

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Adresat/Adresaci dokumentu:</i>	Egzaminatorzy egzaminu maturalnego z fizyki
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Forma/Formy arkusza:</i>	MFA-R1_1P-203, MFA-R1_2P-203 MFA-R1_3P-203, MFA-R1_4P-203
<i>Termin egzaminu:</i>	Termin dodatkowy – lipiec 2020 r.
<i>Wersja:</i>	1
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	14 lipca 2020 r.
<i>Zastrzeżenia:</i>	Materiał wyłącznie do użytku wewnętrznego przez uprawnione osoby.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia przyspieszenia i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
 1 p. – wykorzystanie równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego, prowadzące do wyznaczenia a na podstawie danych.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Zapišemy wyrażenie na drogę przebytą w czasie od chwili $t_7 = 7 \text{ s}$ do chwili $t_{10} = 10 \text{ s}$, z wykorzystaniem równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego bez prędkości początkowej w chwili zero:

$$\Delta s = s_{10} - s_7 \rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}at_{10}^2 - \frac{1}{2}at_7^2 \rightarrow a = \frac{2\Delta s}{t_{10}^2 - t_7^2}$$

Obliczamy wartość przyspieszenia:

$$a = \frac{2 \cdot 45 \text{ m}}{10^2 \text{ s}^2 - 7^2 \text{ s}^2} \approx 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 2.

Wykorzystamy równania ruchu, aby wyrazić wzór na drogę Δs w czasie $\Delta t = t_{10} - t_7$:

$$\Delta s = v_7 \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \quad v_{10} = v_7 + a\Delta t \rightarrow \Delta s = \frac{v_7 + v_{10}}{2} \Delta t = \frac{at_{10} + at_7}{2} \Delta t$$

Obliczamy wartość przyspieszenia:

$$\Delta s = \frac{at_{10} + at_7}{2} \Delta t \quad a = \frac{2\Delta s}{(t_{10} + t_7)\Delta t} = \frac{2 \cdot 45 \text{ m}}{(10 + 7) \cdot 3 \text{ s}^2} \approx 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 3.

Wykorzystamy związek wynikający ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej:

$$\frac{s_i}{s_k} = \frac{t_i^2}{t_k^2} \xrightarrow{k=1, i=7 \text{ lub } i=10} s_7 = 49s_1 \quad s_{10} = 100s_1 \rightarrow \Delta s = 51s_1 = \frac{51at_1^2}{2}$$

$$a = \frac{2\Delta s}{51t_1^2} = \frac{2 \cdot 45 \text{ m}}{51 \cdot 1 \text{ s}^2} \approx 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 1.2. (0–2)

Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa odpowiedź wynikająca z prawidłowej metody i obliczeń.
 1 p. – powiązanie drogi, prędkości końcowej i przyspieszenia w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej (co oznacza zapisanie równania $v^2 = 2as$ lub dwóch równań: $s = 1/2at^2$ i $v = at$ – łącznie z poprawną identyfikacją wielkości).
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Powiązemy ze sobą drogę, prędkość końcową i przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad v = at \quad \rightarrow \quad s = \frac{v^2}{2a}$$

Sposób 1.

Obliczymy drogę, jaką musiałby przebyć samolot do osiągnięcia koniecznej prędkości:

$$s = \frac{80^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 2\,286 \text{ m} \quad s > 1\,900 \text{ m}$$

Sposób 2.

Obliczymy prędkość, jaką uzyskalby samolot na końcu pasa o długości 1 900 m:

$$v = \sqrt{2as} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot 1,4 \cdot 1900} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 73 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 263 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad v < 288 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Samolot nie mógłby wystartować z pasa o długości 1 900 m.

Zadanie 2. (0–3)**Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 p. – powiązanie wartości siły tarcia statycznego z wartością siły magnetycznej oraz zapisanie I zasady dynamiki (wystarczą zapisy: $T_s = \mu_s F_{mag}$, $Q = T_s$).
- 1 p. – powiązanie wartości siły tarcia statycznego z wartością siły magnetycznej (wystarczy zapis: $T_s = \mu_s F_{mag}$
lub
– zapisanie I zasady dynamiki (wystarczą zapisy: $Q = T_s$)
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Powiązemy wartość siły tarcia statycznego między magnesem a płytą z wartością siły magnetycznej (powodującej naciskanie wzajemne magnesu i płyty) oraz zapiszemy I zasadę dynamiki:

$$T_s = \mu_s F_{mag} \quad Q = T_s$$

Z powyższych równań wyznaczmy wartość siły magnetycznej:

$$Q = \mu_s F_{mag} \quad \rightarrow \quad F_{mag} = \frac{Q}{\mu_s} = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{3,6 \cdot 9,81}{0,15} \text{ N} \approx 235 \text{ N}$$

Zadanie 3.1. (0–2)**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy.
- 1 p. – zapisanie warunku równowagi sił (wystarczy zapis $Q \sin \alpha = T_{max}$) oraz zapisanie wzoru na maksymalną wartość siły tarcia (wystarczy zapis $T_{max} = \mu N$).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Tarcie statyczne osiąga wartość maksymalną, gdy deska tworzy z podłożem kąt $\alpha_1 = 40^\circ$. Zastosujemy wzór na maksymalną wartość siły tarcia statycznego, wzór na wartość N siły nacisku oraz wykorzystamy I zasadę dynamiki Newtona:

$$T_{s\,max} = \mu N \quad N = Q \cos \alpha_1 \quad Q \sin \alpha_1 = T_{s\,max}$$

Z powyższych równań obliczamy współczynnik tarcia statycznego:

$$Q \sin \alpha_1 = \mu Q \cos \alpha_1 \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \tan \alpha_1 = \tan 40^\circ \approx 0,84$$

Zadanie 3.2. (0–2)

a) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe wyznaczenie zależności $T(\alpha)$

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Dla kąta α takiego, że $0^\circ < \alpha < 40^\circ$, siła tarcia statycznego nie osiąga jeszcze wartości maksymalnej (więc nie możemy zastosować wzoru na maksymalną wartość tej siły) i cały czas równoważy siłę wypadkową z siły grawitacji i reakcji (równą składowej ciężaru wzdłuż równi):

$$T_s = Q \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

b) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawne uzasadnienie.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

Sposób 1. (powołanie się na wzór)

Ponieważ wyrażenie $\sin \alpha$ jest monotonicznie rosnące w przedziale $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, to z tego wynika, że siła tarcia statycznego $T_s(\alpha) = mg \sin \alpha$ rośnie, gdy kąt α rośnie w przedziale $0^\circ < \alpha < 40^\circ$.

Sposób 2. (uzasadnienie słowne)

Tarcie statyczne równoważy składową siły ciężkości w kierunku deski. Ponieważ składowa ta rośnie wraz ze wzrostem kąta nachylenia do podłoża, to i tarcie statyczne rośnie.

Zadanie 3.3. (0–2)

Schemat punktowania

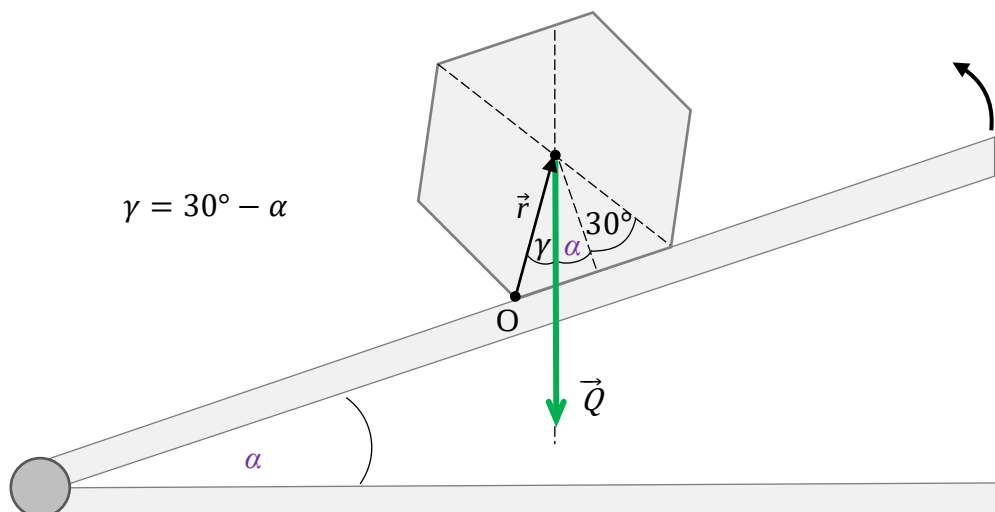
2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowe wyznaczenie kąta α_2 .

1 p. – zauważenie, że hantla zacznie się obracać, gdy moment siły ciężkości względem O zmieni zwrot, albo równoważnie – od momentu, gdy będzie wynosił zero. *Należy uznawać wszelkie równoważne sformułowania: zarówno wyrażone wzorami jak i słownie (np.: hantla się obróci od momentu, gdy kierunek siły ciężkości pokryje się z kierunkiem ramienia tej siły względem O).*

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Hantla zacznie obracać się w chwili, gdy moment siły ciężkości będzie zmieniał znak (zwrot), czyli dokładnie wtedy, gdy będzie wynosił zero. Do tej chwili moment siły ciężkości równoważy się z momentem siły reakcji deski. Na rysunku poniżej oznaczono siłę ciężkości i jej ramię względem osi O (siły reakcji deski i jej ramienia nie oznaczono).



Wartość momentu siły ciężkości względem osi O wyraża się wzorem:

$$M_Q = rQ |\sin(180^\circ - \gamma)| = rQ \sin \gamma = rQ \sin(30^\circ - \alpha)$$

Przyrównamy moment siły ciężkości do zera i wyznaczmy kąt $\alpha = \alpha_2$:

$$M_Q = 0 \rightarrow rQ \sin(30^\circ - \alpha) = 0 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Zadanie 4. (0–2)

Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
- 1 p. – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. F 2. P 3. P 4. P

Zadanie 5.1. (0–3)

Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowa metoda obliczenia okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (*krok 3.*).
- 2 p. – doprowadzenie do wyrażenia, z którego można obliczyć okres obiegu stacji dookoła Ziemi na podstawie promienia orbity stacji oraz stałych, łącznie z prawidłowym podstawieniem odpowiednich danych do wzoru (*krok 2.*).
- 1 p. – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, z uwzględnieniem wzorów na te siły (*krok 1.*)
lub
– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną, łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu (*krok 1.*).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \quad \text{gdzie} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Krok 2. Wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz podstawiamy do wzoru odpowiednie dane:

$$m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{(3 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia:

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{(3 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}} = 6,28 \cdot \sqrt{175,26 \cdot 10^5 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{N}}}$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{1752,6 \cdot 10^4 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{N}}} \approx 263 \cdot 10^2 \text{ s} \approx 26\,300 \text{ s}$$

Sposób 2.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} \quad \text{gdzie} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Krok 2. Wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie okresu obiegu stacji dookoła Ziemi oraz podstawiamy do wzoru odpowiednie dane.

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Wykorzystamy fakt, że:

$$GM_Z = gR_Z^2$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{gR_Z^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{27R_Z}{g}} = 6\pi \sqrt{\frac{3R_Z}{g}} \approx 18,84 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 26,3 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Zadanie 5.2. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

A

Zadanie 5.3. (0–2)**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
 1 p. – przyrównanie energii mechanicznej do zera łącznie z zastosowaniem wzorów na energię kinetyczną i potencjalną
 lub
 – zastosowanie wzoru na prędkość ucieczki łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z zasady zachowania energii (w punkcie p i w nieskończoności) i faktu, że energia mechaniczna w nieskończoności musi być co najmniej zero:

$$E_{mech}(p) = E_{mech\infty} = 0 \rightarrow -\frac{GMm}{r(p)} + \frac{1}{2}mv_u^2(p) = 0 \xrightarrow{r(p)=3R_Z} v_u(p) = \sqrt{\frac{2GM}{3R_Z}}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$v_u(p) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 7,91 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6,46 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 6.1. (0–2)**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
 1 p. – zaznaczenie odpowiedzi 1. **F**, 2. **P** lub 3. **F**, 4. **F**.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. **F** 2. **P** 3. **F** 4. **F**

Zadanie 6.2. (0–2)**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
 1 p. – prawidłowa metoda oszacowania (lub obliczenia) pracy (szacowanie na podstawie metody pola powierzchni ograniczonej krzywą cyklu lub obliczenie z wykorzystaniem wzoru).
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1. (szacowanie pola: przybliżenie krzywej 3–4 dwoma odcinkami prostymi)

Wykorzystamy twierdzenie, zgodnie z którym praca całkowita w cyklu jest równa polu powierzchni figury ograniczonej krzywą $p(V)$ cyklu. Pole pod izotermą oszacujemy przybliżając krzywą 3–4 dwoma odcinkami prostymi: 3–5 i 5–4, gdzie punkt 5 ma współrzędne $(1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}; 14 \cdot 10^5 \text{ m}^3)$.

$$W_{calc} = W_{23} + W_{35} + W_{54} - W_{41}$$

$$W_{calc} \approx 2 \cdot 5 \text{ J} + \frac{1}{2} \cdot (2 + 1,4) \cdot 4 \text{ J} + \frac{1}{2} \cdot (1,4 + 1) \cdot 6 \text{ J} - 1 \cdot 15 \text{ J} \approx 9 \text{ J}$$

Sposób 2. (szacowanie pola: przybliżenie krzywej 3–4 jednym odcinkiem prostym)

Wykorzystamy twierdzenie, zgodnie z którym praca całkowita w cyklu jest równa polu powierzchni figury ograniczonej krzywą $p(V)$ cyklu. Pole pod izotermą oszacujemy z nadmiarem przybliżając krzywą 3–4 jednym odcinkiem prostym.

$$W_{\text{całk}} = W_{23} + W_{34} - W_{41}$$

$$W_{\text{całk}} \approx 2 \cdot 5 \text{ J} + \frac{1}{2} \cdot (2 + 1) \cdot 10 \text{ J} - 1 \cdot 15 \text{ J} \approx 10 \text{ J}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem wzoru)

Wykorzystamy wzór na ciepło pobrane w przemianie izotermicznej.

$$W_{\text{całk}} = W_{23} + W_{34} - W_{41} = W_{34} - 5 \text{ J}$$

Obliczamy W_{34} ze wzoru na ciepło pobrane w przemianie izotermicznej

$$W_{34} = nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} \xrightarrow{\text{równanie stanu}} W_{34} = p_3 V_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = 2 \cdot 10 \cdot \ln \frac{20}{10} \text{ J} \approx 13,9 \text{ J}$$

Obliczamy pracę całkowitą w cyklu

$$W_{\text{całk}} = 13,9 \text{ J} - 5 \text{ J} = 8,9 \text{ J}$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Schemat punktowania

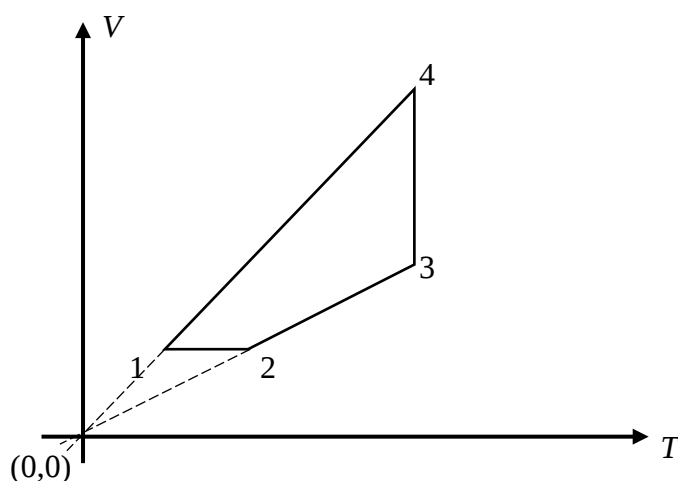
2 p. – prawidłowo narysowany i oznaczony cykl.

1 p. – prawidłowo narysowane i oznaczone obie izobary 4–1 i 2–3 (muszą się przedłużać do punktu (0;0)) oraz prawidłowy kierunek cyklu, a stan 1 oznaczony najbliżej punktu (0;0) lub

– prawidłowo narysowane izochora 1–2 i izoterma 3–4 oraz prawidłowy kierunek cyklu, a stan 1 oznaczony najbliżej do punktu (0;0).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 6.4. (0–3)**Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia ciepła (lub jego wartości bezwzględnej) oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (*krok 3.*).
- 2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b.* łącznie z identyfikacją ciepła molowego przy stałym ciśnieniu jako: $c_p = c_v + R$ (*krok 2.*).
- 1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej z użyciem ciepła molowego przy stałym ciśnieniu oraz odpowiedniej różnicy temperatur ΔT_{41} (*krok 1.a.*)
lub
 – skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego w celu wyznaczenia ΔT_{41} i doprowadzenie do wyrażenia równoważnego wyrażeniu $p\Delta V_{41} = nR\Delta T_{41}$ (*krok 1.b.*).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie*Krok 1.a.*

Zapiszemy wzór na ciepło w przemianie izobarycznej:

$$Q_{41} = nc_p\Delta T_{41}$$

*Krok 1.b.*Skorzystamy z równania stanu gazu doskonałego dla $p = p_{14}$, w celu wyznaczenia ΔT_{41} :

$$pV = nRT \rightarrow p_{14}\Delta V_{14} = nR\Delta T_{14} \rightarrow \frac{p_{14}\Delta V_{14}}{R} = n\Delta T_{14}$$

Krok 2.

Zapiszemy wzór na ciepło korzystając z kroków 1.a. i 1.b. z wykorzystaniem wzoru na ciepło molowe przy stałym ciśnieniu:

$$Q_{41} = \frac{c_p}{R} p_{14}\Delta V_{14} = \frac{(c_v + R)}{R} p_{14}\Delta V_{14}$$

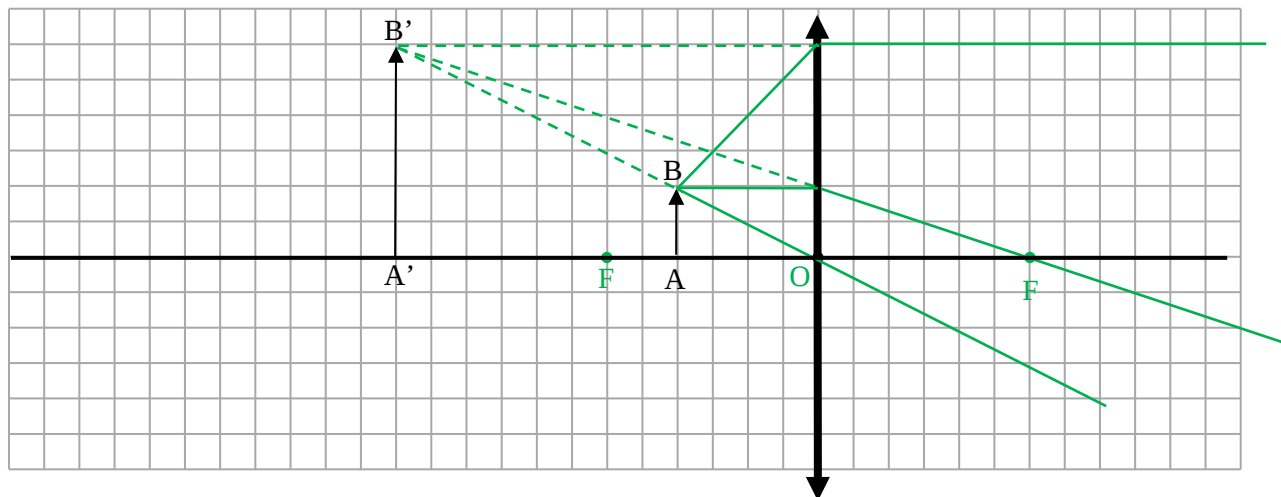
Krok 3.

Wykonujemy obliczenia:

$$Q_{41} = \frac{(20,8 + 8,31)}{8,31} \cdot 1 \cdot 15 \text{ J} \approx 52,5 \text{ J}$$

Zadanie 7.1. (0–2)

- 2 p. – prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie (i podpisanie) położenia soczewki oraz ogniska za pomocą promieni charakterystycznych.
- 1 p. – prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie położenia soczewki za pomocą jednego z promieni charakterystycznych (dolnego lub górnego)
lub
 – prawidłowa konstrukcja i wyznaczenie (bez podpisania) położenia soczewki oraz ogniska za pomocą promieni charakterystycznych.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie**Zadanie 7.2. (0–2)**

- 2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowe obliczenie wartości x , y , f (lub wyznaczenie za pomocą konstrukcji).
 1 p. – zapisanie równania soczewki z prawidłowym uwzględnieniem znaków oraz zapisanie obu warunków na iloraz i sumę x , y .
lub
 – wyznaczenie prawidłowych wartości x oraz y z warunków zadania 7.2.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanieSposób 1.

Skorzystamy z równania soczewki z uwzględnieniem informacji o powiększeniu i wzajemnej odległości przedmiotu od jego obrazu:

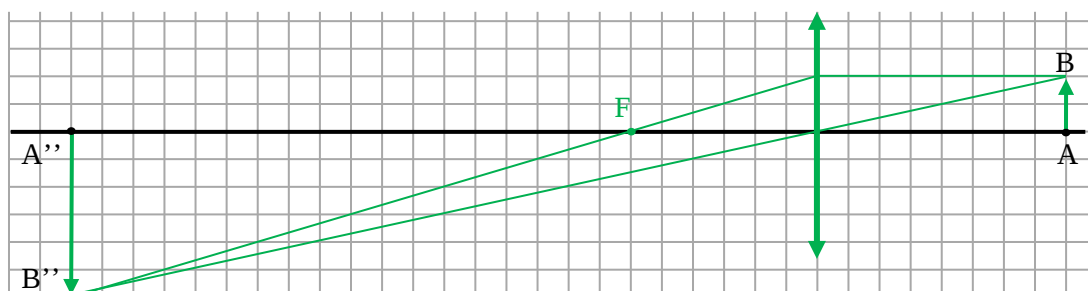
$$\frac{1}{|x|} + \frac{1}{|y|} = \frac{1}{|f|} \quad p = \left| \frac{A''B''}{AB} \right| = \left| \frac{y}{x} \right| = 3 \quad |x + y| = 32$$

Z ostatnich dwóch równań można wyznaczyć y oraz x . W naszej konwencji x , y są dodatnie, zatem:

$$\begin{cases} x + y = 32 \\ \frac{y}{x} = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x = 32 \\ y = 3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ cm} \\ y = 24 \text{ cm} \end{cases}$$

Obliczymy ogniskową soczewki korzystając z równania soczewki:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{8 \text{ cm}} + \frac{1}{24 \text{ cm}} = \frac{3}{24 \text{ cm}} + \frac{1}{24 \text{ cm}} = \frac{4}{24 \text{ cm}} = \frac{1}{6 \text{ cm}} \rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

Sposób 2. (rozwiązanie konstrukcyjne)

Zadanie 8. (0–4)**Schemat punktowania**

- 4 p. – prawidłowe wykonanie kroku 4.
 3 p. – prawidłowe wykonanie kroku 3.
 2 p. – prawidłowe wykonanie kroku 2.
 1 p. – prawidłowe wykonanie kroku 1.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia: R_{Z1} – opór zastępczy całego obwodu, R_{Z2} – opór dużego oczka w obwodzie, R_{Z3} – opór zastępczy dolnej części oczka (bez amperomierza), R_{Z4} – opór zastępczy najmniejszego oczka.

Krok 1. Obliczymy opór zastępczy całego obwodu:

$$\frac{1}{R_{Z4}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \rightarrow R_{Z4} = \frac{R}{2} \quad R_{Z3} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$$

$$\frac{1}{R_{Z2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{2}R} = \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{5}{3R} \rightarrow R_{Z2} = \frac{3}{5}R$$

$$R_{Z1} = r + \frac{3}{5}R = \left(2 + \frac{3}{5} \cdot 6\right) \Omega = 5,6 \Omega$$

Krok 2. Obliczymy natężenie prądu I_1 w obwodzie. W tym celu skorzystamy z II prawa Kirchhoffa:

$$U_{SEM} = I_1 R_{Z1} \rightarrow I = \frac{U_{SEM}}{R_{Z1}} = \frac{12 \text{ V}}{5,6 \Omega} = 2,14 \text{ A}$$

Krok 3. Obliczymy napięcie U_2 pomiędzy węzłami dużego oczka (a więc także na oporze R w górnej części oczka). Korzystamy ze związku napięcia z natężeniem prądu przepływającego przez opór zastępczy oczka:

$$U_2 = I_1 R_{Z2} \rightarrow U_2 = 2,14 \text{ A} \cdot \frac{3}{5} 6 \Omega = 7,7 \text{ V}$$

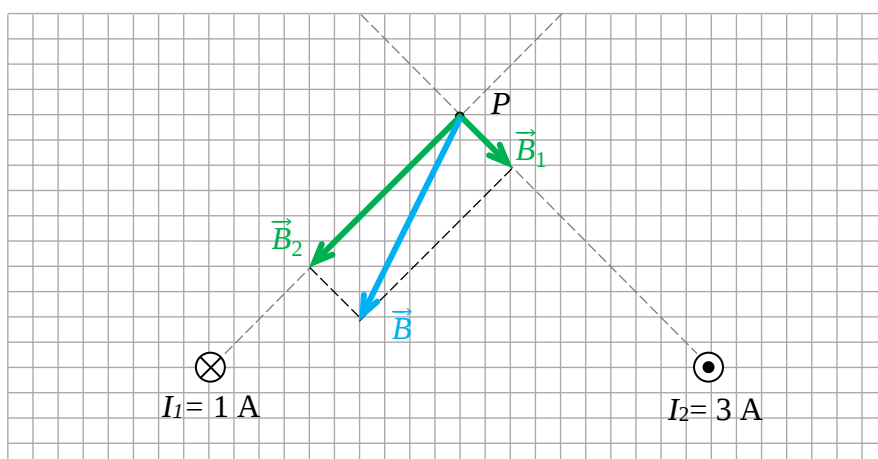
Krok 4. Obliczamy natężenie prądu przepływającego przez opornik R (obok amperomierza)

$$U_2 = I_A R \rightarrow I_A = \frac{U_2}{R} = \frac{7,7 \text{ V}}{6 \Omega} \approx 1,3 \text{ A}$$

Zadanie 9.1. (0–2)

- 2 p. – prawidłowe wyznaczenie i opisanie wszystkich wektorów: $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}$.
 1 p. – prawidłowe wyznaczenie i opisanie obu wektorów indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ oraz $\vec{B}_2$ (prawidłowe kierunki, zwroty i wartości w stosunku 1:3)
 lub
 – wyznaczenie obu wektorów indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ oraz $\vec{B}_2$ wzdłuż oznaczonych linii prostopadłych, ale z błędem (pomyleniem zwrotów lub bez zachowania proporcji) oraz konsekwentne (tzn. zgodne z narysowanymi wektorami) wyznaczenie wypadkowego wektora indukcji magnetycznej
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–3)

- 3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia d_1 oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką, łącznie z zaznaczeniem punktu Z po lewej stronie I_1 .
- 2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b.* oraz doprowadzenie do wyrażenia wiążącego odległości od punktu Z do przewodnika I_1 oraz I_2 .
- 1 p. – skorzystanie z warunku $B_1(Z) = B_2(Z)$ łącznie z identyfikacją, że punkt Z leży na prostej, po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki – równoważnie: stwierdzenie, że zwroty wektorów są przeciwne i równe w punkcie leżącym na prostej po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki (*krok 1.a.*)
lub
 – wykorzystanie wzoru $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ do obliczenia wartości B_1 i B_2 łącznie z prawidłową identyfikacją danych (*krok 1.b.*).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Krok 1.a. Wypadkowy wektor indukcji magnetycznej wynosi zero, gdy

$$\vec{B}_1(Z) = -\vec{B}_2(Z)$$

To jest możliwe, gdy Z leży na prostej, po lewej stronie odcinka łączącego przewodniki.

Krok 1.b. Korzystamy ze wzoru na indukcję magnetyczną długiego, prostoliniowego przewodnika z prądem:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

Łączymy związki zapisane w *kroku 1.* i *kroku 2.*

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{d_1}{d_2} \rightarrow d_1 = \frac{d_2}{3}$$

Obliczamy d_1 :

$$d_1 = \frac{d + d_1}{3} \rightarrow d_1 = \frac{d}{2} = 20 \text{ cm}$$

Zadanie 10.1. (0–3)

- 3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik podany w jednostkach mAh oraz C.
 2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik podany w jednostkach mAh albo C
lub
 – prawidłowa metoda oraz wynik obliczeń z błędem rachunkowym podany w jednostkach mAh oraz C.
 1 p. – zastosowanie poprawnej metody obliczenia przepływającego ładunku elektrycznego w czasie 30 minut
lub
 – prawidłowe obliczenie ładunku przepływającego w jednym cyklu zmian natężenia prądu.
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Na początek obliczymy ładunek, jaki przepłynie w ciągu 10 s (ładunek ten jest równy polu pod wykresem $I(t)$ w jednym cyklu zmian natężenia prądu):

$$Q_{10} = 850 \text{ mA} \cdot (2 \text{ s} + 4 \text{ s}) = 5100 \text{ mC} = 5,1 \text{ C}$$

W czasie 30 minut (1 800 s) cykl zmian natężenia prądu powtórzy się 180 razy. Zatem ładunek jaki przepłynie w czasie 30 minut wynosi:

$$Q_{1800} = 180 \cdot 5,1 \text{ C} = 918 \text{ C}$$

Wynik zapiszemy w miliamperogodzinach:

$$Q_{1800} = 180 \cdot 5100 \text{ mA} \cdot \text{s} = \frac{180 \cdot 5100}{3600} \text{ mA} \cdot \text{h} = 255 \text{ mA} \cdot \text{h}$$

Zadanie 10.2. (0–3)

- 3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
 2 p. – prawidłowe wykonanie *kroku 1.a.* oraz *kroku 1.b.* oraz zapisanie równania, prowadzącego wprost do wyznaczenia natężenia skutecznego prądu.
 1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru na pracę prądu płynącego przez ładowarkę w jednym cyklu, z uwzględnieniem tego, że $\Delta t = 0,6T$ (*krok 1.a.*)
lub
 – prawidłowe zapisanie wzoru na pracę z wykorzystaniem definicji skutecznego natężenia prądu (*krok 1.b.*).
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Wykorzystamy wzór na pracę W prądu stałego o natężeniu I przepływającego przez opornik R w czasie t :

$$W = Pt = UIt = I^2 Rt$$

Krok 1.a. Zmienny prąd płynący przez ładowarkę w czasie jednego cyklu jest etapami stały – łącznie jest stały przez $\Delta t = 0,6T$. Zapiszemy wzór na pracę prądu płynącego przez ładowarkę w jednym cyklu:

$$W = I^2 R \cdot 0,6T$$

Krok 1.b. Wykorzystamy definicję natężenia prądu skutecznego:

$$W = UI_{sk}T = I_{sk}^2 RT$$

Krok 2. Obliczamy natężenie skuteczne prądu:

$$I^2 R \cdot 0,6T = I_{sk}^2 RT \rightarrow 0,6I^2 = I_{sk}^2 \rightarrow I_{sk} = \sqrt{0,6} I \approx 0,77 \cdot 850 \text{ mA} \approx 660 \text{ mA}$$

Zadanie 11.1. (0–2)

Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowe wszystkie odpowiedzi.
1 p. – zaznaczenie odpowiedzi 1. **P**, 2. **F** lub 3. **P**, 4. **F**.
1 p. – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. **P** 2. **F** 3. **P** 4. **F**

Zadanie 11.2. (0–2)

Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach i prawidłowe oba uzasadnienia.
1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu i prawidłowe uzasadnienie w tym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. Na podstawie analizy obu wykresów można stwierdzić, że spośród planet 1. i 2. większą z nich jest (planeta 1. / planeta 2.).

Uzasadnienie: *Spadek rejestrowanej jasności jest większy przy tranzycie planety 1., co oznacza, że planeta 1. bardziej zasłania gwiazdę, czyli jest większa.*

2. Na podstawie analizy obu wykresów można stwierdzić, że spośród planet 1. i 2. dalej od gwiazdy krąży (planeta 1. / planeta 2.).

Uzasadnienie: *Czas w ciągu którego rejestrowana jasność była niższa, jest większy przy tranzycie planety 2., co oznacza, że prędkość orbitalna planety 2. jest mniejsza – czyli planeta 2. jest dalej od gwiazdy.*

Zadanie 12.1. (0–2)

- 2 p. – prawidłowe wyrażenie jednostki Th oraz jej wartości w jednostkach podstawowych układu SI.
1 p. – prawidłowe wyrażenie jednostki Th poprzez jednostki podstawowe układu SI.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

$$1 \text{ Th} = \frac{1 \text{ u}}{1 \text{ e}} \approx \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 1,04 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}}$$

Zadanie 12.2. (0–3)

- 3 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – doprowadzenie do wyrażenia $\frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2}$ lub równoważnych wyrażeń: $\frac{m}{q} = \frac{2U}{v^2}$, $v = \frac{L}{\Delta t}$.
1 p. – zapisanie wyrażenia wiążącego zmianę energii kinetycznej jonu z pracą sił pola elektrycznego łącznie z zastosowaniem wzorów na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym
lub
– prawidłowe obliczenie wartości prędkości jonu w komorze analizatora.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapišemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał jon w polu elektrycznym, a pracą sił elektrycznych działających na elektron – łącznie z zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną i pracę w polu elektrycznym. Początkowa energia kinetyczna jonu wynosiła zero, zatem:

$$\Delta E_{kin} = W_E \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m \cdot 0^2 = qU \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = qU$$

Prędkość końcowa jonu uzyskana w wyniku przyspieszenia jest równa prędkości jonu w komorze analizatora:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

Obliczamy m/q :

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2U}{v^2} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2}$$

$$\frac{m}{q} = \frac{2U\Delta t^2}{L^2} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot (9,4 \cdot 10^{-6} \text{ s})^2}{1,5^2 \text{ m}^2} \approx 94,25 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{C}} \approx 90,4 \text{ Th}$$

Zadanie 12.3. (0–2)

2 p. – poprawne wpisy w tabeli (odpowiedzi i obliczenia) dla wszystkich par jonów.

1 p. – poprawne wpisy w tabeli (odpowiedzi i obliczenia) dla dwóch par jonów.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

m_1	m_2	Obliczenia	Spektrometr rozróżnia jony	Spektrometr nie rozróżnia jonów
996 u	999 u	$\frac{996}{999 - 996} = 332 > R$		X
950 u	954 u	$\frac{996}{1000 - 996} = 237,5 < R$	X	
999 u	1004 u	$\frac{999}{1004 - 999} = 199,8 < R$	X	
1000 u	1003 u	$\frac{1000}{1003 - 1000} = 333, (3) > R$		X