalającego na wyznaczenie λ_{AD} tylko na podstawie danych długości fal oraz prawidłowa postać końcowego wzoru (bez błędu w przekształceniach) w postaci:

$$\lambda_{\mathrm{AD}} = \frac{\lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}}}{\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}} \quad \text{albo} \quad \frac{1}{\lambda_{\mathrm{AD}}} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{AB}}} + \frac{1}{\lambda_{\mathrm{BC}}} + \frac{1}{\lambda_{\mathrm{CD}}}$$

2 p. – zapisanie zasady zachowania energii wiążącej energie emitowanych fotonów (*krok 1.*) oraz zapisanie wzoru Plancka na energię emitowanego fotonu łącznie z wykorzystaniem związku pomiędzy częstotliwością i długością fali fotonu – np. zapis $E = hf$ łącznie z równaniem $c = \lambda f$ albo zapis $E = \frac{hc}{\lambda}$ (*krok 2.*).

1 p. – zapisanie zasady zachowania energii wiążącej energie emitowanych fotonów – wystarczy zapis: $\Delta E_{\mathrm{AD}} = \Delta E_{\mathrm{AB}} + \Delta E_{\mathrm{BC}} + \Delta E_{\mathrm{CD}}$ lub $E_{\mathrm{AD}} = E_{\mathrm{AB}} + E_{\mathrm{BC}} + E_{\mathrm{CD}}$ (*krok 1.*).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Krok 1. Skorzystamy z zasady zachowania energii. Energia fotonu E_{XY} emitowanego podczas przejścia elektronu z poziomu X na Y jest równa różnicy energii $\Delta E_{\mathrm{XY}} = E_{\mathrm{X}} - E_{\mathrm{Y}}$ jakie ma elektron na poszczególnych poziomach. W związku z tym, ponieważ zachodzi $\Delta E_{\mathrm{AD}} = \Delta E_{\mathrm{AB}} + \Delta E_{\mathrm{BC}} + \Delta E_{\mathrm{CD}}$ to także zachodzi:

$$E_{\mathrm{AD}} = E_{\mathrm{AB}} + E_{\mathrm{BC}} + E_{\mathrm{CD}}$$

Krok 2. Zapiszemy wzory Plancka na energie emitowanych fotonów podczas przejść elektronu pomiędzy poziomami energetycznymi oraz wykorzystamy związek $c = \lambda f$:

$$E_{\mathrm{AB}} = hf_{\mathrm{AB}} = \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{AB}}}, \quad E_{\mathrm{BC}} = hf_{\mathrm{BC}} = \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{BC}}}, \quad E_{\mathrm{CD}} = hf_{\mathrm{CD}} = \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{CD}}}, \quad E_{\mathrm{AD}} = hf_{\mathrm{AD}} = \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{AD}}}$$

Krok 3. W związku z powyższymi równaniami mamy:

$$\frac{hc}{\lambda_{\mathrm{AD}}} = \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{AB}}} + \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{BC}}} + \frac{hc}{\lambda_{\mathrm{CD}}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\lambda_{\mathrm{AD}}} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{AB}}} + \frac{1}{\lambda_{\mathrm{BC}}} + \frac{1}{\lambda_{\mathrm{CD}}}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\mathrm{AD}}} = \frac{\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}}{\lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}}} \quad \rightarrow \quad \lambda_{\mathrm{AD}} = \frac{\lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}}}{\lambda_{\mathrm{BC}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{CD}} + \lambda_{\mathrm{AB}}\lambda_{\mathrm{BC}}}$$

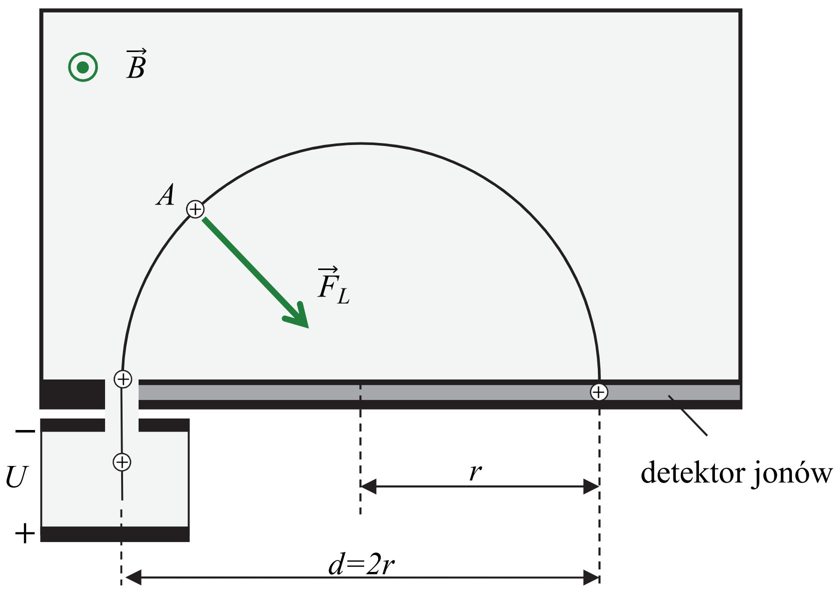
Zadanie 8.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie własności pola magnetycznego za pomocą indukcji pola magnetycznego (I.1.2.4). Opisywanie ruchu cząstki naładowanej w polu magnetycznym (I.1.2.7).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie tekstu, schematów i rysunków (II.1). Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Schemat punktowania a)
1 p. – prawidłowe narysowanie siły Lorentza o charakterze siły dośrodkowej (prosta wyznaczająca kierunek siły musi przechodzić przez środek okręgu).
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Schemat punktowania b)
1 p. – prawidłowe narysowanie zwrotu wektora indukcji magnetycznej.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie a) oraz b)
(Na rysunku poniżej).



Zadanie 8.2. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie ruchu cząstki naładowanej w polu elektrostatycznym i magnetycznym (I.1.2.7). Obliczanie wartości pracy i energii mechanicznej w polu elektrostatycznym (I.1.2.8). Zastosowanie zasady zachowania energii (P I.1.6.3). Obliczanie wartości siły Lorentza (I.1.4.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3). Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4.).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowe wyprowadzenie i postać zależności pozwalającej na wyznaczenie masy jonu.
2 p. – wykonanie *kroku 1.a.* oraz wykonanie *kroku 1.b.*
1 p. – zapisanie relacji identyfikującej siłę Lorentza jako siłę dośrodkową, z uwzględnieniem wzorów na te siły (*krok 1.a.*)
lub
– zapisanie wyrażenia wiążącego zmianę energii kinetycznej z pracą sił pola elektrycznego łącznie z zastosowaniem wzorów na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym (albo równoważne zastosowanie dynamicznych równań ruchu w jednorodnym polu elektrycznym z identyfikacją siły elektrycznej łącznie z kinematycznymi równaniami ruchu jednostajnie przyspieszonego: $ma = \frac{U}{y}q$ oraz $v^2 = 2ay$) (*krok 1.b.*).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Krok 1.a. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę Lorentza jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m\frac{v^2}{r} = evB \qquad \text{gdzie} \qquad r = \frac{d}{2}$$

Krok 1.b. Zapiszemy związek pomiędzy energią kinetyczną, którą uzyskał jon w polu elektrycznym, a pracą sił elektrycznych działających na ten jon – łącznie z zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym. Początkowa energia kinetyczna jonu wynosiła zero, zatem (*e* oznacza wartość ładunku elementarnego):

$$\Delta E_{kin} = W_E \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\cdot 0^2 = eU \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = eU$$

Krok 2. Na podstawie powyższych równań wyznaczymy masę jonu:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 = eU \\ m\frac{v^2}{r} = evB \\ r = \frac{d}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 = eU \\ v = \frac{erB}{m} \\ r = d/2 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{erB}{m}\right)^2 = eU$$

$$\frac{e^2r^2B^2}{2m} = eU \quad \xrightarrow{r=\frac{d}{2}} \quad \frac{e^2d^2B^2}{8m} = eU \quad \rightarrow \quad m = \frac{ed^2B^2}{8U}$$

Zadanie 9.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania ładunku i liczby nukleonów do zapisów reakcji jądrowych i przemian jądrowych (P.I.1.6.10). Wymienianie własności promieniowania jądrowego α, β, γ (P.I.1.6.8).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe uzupełnienie zapisu reakcji oraz podanie prawidłowej nazwy typu reakcji rozpadu.
1 p. – prawidłowe uzupełnienie zapisu reakcji lub podanie prawidłowej nazwy typu reakcji rozpadu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

$$ {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{e} + \tilde{\nu}_{\mathrm{e}} $$

Jest to reakcja rozpadu (albo przemiany) typu beta minus.

Zadanie 9.2. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa rozpadu, z uwzględnieniem czasu połowicznego rozpadu, do analizy przemian jądrowych (P.I.1.6.11).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda i prawidłowe obliczenie stosunku liczby jąder, które uległy rozpadowi, do początkowej liczby jąder w próbce.
2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowe obliczenie stosunku liczby jąder pozostających w próbce do początkowej liczby jąder w próbce.
1 p. – skorzystanie z pierwszego prawa statystycznego rozpadu jąder atomowych łącznie z prawidłowym określeniem stosunku *t/T*.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Obliczamy % z początkowej liczby jąder, jaka zostanie w próbce po czasie $t = 3$ lata – jest to czas równy około 1/4 okresu połowicznego rozpadu:

$$ N(t) = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \rightarrow \quad \frac{N(t)}{N_0} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{12,3}} \quad \rightarrow \quad \frac{N(t)}{N_0} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}}} \approx 0,84 $$

$$ \frac{N(t)}{N_0} \approx 84\% $$

Obliczamy % z początkowej liczby jąder, która uległa rozpadowi w czasie $t = 3$ lata:

$$\frac{N_{roz}(t)}{N_0} = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - \frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}16 \qquad \frac{N_{roz}(t)}{N_0} \approx 16\%$$

Zadanie 9.3. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem energii kinetycznej. (P I.1.6.2). Zastosowanie zasady zachowania energii (P I.1.6.3). Wskazywanie zależności $E = mc^2$ jako równoważności masy i energii (P.I.1.6.4).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda obliczenia energii kinetycznej oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 p. – zastosowanie zasady zachowania energii z uwzględnieniem wzoru Einsteina oraz prawidłowe podstawienie wszystkich danych liczbowych do odpowiedniego równania.

1 p. – zastosowanie zasady zachowania energii z uwzględnieniem wzoru Einsteina na energię spoczynkową (punktowany jest także ogólny zapis wzoru na energię kinetyczną produktów, typu $E_{kin\,c} = (m_{substr} - m_{prod})c^2$ – we wzorze musi pojawić się energia kinetyczna oraz różnica mas!).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy bilans energii reakcji, z uwzględnieniem energii spoczynkowych jąder oraz elektronu oraz całkowitej energii kinetycznej $E_{kin\,c}$ produktów reakcji:

$$E_{0\,Tryt} = E_{0\,Hel} + E_{0\,elektron} + E_{kin\,c} \quad \rightarrow \quad E_{kin\,c} = E_{0\,Tryt} - E_{0\,Hel} - E_{0\,elektron}$$

Zastosujemy wzór Einsteina na energie spoczynkowe:

$$E_{kin\,c} = (m_{Tryt} - m_{Hel} - m_{elektron}) \cdot c^2$$

$$E_{kin\,c} = (5{,}00736 - 5{,}00641 - 0{,}00091) \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ J}$$

$$E_{kin\,c} = 0{,}00036 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 0{,}036 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 4 \cdot 10^{-15} \text{ J} \approx 0{,}02 \text{ MeV}$$