CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700
Termin egzaminu:	19 maja 2023 r.
Data publikacji dokumentu:	28 czerwca 2023 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]	
Wymagania ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyśpieszenia oraz drogi od czasu.

Zasady oceniania[2]
(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $d_{max} = 58{,}75\ \mathrm{m}$.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu t_{max}, w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położeń samochodów w chwili t_{max}, **oraz** zapisanie wyrażeń (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określających położenia samochodów (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyśpieszonego i ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:

$20 + 6t_{max} = 35$ oraz $d_{max} = (40 + 35t_{max}) - (20t_{max} + 3t_{max}^2)$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu t_{max}, w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położeń samochodów w chwili t_{max} (lub sumy położenia początkowego d_0 i różnicy Δs dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości) np. zapisy równoważne poniższym:

$20 + 6t_{max} = 35$ oraz $\{d_{max} = x_{\mathcal{F}}(t_{max}) - x_{\mathcal{P}}(t_{max})$ lub $d_{max} = d_0 + \Delta s\}$

LUB

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. z 2022 r. poz. 1246).

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

– poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu t_{max}, w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym) **oraz** zapisanie wyrażenia (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określającego położenie jednego z samochodów dla dowolnego t bądź wyznaczonego t_{max} (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyśpieszonego lub ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:

$20 + 6t_{max} = 35$ oraz $\{ x_{\mathcal{F}}(t) = 40 + 35t$ lub $x_{\mathcal{P}}(t) = 20t + 3t^2\}$

1 pkt – opisanie strategii rozwiązania (bez wykonania dalszych obliczeń): stwierdzenie, że maksymalna odległość pomiędzy samochodami jest w chwili, w której wartości prędkości samochodów są sobie równe, a odległość między nimi jest równa różnicy położeń

LUB

– przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym dla samochodu $\mathcal{P}$ (na symbolach wielkości lub z podstawionymi danymi), np. zapisy równoważne poniższym:

$\{v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}}$ oraz $v_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}} + at\}$

albo

$20 + 6t_{max} = 35$

albo

$a = \dfrac{v_{\mathcal{F}} - v_{0\mathcal{P}}}{t_{max}}$ (w jednym zapisie)

LUB

– przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zapisanie odległości maksymalnej między samochodami jako różnicy położeń samochodów w chwili t_{max} (bądź sumy położenia początkowego i różnicy dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości), np. zapisy równoważne poniższym:

$v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}}$ oraz $d_{max} = x_{\mathcal{F}}(t_{max}) - x_{\mathcal{P}}(t_{max})$

albo

$v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}}$ oraz $d_{max} = d_0 + \Delta s$

LUB

– poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{P}$ i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2$ oraz $x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunkach za 3 pkt i 2 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $d_{max} = 58{,}75\ \mathrm{m}$.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia zależności $d(t)$ (funkcji $d(t)$) jako różnicy położeń samochodów od czasu **oraz** zapisanie prawidłowej postaci tej funkcji, **oraz** prawidłowa metoda obliczenia wartości maksymalnej funkcji $d(t)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$d(t) = (40 + 35t) - (20t + 3t^2) = -3t^2 + 15t + 40$ oraz $d_{max} = -\dfrac{\Delta}{4A}$

2 pkt – zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położeń **oraz** poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów, np. zapisy równoważne poniższym:

$d = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}}$ oraz $x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2$ i $x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$

1 pkt – opisanie strategii rozwiązania: zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położeń **oraz** stwierdzenie, że maksymalna odległość będzie największą wartością funkcji opisującej zależność różnicy położeń od czasu

LUB

– poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{P}$ i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2$ oraz $x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $d_{max} = 58{,}75\ \mathrm{m}$.

3 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15$ oraz $\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$ oraz $d_{max} = d_0 + \dfrac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a}$

2 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi $\tilde{s}$, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15$ oraz $\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$ oraz $d_{max} = d_0 + \tilde{s}$

LUB

– zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15$ oraz $\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$ oraz $\tilde{s} = \dfrac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a}$

1 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, np. zapisy równoważne poniższym:

$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15$ oraz $\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$

LUB

– zapisanie warunku na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi $\tilde{s}$, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$ oraz $d_{max} = d_0 + \tilde{s}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa do zasad oceniania sposobem 3.
Sposób 3. rozwiązania może pomijać etap obliczenia t_{max}.

Przykładowe pełne rozwiązania[3]
Sposób 1. (z przyrównaniem wartości prędkości samochodów)
Odległość d pomiędzy samochodami zwiększa się (licząc od chwili $t_0 = 0$) w takim czasie, w jakim samochód $\mathcal{F}$ ma większą prędkość od samochodu $\mathcal{P}$. W chwili t_{max}, gdy wartości prędkości obu samochodów zrównają się, ta odległość będzie największa. Wynika to z faktu, że licząc od chwili t_{max}, wartość prędkości samochodu $\mathcal{P}$ staje się większa od wartości prędkości samochodu $\mathcal{F}$, a zatem odległość pomiędzy samochodami będzie malała – do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$.

Samochód $\mathcal{P}$ od chwili $t_0 = 0$ poruszał się ruchem jednostajnie przyśpieszonym, zatem zależność prędkości tego samochodu od czasu dana jest wzorem:

$$v_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}} + at \quad \rightarrow \quad v_{\mathcal{P}} = 20 + 6t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu wyrażamy w jednostkach podstawowych układu SI. Przyrównamy wartości prędkości obu samochodów i obliczymy t_{max} – czas, po jakim odległość pomiędzy samochodami będzie największa:

$$v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}}$$
$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \rightarrow \quad t_{max} = 2{,}5 \text{ s.}$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

Obliczymy odległość d_{max} pomiędzy samochodami w chwili t_{max}. Przyjmiemy, że w chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{P}} = 0$, a samochód osobowy $\mathcal{F}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{F}} = 40\ \mathrm{m}$. Określimy położenia $x_{\mathcal{P}}$, $x_{\mathcal{F}}$ obu samochodów w chwili t_{max} (licząc od chwili $t_0 = 0$).

Skorzystamy z równań ruchu jednostajnie przyśpieszonego prostoliniowego (dla $\mathcal{P}$) i ruchu jednostajnego prostoliniowego (dla $\mathcal{F}$):

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \rightarrow \qquad x_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 20 \cdot 2{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (2{,}5)^2 = 68{,}75\ \mathrm{m}$$

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \qquad \rightarrow \qquad x_{\mathcal{F}}(t_{max}) = 40 + 35 \cdot 2{,}5 = 127{,}5\ \mathrm{m}$$

Odległość maksymalna d_{max} między samochodami jest równa różnicy położeń obu samochodów w chwili t_{max}.

$$d_{max} = 127{,}5\ \mathrm{m} - 68{,}75\ \mathrm{m} = 58{,}75\ \mathrm{m}$$

Sposób 2. (z obliczeniem maksimum funkcji)

Wyznaczymy odległość $d(t)$ między samochodami w funkcji czasu i znajdziemy maksimum tej funkcji. Funkcję $d(t)$ określamy w przedziale czasu od chwili $t_0 = 0$ do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$.

Przyjmiemy, że w chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{P}} = 0$, a samochód osobowy $\mathcal{F}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{F}} = d_0$. Określimy położenia $x_{\mathcal{P}}$, $x_{\mathcal{F}}$ obu samochodów w dowolnej chwili t, licząc od $t_0 = 0$ do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$. Skorzystamy z równań ruchu.

Samochód $\mathcal{P}$ od chwili $t_0 = 0$ poruszał się ruchem jednostajnie przyśpieszonym, zatem:

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \rightarrow \qquad x_{\mathcal{P}} = 20t + \frac{1}{2} \cdot 6t^2 = 20t + 3t^2$$

Samochód $\mathcal{F}$ poruszał się ruchem jednostajnym prostoliniowym, zatem:

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \qquad \rightarrow \qquad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu są wyrażone w jednostkach podstawowych układu SI.

Wyznaczymy odległość między samochodami w funkcji czasu t. Odległość d między samochodami jest równa różnicy położeń obu samochodów w chwili t:

$$d(t) = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}} \qquad \rightarrow \qquad d(t) = 40 + 35t - (20t + 3t^2)$$

$$d(t) = -3t^2 + 15t + 40$$

Uwaga!

Funkcja $d(t)$ jest określona w przedziale czasu od $t_0 = 0$ do czasu, po jakim $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$. Będzie to czas, po którym odległość pomiędzy samochodami jest równa zero:

$$d(t) = 0 \qquad \rightarrow \qquad -3t^2 + 15t + 40 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{705} \approx 26{,}6\ \mathrm{s} \qquad \rightarrow \qquad t_1 \approx -1{,}9\ \mathrm{s} \qquad t_2 \approx 6{,}9\ \mathrm{s}$$

Funkcję kwadratową $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$ rozpatrujemy dla $t \in [0, t_2]$.

Znajdziemy maksimum funkcji kwadratowej $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$. W tym celu obliczymy współrzędne $(t_{max}\,, d_{max})$ wierzchołka paraboli będącej wykresem $d = d(t)$:

$$t_{max} = -\frac{B}{2A} = -\frac{15}{2\cdot(-3)} = 2{,}5\ \mathrm{s} \qquad d_{max} = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{15^2 - 4\cdot(-3)\cdot 40}{4\cdot(-3)} = 58{,}75\ \mathrm{m}$$

Największa odległość pomiędzy samochodami jest równa $58{,}75\ \mathrm{m}$.

Sposób 3. (z wykorzystaniem prędkości względnej)

Rozważamy ruch samochodu $\mathcal{P}$ w poruszającym się układzie odniesienia związanym na sztywno z samochodem $\mathcal{F}$. Początek tego układu odniesienia określimy w miejscu, gdzie znajdował się samochód $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$. Równanie ruchu (na prędkość) samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$ ma postać:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = v_P - v_F = 6t - 15$$

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0) = -15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Do chwili t_{max} (czyli do momentu zrównania się prędkości względem ziemi), samochód $\mathcal{P}$ – w układzie odniesienia samochodu $\mathcal{F}$ – oddala się od niego ($\mathcal{F}$ jest nieruchomy w swoim układzie odniesienia). Równość prędkości (względem ziemi) oznacza, że w chwili t_{max}, prędkość samochodu $\mathcal{P}$ w układzie $\mathcal{F}$ wynosi zero:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$$

Od chwili t_{max}, samochód $\mathcal{P}$ będzie się zbliżał do $\mathcal{F}$. Zatem <u>w układzie odniesienia</u> $\mathcal{F}$, odległość między samochodami była największa w chwili t_{max} i wynosiła:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

gdzie $\tilde{s}$ jest drogą, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ <u>w układzie odniesienia</u> $\mathcal{F}$, od chwili $t_0 = 0$ do chwili t_{max}:

$$\tilde{s} = \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2 - \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max})^2}{2a} = \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a}$$

$$\tilde{s} = \frac{15^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{2\cdot 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 18{,}75\ \mathrm{m}$$

Zatem ostatecznie otrzymujemy:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s} = 40\ \mathrm{m} + 18{,}75\ \mathrm{m} = 58{,}75\ \mathrm{m}$$

Zadanie 2.1. (0–1)

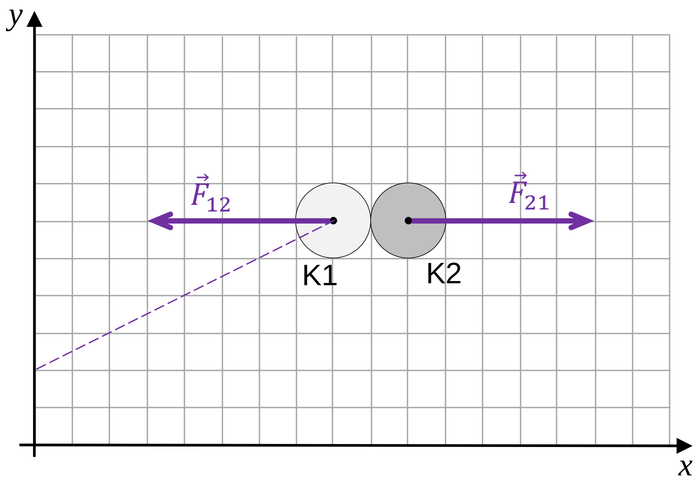
Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.

Zasady oceniania

1 pkt – narysowanie poprawnych (co do kierunku, zwrotu i o równych wartościach) wektorów sił reakcji kul K1 i K2 (przyłożonych osobno do każdej kuli).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 2.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 3.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej […]. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 3.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową […]; II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności […].

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasad dynamiki) wyznaczenia przyśpieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawne zapisanie kompletu równań pozwalających wyznaczyć wartość przyśpieszenia liniowego a, tzn. spełnienie warunku za 2 pkt **oraz** uwzględnienie równości wartości sił, z jakimi linka działa na ciężarek i walec, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym, **oraz** zastosowanie wzorów na moment bezwładności walca i siłę grawitacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F - T \quad \text{oraz} \quad ma = mg - F$$

2 pkt – poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** ruchu postępowego walca, **oraz** ruchu postępowego ciężarka, **oraz** uwzględnienie równości przyśpieszeń walca i ciężarka:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma = F_g - F_2$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca albo ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad \{ma_w = F_1 - T \quad \text{albo} \quad ma_c = F_g - F_2\}$$

LUB

– poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_w = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma_c = F_g - F_2$$

Uwaga! W obu warunkach za 1 pkt nie musi być uwzględniona równość przyśpieszeń walca i ciężarka oraz równość sił, z jakimi linka działa na ciężarek oraz walec.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej) wyznaczenia przyśpieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia liniowego ciężarka, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i drogą w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v^2 = 2ah$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i ciężarka, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca i energię potencjalną ciężarka, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}I\omega^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R$$

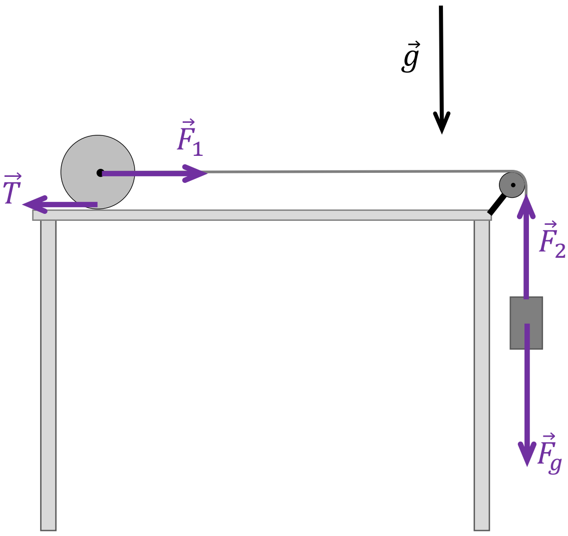
1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** wyodrębnienie w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca, ruchu postępowego ciężarka, ruchu obrotowego walca i energii potencjalnej ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr} + E_{kin\ ciez}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z zastosowaniem równań dynamiki)
Oznaczymy i opiszemy siły działające na walec i ciężarek. Na walec działa siła reakcji linki $\vec{F}_1$ oraz siła tarcia statycznego $\vec{T}$. Na ciężarek działa siła grawitacji $\vec{F}_g$ oraz siła reakcji linki $\vec{F}_2$. Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska zapiszemy równania ruchu wyrażające drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka oraz ruchu postępowego i obrotowego walca. Uwzględnimy fakt, że wartości przyśpieszeń liniowych ciężarka i walca są sobie równe (linka jest nierozciągliwa), wartości sił reakcji linki działających na walec i ciężarek są sobie równe (III zasada dynamiki, masę bloczka i linki pomijamy), masy ciężarka i bloczka są sobie równe:



$$\begin{cases} I\epsilon = RT \\ m_w a_w = F_1 - T \\ m_c a_c = F_g - F_2 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \begin{cases} F_1 = F_2 = F \\ a_w = a_c = a \\ m_w = m_c = m \end{cases} \quad \text{zatem} \quad \begin{cases} I\epsilon = RT \\ ma = F - T \\ ma = F_g - F \end{cases}$$

Uwzględnimy związek $a = \epsilon R$ (wynikający z toczenia się bez poślizgu) między przyśpieszeniem kątowym walca a przyśpieszeniem liniowym walca (i ciężarka), a ponadto wstawimy wyrażenia na moment bezwładności I walca oraz siłę grawitacji:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = RT \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy a:

$$\begin{cases} \frac{ma}{2} = T \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{1)\to 2)} \begin{cases} ma = F - \frac{ma}{2} \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{2)+3)} 2ma = mg - \frac{ma}{2} \quad \to$$

$$a = \frac{2}{5}g$$

Sposób 2. (z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)
Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu ciężarka i walca. W chwili początkowej energia mechaniczna układu jest równa energii potencjalnej ciężarka oraz walca. Gdy ciężarek obniży się o wysokość h, to energia mechaniczna układu będzie równa sumie energii kinetycznych walca i ciężarka i energii potencjalnej walca (przyjmujemy, że ciężarek po obniżeniu się o h będzie miał energię potencjalną równą zero):

$$E_{pot\,wal} + E_{pot\,ciez} = E_{kin\,wal} + E_{kin\,ciez} + E_{pot\,wal}$$

Energia potencjalna walca nie zmienia się, a energia kinetyczna walca jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego względem środka masy, zatem:

$$E_{pot\,ciez} = E_{kin\,wal\,post} + E_{kin\,wal\,obr} + E_{kin\,ciez}$$

Zastosujemy wzory na wymienione powyżej energie kinetyczne:

$$mgh = \frac{1}{2}m_w v_w^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej, związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), wyrażenie na moment bezwładności walca oraz fakt, że wartości prędkości ciężarka i walca oraz ich masy są sobie równe:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{5}{4}v^2 \xrightarrow{v^2=2as,\ \ s=h} gh = \frac{5}{4}\cdot 2ah \quad \to \quad a = \frac{2}{5}g$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. XII.1) wskazuje niezależność prędkości światła w próżni od prędkości źródła i prędkości obserwatora.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B1

Zadanie 4.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 4.3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VIII.5) [SP] posługuje się pojęciami […] częstotliwości i długości fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PP

Zadanie 4.4. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości sondy **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – poprawne zastosowanie przybliżonego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowa identyfikacja wielkości występujących w tym wzorze (tzn. podstawienie danych do wzoru albo zapisanie obok wartości wielkości występujących we wzorze)

LUB

– poprawne zastosowanie ścisłego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowa identyfikacja wielkości występujących w tym wzorze (tzn. podstawienie danych do wzoru albo zapisanie obok wartości wielkości występujących we wzorze)

LUB

– poprawne zastosowanie przybliżonego lub ścisłego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowe przekształcenie tego wzoru i wyprowadzenie wzoru pozwalającego obliczyć prędkość sondy.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa 1.

Gdy zdający zastosuje przybliżony wzór na efekt Dopplera w wersji z wartością bezwzględną:

$$\frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c}$$

to w rozwiązaniu nie wymaga się obliczenia/określenia częstotliwości odbieranej przez obserwatora (zobacz sposób 1. rozwiązania).

Uwaga dodatkowa 2.

Przybliżony wzór na efekt Dopplera, gdy źródło się oddala, zdający może zapisać w równoważnych (równoważnie przekształconych) postaciach. Poniżej kilka z nich:

$$f_{ob} \approx f_{źr}\left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad \frac{f_{źr} - f_{ob}}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c} \quad \text{albo}$$

$$f_{źr} - |\Delta f| \approx f_{źr}\left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c} \quad \text{albo}$$

$$f_{ob} \approx f_{źr}\left(\frac{c - v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad v \approx \left(1 - \frac{f_{ob}}{f_{źr}}\right)c \quad \text{albo}$$

$$f_{ob}c \approx f_{źr}(c - v) \quad \text{albo} \quad v \approx c - c\frac{f_{ob}}{f_{źr}}$$

Ponadto zdający może wykorzystać fakt, że $c = \lambda_{źr}\, f_{źr}$. W takiej sytuacji wzór na efekt Dopplera może być zapisany w postaci „mieszanej” (z częstotliwością i długością fali):

$$c - v \approx \lambda_{źr}\, f_{ob}$$

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z zastosowaniem przybliżonego wzoru Dopplera)
Sonda kosmiczna porusza się względem Ziemi z prędkością o wartości v dużo mniejszej od prędkości światła: $v \ll c$, a zatem możemy zastosować przybliżony wzór na efekt Dopplera dla fali świetlnej:

$$\frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c} \qquad \rightarrow \qquad v \approx \frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \cdot c$$

Zatem:

$$v \approx \frac{750 \cdot 10^3\ \mathrm{Hz}}{3 \cdot 10^9\ \mathrm{Hz}} \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \rightarrow \quad v \approx 750 \cdot 10^2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 75\,000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 75\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Uwaga!

Wzór $\frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c}$ jest słuszny zarówno w przypadku, gdy źródło oddala się od obserwatora (wtedy: $\frac{f_{źr}-f_{ob}}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c}$) jak i w przypadku, gdy źródło zbliża się do obserwatora (wtedy: $\frac{f_{ob}-f_{źr}}{f_{źr}} \approx \frac{v}{c}$).

Sposób 2. (z zastosowaniem ścisłego wzoru Dopplera)
Sonda kosmiczna oddala się od Ziemi, zatem zastosujemy wzór na efekt Dopplera dla fali elektromagnetycznej w przypadku, gdy źródło fali oddala się (częstotliwość fali odbieranej przez obserwatora jest mniejsza od częstotliwości źródła fali):

$$f_{ob} = f_{źr}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

Powyższy wzór przekształcimy i wyznaczymy v:

$$\frac{f_{ob}^2}{f_{źr}^2} = \frac{c-v}{c+v}$$

$$f_{ob}^2 c + f_{ob}^2 v = f_{źr}^2 c - f_{źr}^2 v$$

$$f_{ob}^2 v + f_{źr}^2 v = f_{źr}^2 c - f_{ob}^2 c$$

$$v = \frac{f_{źr}^2 - f_{ob}^2}{f_{ob}^2 + f_{źr}^2} \cdot c$$

oraz

$$f_{ob} = f_{źr} - |\Delta f| = 3\,000\,000\ \mathrm{kHz} - 750\ \mathrm{kHz} = 2\,999\,250\ \mathrm{Hz}$$

$$v = \frac{3^2 - 2{,}99925^2}{3^2 + 2{,}99925^2} \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}00025 \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 75\,000\ \mathrm{m/s}$$

Sposób 3. (z zastosowaniem przybliżonego wzoru Dopplera i wzoru na długość fali)
Przybliżony wzór na efekt Dopplera, gdy źródło się oddala, możemy zapisać w postaci:

$$v \approx c - c\frac{f_{ob}}{f_{źr}} = c - \lambda_{źr} f_{ob} \qquad \text{gdzie} \qquad \lambda_{źr} = \frac{c}{f_{źr}}$$

Wykonamy obliczenia pośrednie:

$$\lambda_{źr} = \frac{c}{f_{źr}} = \frac{3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3 \cdot 10^9\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}1\ \mathrm{m}$$

$$f_{ob} = f_{źr} - |\Delta f| = 3{,}000000 \cdot 10^9\ \frac{1}{\mathrm{s}} - 0{,}000750 \cdot 10^9\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 2{,}999250 \cdot 10^9\ \frac{1}{\mathrm{s}}$$

Otrzymane wartości podstawimy do pierwszego wzoru:

$$v \approx 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}1\ \mathrm{m} \cdot 2{,}999250 \cdot 10^9\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 0{,}00075 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 75\,000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 5.1. (0–1)

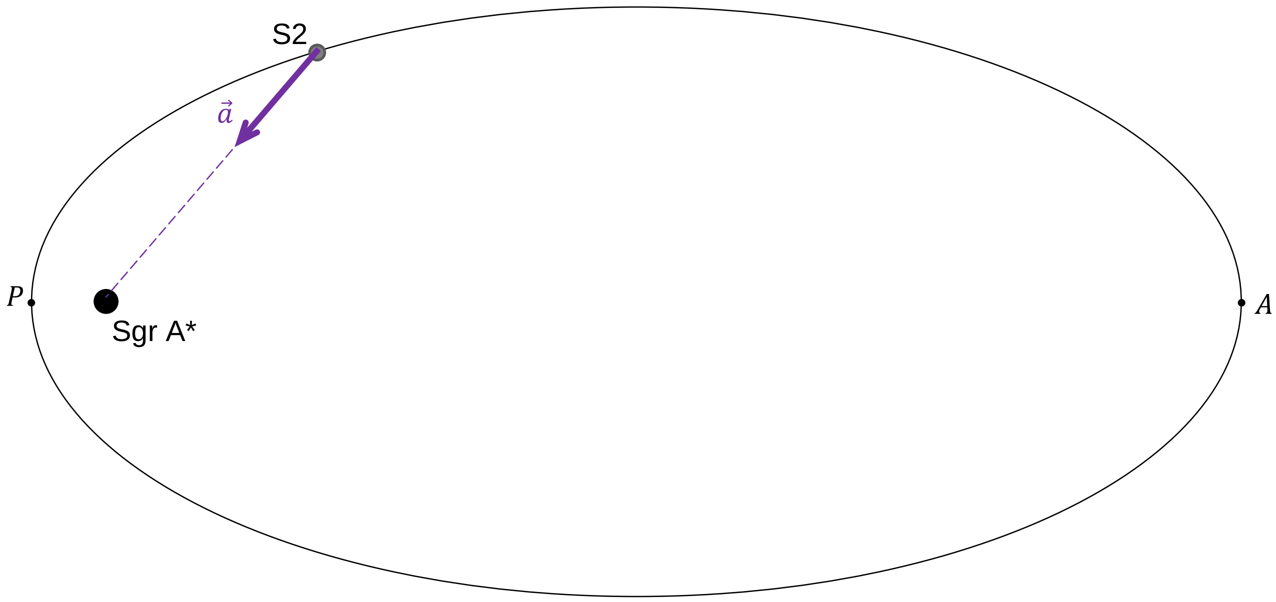
Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: […] przyspieszeniem […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora przyśpieszenia $\vec{a}$ środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu (wektor ma być zaczepiony w S2 i skierowany wzdłuż odcinka łączącego S2 z Sgr A* w stronę Sgr A*).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 5.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […]; II.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 5.3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{M_{SA}}{M_S}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zastosowanie wzoru podanego w informacji do zadań 5.3–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca **oraz** poprawne obliczenie długości półosi wielkiej orbity S2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2 \qquad \text{oraz} \qquad a = \frac{1}{2}(r_P + r_A) = 970 \text{ au}$$

albo (z wykorzystaniem wartości dla ruchu orbitalnego Ziemi)

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{(1 \text{ rok})^2}{(1 \text{ au})^3} \qquad \text{oraz} \qquad a = 970 \text{ au}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór podany w informacji do zadań 5.3.–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2$$

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. obliczymy a jako:

$$a = \frac{1}{2}|PA| = \frac{1}{2}(r_P + r_A) \quad \rightarrow \quad a = \frac{1}{2} \cdot (1820 + 120) \text{ au} = 970 \text{ au}$$

Zatem:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{970 \text{ au}}{1 \text{ au}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1 \text{ rok}}{16 \text{ lat}}\right)^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^6$$

Masa obiektu Sgr A* jest około $3{,}6 \cdot 10^6$ razy większa od masy Słońca.

Zadanie 5.4. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na iloraz mas centrów grawitacyjnych, poprawne przekształcenia **oraz** poprawna postać ilorazu – zgodna z podaną w treści zadania.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia lub bezpośrednie zapisanie (np. na mocy III prawa Keplera z wyrażeniem zawierającym stałe) jednego poprawnego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę centrum grawitacyjnego jedynie na podstawie odpowiednich stałych, promienia a orbity kołowej i okresu T obiegu ciała dookoła tego centrum, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(m_i\frac{v_i^2}{a_i} = \frac{Gm_iM_i}{a_i^2} \quad \text{oraz} \quad v_i = \frac{2\pi a_i}{T_i}\right) \rightarrow \text{[przekształcenia]} \rightarrow \quad M_i = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_i^3}{T_i^2}$$

LUB

– zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzą następujące proporcje o tym samym współczynniku proporcjonalności:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} \propto \text{const}\cdot M_1 \qquad \text{oraz} \qquad \frac{a_2^3}{T_2^2} \propto \text{const}\cdot M_2$$

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na ciało C_1 (lub C_2) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia), np. zapisy równoważne poniższym

$$m_1\frac{v_1^2}{a_1} = \frac{Gm_1M_1}{a_1^2} \qquad \text{albo} \qquad m_1\omega_1^2a_1 = \frac{Gm_1M_1}{a_1^2} \qquad \text{albo} \qquad \omega_1^2a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2}$$

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną ciała C_1 (lub C_2) **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity, np. zapisy równoważne poniższym

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}} \qquad \text{oraz} \qquad v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$$

LUB

– zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzi proporcja:

$$\frac{a^3}{T^2} \propto M$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Wyznaczymy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała C_1 po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{G m_1 M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość ciała C_1 w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez masę ciała m_1. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a_1}{T_1}\right)^2}{a_1} = \frac{G M_1}{a_1^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 a_1}{{T_1}^2} = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Analogicznie wyznaczymy masę M_2 drugiego centrum grawitacyjnego:

$$M_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

Wyznaczymy iloraz mas obu centrów grawitacyjnych:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{4\pi^2}{G} \frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{\frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{a_1^3}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{a_2^3} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Sposób 2.

Wyznaczymy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała C_1 po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące przyśpieszenie dośrodkowe ciała C_1 na orbicie, jako przyśpieszenie grawitacyjne:

$$\omega_1^2 a_1 = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość kątową ciała C_1 w ruchu jednostajnym po orbicie kołowej: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{T_1{}^2} = \frac{GM_1}{a_1^3} \quad \rightarrow \quad M_1 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Iloraz mas obu centrów grawitacyjnych obliczamy podobnie jak w sposobie 1.

Zadanie 6.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: V.3) (SP) posługuje się pojęciem parcia (nacisku) oraz pojęciem ciśnienia w cieczach i gazach wraz z jego jednostką; stosuje do obliczeń związek między parciem a ciśnieniem. VI.9) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a średnią energią ruchu cząsteczek […]; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PP

Zadanie 6.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A2

Zadanie 6.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.12) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).

2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, **oraz** wykorzystanie związku między C_V a C_p, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$n\frac{3}{2}R\Delta T_2 = |Q_2| - |W_2| \qquad \text{oraz} \qquad Q_2 = n\frac{5}{2}R\Delta T_2$$

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \qquad \text{oraz} \qquad Q_2 = nC_p\Delta T_2$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z konsekwentnym uwzględnieniem konwencji znaków **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \qquad \text{oraz} \qquad \Delta U_2 = nC_V\Delta T_2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).

2 pkt – zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** wykorzystanie związku między C_V a C_p, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$|W_2| = nR|\Delta T_2| \qquad \text{oraz} \qquad Q_2 = n\frac{5}{2}R\Delta T_2$$

LUB

– zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym (konsekwentnym) uwzględnieniem konwencji znaków, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury:

$$|W_2| = nR|\Delta T_2| \qquad \text{oraz} \qquad n\frac{3}{2}R\Delta T_2 = |Q_2| - |W_2|$$

1 pkt – zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$|W_2| = p_2|\Delta V_2|$ oraz $p_2\Delta V_2 = nR\Delta T_2$

albo

$|W_2| = nR|\Delta T_2|$

LUB

– zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$|W_2| = p_2|\Delta V_2|$ oraz $Q_2 = nC_p\Delta T_2$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z zastosowaniem I zasady termodynamiki)

Zapiszemy I zasadę dynamiki dla drugiej przemiany. Przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem plus. W drugiej przemianie gaz pobiera ciepło, siła parcia wykonuje pracę, przyrost energii wewnętrznej jest dodatni (temperatura rośnie proporcjonalnie do objętości), zatem (indeks dolny $_2$ oznacza wielkości w drugiej przemianie):

$$1)\quad |\Delta U_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między temperaturą (w tym przypadku przyrostem temperatury) a energią wewnętrzną (w tym przypadku przyrostem energii wewnętrznej) gazu doskonałego

$$2)\quad \frac{3}{2}nR|\Delta T_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem Q_2 pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem ΔT_2 temperatury w tej przemianie:

$$3)\quad Q_2 = \frac{5}{2}nR\Delta T_2 \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \Delta T_2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{nR}\cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 4) podstawimy do wzoru 2):

$$5)\quad \frac{3}{2}nR\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{nR}\cdot|Q_2| = |Q_2| - |W_2|$$

$$6)\quad \frac{3}{5}|Q_2| = |Q_2| - |W_2| \qquad \rightarrow \qquad |W_2| = \frac{2}{5}|Q_2| = \frac{2}{5}\cdot 100\ \mathrm{J} = 40\ \mathrm{J}$$

Sposób 2. (z zastosowaniem wzoru na pracę siły parcia)

Zapiszemy wzór na pracę w przemianie izobarycznej (indeks dolny $_2$ oznacza wielkości w drugiej przemianie):

$$1)\quad |W_2| = p_2|\Delta V_2|$$

Przyrost objętości wyznaczymy z równania stanu gazu doskonałego, przy stałym ciśnieniu

$$2)\quad p_2\Delta V_2 = nR\Delta T_2$$

Zależność otrzymaną w 2) podstawimy do równania 1):

$$3)\quad |W_2| = nR|\Delta T_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem Q_2 pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem ΔT_2 temperatury w tej przemianie:

$$4)\quad Q_2 = \frac{5}{2}nR\Delta T_2 \qquad \rightarrow \qquad 5)\quad \Delta T_2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{nR}\cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 5) podstawimy do wzoru 3):

$$6)\quad |W_2| = nR\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{nR}\cdot|Q_2| \quad \rightarrow \quad |W_2| = \frac{2}{5}|Q_2| = \frac{2}{5}\cdot 100\ \mathrm{J} = 40\ \mathrm{J}$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową oraz przyspieszeniem dośrodkowym. IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na […] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza); IX.3) analizuje tor cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PFF

Zadanie 7.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, […] energii kinetycznej, […] stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na […] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza).

Zasady oceniania

2 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na zasady dynamiki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z II zasadą dynamiki, siła, która jest prostopadła do prędkości nie zmienia wartości tej prędkości.

albo

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z II zasadą dynamiki wartość prędkości się nie zmienia, ponieważ składowa siły w kierunku prędkości jest równa zero.

LUB

– powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na twierdzenie o pracy i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero, zatem zmiana energii kinetycznej jest równa zero.

LUB

– poprawne wyprowadzenie wzoru na wartość prędkości protonu na jednym z półokręgów **oraz** powołanie się na warunki zadania, że wartość indukcji pola magnetycznego na danym półokręgu jest stała, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{AF}^2}{r_{AF}} = qv_{AF}B_{AF} \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m}$$

Ponieważ B_{AF} jest stałe na półokręgu AF, to v_{AF} też jest stała, co wynika ze wzoru. Podobnie na każdym innym półokręgu.

1 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton: zapisanie, że siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki
LUB
– zapisanie, że siła Lorentza działająca na proton pełni rolę siły dośrodkowej (słownie lub za pomocą wzoru, i brak wnioskowania o tym, co z tego wynika)
LUB
– stwierdzenie, że siła Lorentza / pole magnetyczne nie wykonuje pracy (i brak powołania się na związek pomiędzy pracą i zmianą energii kinetycznej).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa
Jeżeli zdający nie powoła się na warunki zadania, tylko stałą wartość pola będzie wykazywał na podstawie błędnego w tym przypadku wzoru (np. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$), to może otrzymać co najwyżej 1 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.
(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.
(2) Zgodnie z II zasadą dynamiki siła, która jest prostopadła do prędkości, nie zmienia tej prędkości w kierunku stycznym do toru (rzut siły na kierunek styczny do toru w danym punkcie jest równy zero – siła prostopadła do prędkości nie ma składowej w kierunku prędkości).

Sposób 2.
(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.
(2) Zgodnie z definicją pracy praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero. Z drugiej strony, praca siły wypadkowej działającej na ciało jest równa zmianie energii kinetycznej tego ciała. Zatem, skoro praca siły Lorentza działającej na cząstkę jest równa zero, to i zmiana energii kinetycznej cząstki jest równa zero. To oznacza, że wartość prędkości cząstki jest stała.

Sposób 3.

$$W_{F_L} = 0 \quad \text{oraz} \quad W_{F_{wyp}} = \Delta E_{kin} \quad \rightarrow \quad \Delta E_{kin} = 0 \quad \text{czyli} \quad E_{kin} = \text{const}$$

Sposób 4.
Siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej na każdym *i*-tym półokręgu:

$$\frac{mv_i^2}{r_i} = qv_iB_i \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{qB_ir_i}{m}$$

Ponieważ na każdym z półokręgów wartość indukcji pola magnetycznego jest stała i promień danego półokręgu jest stały, to iloczyn B_ir_i na *i*-tym półokręgu też jest stały. Zatem

$$v_i = \frac{qB_ir_i}{m} = \text{const}$$

Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na […] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza); IX.3) analizuje tor cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości wektora indukcji magnetycznej podczas ruchu protonu po półokręgu CD **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości w funkcji B i r **oraz** zapisanie równości wynikającej z przyrównania wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgach AF i CD, np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m}$$

albo

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \qquad \rightarrow \qquad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę Lorentza jako siłę dośrodkową **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy równanie wynikające z faktu, że siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej, następnie wyznaczymy prędkość ruchu protonu:

$$1)\quad \frac{mv^2}{r} = qvB \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad v = \frac{qBr}{m}$$

Wykorzystamy fakt, że wartość prędkości protonu się nie zmienia. To oznacza, że wartość prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu AF jest równa wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu CD. Zatem na mocy równania 2) mamy:

$$3)\quad \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m}$$

$$4)\quad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

Na podstawie danych (z rysunku i treści) obliczamy promienie półokręgów:

$$5)\quad r_{AF} = \frac{3}{4}|AD| = \frac{3}{4}\ \mathrm{m} \qquad\qquad r_{CD} = \frac{1}{4}|AD| = \frac{1}{4}\ \mathrm{m}$$

Obliczone w 5) promienie oraz dane z treści zadania podstawimy do równania 4):

$$6)\quad 0{,}2\ \mathrm{T}\cdot\frac{3}{4}\ \mathrm{m} = B_{CD}\cdot\frac{1}{4}\ \mathrm{m} \qquad \rightarrow \qquad B_{CD} = 0{,}6\ \mathrm{T}$$

Zadanie 8.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów […] lub wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; I.9) […] interpretuje nachylenie […] prostej i punkty przecięcia z osiami. VIII.4) […] omawia zależność oporu od temperatury dla metali […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia temperaturowego współczynnika oporu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (za prawidłowy uznaje się wynik, który da się zaokrąglić do $5\cdot 10^{-3}\ 1/\mathrm{K}$).

1 pkt – zapisanie współczynnika α jako ilorazu: przyrostu stosunku oporów i przyrostu temperatury (np. jak w sposobie 1.) – w zakresie temperatur do $1000\ \mathrm{K}$ – **oraz** poprawne określenie $\frac{R}{R_0}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{\frac{R(T)}{R_0} - 1}{T - T_0} \qquad \text{oraz np. dla } T = 1000\ \mathrm{K} \qquad \frac{R(1000\ \mathrm{K})}{R_0} = 4{,}5$$

LUB

– zapisanie współczynnika α jako ilorazu: przyrostu oporów i iloczynu przyrostu temperatury i R_0 (np. jak w sposobie 2.) – w zakresie temperatur do $1000\ \mathrm{K}$ – **oraz** poprawne określenie $R(T)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{R(T) - R_0}{R_0\cdot(T - T_0)} \qquad \text{oraz np. dla } T = 1000\ \mathrm{K} \qquad R(1000\ \mathrm{K}) = 65\ \Omega\cdot 4{,}5$$

LUB

– zapisanie współczynnika α jako współczynnika kierunkowego prostej narysowanej przerywaną kreską (np. jak w sposobach 3. i 4.) – w dowolnym zakresie temperatur – **oraz** podstawienie prawidłowych współrzędnych punktów tej prostej do wzoru na współczynnik kierunkowy.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Na podstawie wykresu stwierdzamy, że w zakresie temperatur od $300\ \mathrm{K}$ do $1000\ \mathrm{K}$ zależność oporu wolframu od temperatury ma w przybliżeniu charakter liniowy, zatem w tym zakresie temperatur możemy stosować wzór do wyznaczania oporu włókna żarówki:

$$1)\ \ R = R_0(1+\alpha\Delta T) \quad \text{gdzie} \quad R_0 = R(T_0)\,,\ \ \Delta T = T - T_0\,, \qquad T_0 = 300\ \mathrm{K}$$

oraz α jest temperaturowym współczynnikiem oporu.

<u>Sposób 1.</u> obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu $\frac{R}{R_0}(T)$)

Wzór 1) przekształcimy do postaci zależności, której wykres jest podany w zadaniu:

$$2)\ \ \frac{R}{R_0} = 1+\alpha\Delta T \qquad \rightarrow \qquad 3)\ \ \alpha = \frac{\left(\frac{R}{R_0}-1\right)}{T-T_0}$$

Współczynnik α obliczymy ze wzoru 3). W tym celu odczytamy wartość $\frac{R}{R_0}$ z wykresu dla wybranej temperatury z zakresu przybliżenia liniowego, np.:

$$\text{dla} \quad T = 900\ \mathrm{K} \qquad \text{mamy:} \qquad \frac{R(900\ \mathrm{K})}{R_0} \approx 4$$

Te wartości podstawimy do wzoru 3):

$$4)\ \ \alpha \approx \frac{4-1}{900\ \mathrm{K} - 300\ \mathrm{K}} = \frac{3}{600\ \mathrm{K}} = 0{,}005\ \frac{1}{\mathrm{K}}$$

<u>Sposób 2.</u> obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu $\frac{R}{R_0}(T)$)

Współczynnik α obliczymy wprost ze wzoru 1), gdzie $R_0 \approx 65\ \Omega\,,\ T_0 = 300\ \mathrm{K}$:

$$2)\ \ \alpha \approx \frac{R(T)-R_0}{R_0(T-T_0)}$$

Wzór ten możemy stosować do $1000\ \mathrm{K}$ (gdy odczytujemy wartości z wykresu a nie z prostej). Zatem:

$$\text{dla} \quad T = 1000\ \mathrm{K} \quad \text{odczytujemy, że} \quad \frac{R(1000\ \mathrm{K})}{R_0} = 4{,}5 \quad \text{zatem}$$

$$R(1000\ \mathrm{K}) = 4{,}5 \cdot 65\ \Omega = 292{,}5\ \Omega$$

Powyższe wartości podstawiamy do równania 2):

$$3)\ \ \alpha \approx \frac{292{,}5\ \Omega - 65\ \Omega}{65\ \Omega \cdot (1000\ \mathrm{K} - 300\ \mathrm{K})} = \frac{227{,}5\ \Omega}{45\,500\ \Omega \cdot \mathrm{K}} = 0{,}005\ \frac{1}{\mathrm{K}}$$

Sposób 3. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z prostej)
Współczynnik α jest równy współczynnikowi kierunkowemu a prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od $300\ \mathrm{K}$ do $1000\ \mathrm{K}$), zatem z dowolnych punktów tej prostej, np.: $(300\ \mathrm{K}, 1)$ i $(3\,200\ \mathrm{K}, 15)$, mamy:

$$\alpha = a = \frac{\Delta(\text{rzędnych})}{\Delta(\text{odciętych})}$$

$$\alpha = \frac{15-1}{3200\ \mathrm{K} - 300\ \mathrm{K}} = \frac{14}{2\,900\ \mathrm{K}} = 0{,}00482\ldots\ \frac{1}{\mathrm{K}} \approx 0{,}005\ \frac{1}{\mathrm{K}}$$

Sposób 4. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartość z prostej i stosuje wzór)
Współczynnik α jest równy współczynnikowi kierunkowemu a prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od $300\ \mathrm{K}$ do $1000\ \mathrm{K}$). Zatem można skorzystać ze wzoru 1) z zastrzeżeniem, że poza zakresem przybliżenia liniowego $\frac{R}{R_0}$ nie jest już ilorazem rzeczywistego oporu R i R_0, tylko jest po prostu rzędną $\frac{R_{prosta}}{R_0}$ punktu leżącego na prostej:

$$\alpha = a = \frac{\left(\frac{R_{prosta}}{R_0} - 1\right)}{T - T_0}$$

Dla $T = 3200\ \mathrm{K}$ rzędna punktu na prostej wynosi $\frac{R_{prosta}}{R_0} = 15$, zatem:

$$\alpha = a = \frac{15-1}{3200\ \mathrm{K} - 300\ \mathrm{K}} = \frac{14}{2\,900\ \mathrm{K}} \approx 0{,}005\ \frac{1}{\mathrm{K}}$$

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] lub wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.5) stosuje do obliczeń proporcjonalność natężenia prądu stałego do napięcia dla przewodników (prawo Ohma); VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem. IX.9) wykorzystuje dane znamionowe urządzeń elektrycznych do obliczeń.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką, zawartej w przedziale od $2500\ \mathrm{K}$ do $2650\ \mathrm{K}$.

2 pkt – poprawne obliczenie oporu włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości ilorazu $\frac{R}{R_0}$ dla włókna żarówki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$R = \frac{(230\ \mathrm{V})^2}{60\ \mathrm{W}} \approx 882\ \Omega \qquad \text{oraz} \qquad \frac{R}{R_0} \approx 13{,}6$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia oporu włókna żarówki (tzn. zastosowanie związku między mocą znamionową a napięciem znamionowym i oporem) z błędem rachunkowym w obliczeniach **oraz** poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki (tzn. poprawne odczytanie z wykresu temperatury dla wyznaczonego oporu):

$$R = \frac{U_z^2}{P} \approx [\dots]\ \Omega \qquad \text{oraz} \qquad T = [\text{poprawnie odczytane do wyznaczonego } \frac{R}{R_0}]$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu włókna **oraz** doprowadzenie do wyrażenia pozwalającego obliczyć opór włókna np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$P_z = U_z I_z \qquad \text{oraz} \qquad U_z = I_z R \qquad \rightarrow \qquad R = \frac{U_z}{\left(\frac{P_z}{U_z}\right)}$$

albo (od razu w jednym zapisie)

$$R = \frac{U_z^2}{P_z}$$

LUB

– strategia rozwiązania (wynikająca z zapisów albo opisana słownie) polegająca na dążeniu do obliczenia $\frac{R}{R_0}$ **oraz** wyznaczenia temperatury poprzez odczytanie z wykresu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór na moc wydzieloną na oporniku oraz związek między oporem opornika a natężeniem prądu przepływającego przez opornik i napięciem na tym oporniku. Zależności te zastosujemy do wyznaczenia oporu włókna żarówki przy zadanych parametrach znamionowych:

$$1)\ \ P_z = U_z I_z \qquad \text{oraz} \qquad 2)\ \ U_z = I_z R \qquad \rightarrow \qquad 3)\ \ P_z = \frac{U_Z^2}{R}$$

Z równania 3) wyznaczymy opór włókna żarówki:

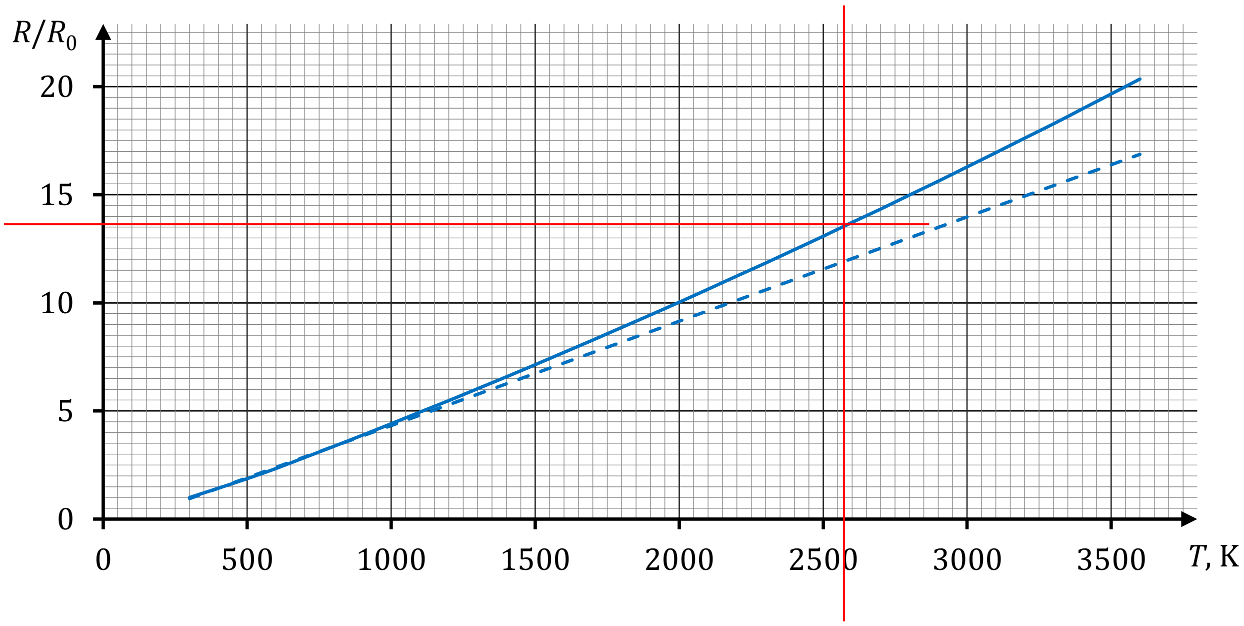
$$4)\ \ R = \frac{U_Z^2}{P_z} \qquad \rightarrow \qquad 5)\ \ R = \frac{(230\ \mathrm{V})^2}{60\ \mathrm{W}} \approx 882\ \Omega$$

Obliczymy iloraz oporu R i R_0:

$$6)\ \ \frac{R}{R_0} \approx \frac{882\ \Omega}{65\ \Omega} \approx 13{,}6$$

Odczytamy z wykresu temperaturę, dla której iloraz oporów ma wartość 13,6:

$$7)\quad \frac{R}{R_0} \approx 13{,}6 \qquad \text{dla} \qquad T \approx 2\,550\ \mathrm{K}\ \ (\text{albo } T \approx 2\,570\ \mathrm{K})$$



Zadanie 8.3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.3) analizuje zależność oporu od wymiarów przewodnika, posługuje się pojęciem oporu właściwego materiału i jego jednostką.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości drutu wolframowego **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – zastosowanie zależności między oporem przewodnika a jego wymiarami (z poprawną identyfikacją pola przekroju i długości przewodnika) i oporem właściwym **oraz** poprawna identyfikacja wartości oporu w $T_0 = 300\ \mathrm{K}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zastosujemy zależność między oporem przewodnika a jego wymiarami i oporem właściwym:

$$R_0 = \rho_0 \cdot \frac{l}{S}$$

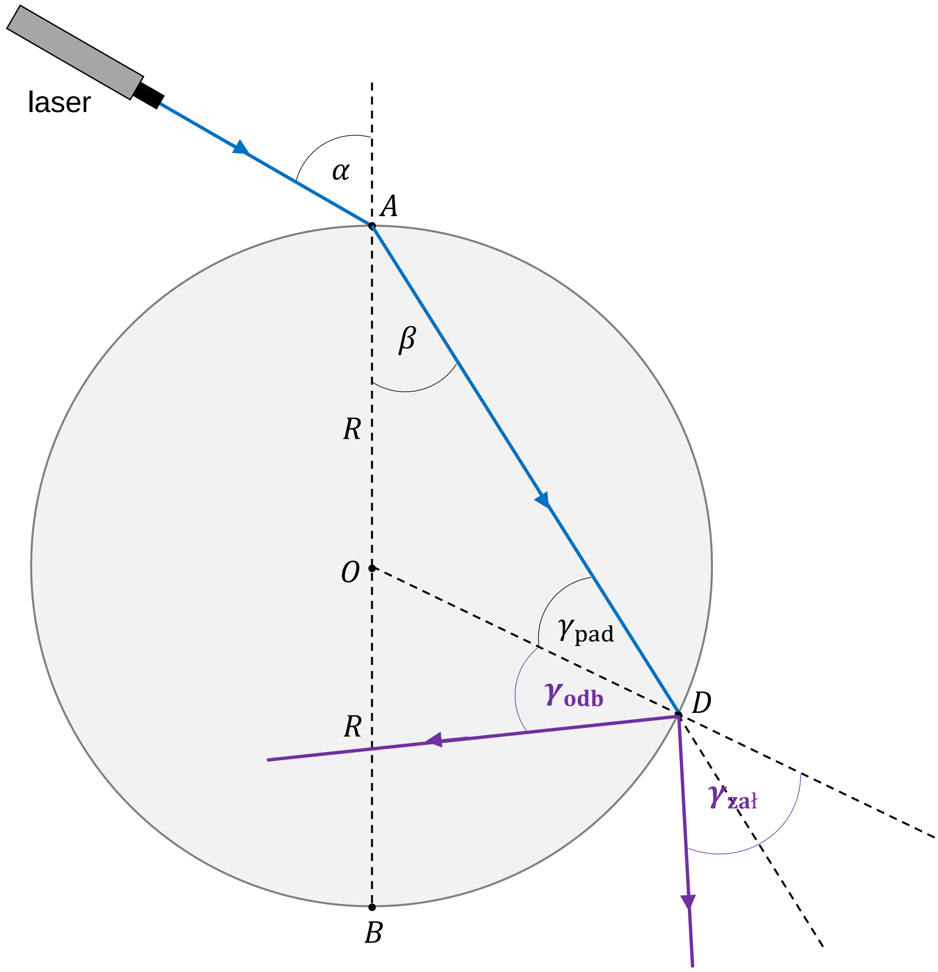
$$l = \frac{R_0 S}{\rho_0} \approx \frac{65\ \Omega \cdot 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 10^{-6 \cdot 2}\ \mathrm{m}^2}{5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}} \approx 8\,200 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \approx 0{,}82\ \mathrm{m}$$

Zadanie 9.1. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków […].

Zasady oceniania
3 pkt – wypełnienie warunków **(a)** **oraz** **(b),** **oraz** **(c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.
2 pkt – wypełnienie warunków **(a)** **oraz** **(b)** opisanych w kryterium za 1 pkt
LUB
– wypełnienie warunków **(a)** **oraz** **(c)** opisanych w kryterium za 1 pkt
LUB
– wypełnienie warunków **(b)** **oraz** **(c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.
1 pkt – (**a**) poprawne narysowanie promienia odbitego w punkcie D **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta odbicia jako γ_{odb}, **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:
$\gamma_{\mathrm{pad}} = \gamma_{\mathrm{odb}}$
LUB
– (**b**) poprawne narysowanie promienia załamanego w punkcie D **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako $\gamma_{\mathrm{zał}}$, **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:
$\gamma_{\mathrm{pad}} < \gamma_{\mathrm{zał}}$
LUB
– (**c**) poprawne narysowanie promienia załamanego w punkcie D **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako $\gamma_{\mathrm{zał}}$, **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:
$\gamma_{\mathrm{zał}} = \alpha$
LUB
– **(d)** poprawne narysowanie promienia odbitego **oraz** załamanego (w tym przypadku nie uwzględnia się braków lub błędów w podpisaniu kątów i uzupełnieniu relacji).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



$\gamma_{\mathrm{pad}} \;\underset{\cdots\cdots}{=}\; \gamma_{\mathrm{odb}}$ $\quad$ $\gamma_{\mathrm{pad}} \;\underset{\cdots\cdots}{<}\; \gamma_{\mathrm{zał}}$ $\quad$ $\gamma_{\mathrm{zał}} \;\underset{\cdots\cdots}{=}\; \alpha$

Zadanie 9.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $1{,}8 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$ lub $1{,}9 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku, tzn.: zapisanie wzoru (z prędkościami i kątami) wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków **oraz** zapisanie sinusów jako ilorazów długości odpowiednich boków albo zapisanie ilorazu sinusów jako ilorazu długości odpowiednich boków albo poprawne obliczenie wartości sinusów kątów α i β (jakkolwiek), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \qquad \text{oraz} \qquad \sin\alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \qquad \text{oraz} \qquad \sin\beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

albo

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{|CB|}{|BD|}$$

albo

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \qquad \text{oraz} \qquad \sin\alpha \approx 0{,}87 \qquad \text{oraz} \qquad \sin\beta \approx 0{,}53$$

1 pkt – zapisanie wzoru wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków (wzoru z prędkościami i kątami), zgodnie z oznaczeniami podanymi w treści zadania, np. zapis:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \qquad \text{albo} \qquad \left(\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{szk} \qquad \text{oraz} \qquad n_{szk} = \frac{c}{v} \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Jeśli zdający utożsamia (bezpodstawnie) miarę kąta $\angle ABD$ z miarą kąta $\angle BAC = \alpha$ albo stosuje bezpodstawny w tej sytuacji związek $\alpha + \beta = 90°$, a pozostałe elementy rozwiązania są poprawne, to może otrzymać co najwyżej 2 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór wynikający z prawa załamania światła na granicy ośrodków, zgodnie z oznaczeniami na rysunku 2.:

$$1)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v}$$

gdzie v jest wartością prędkości światła w krążku. Sinusy obu kątów określimy na podstawie stosunków odpowiednich boków w trójkątach prostokątnych ABC i ABD. Zauważmy, że na mocy twierdzenia o kątach wierzchołkowych mamy $\angle CAB = \alpha$. Zatem:

$$2)\quad \sin\alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \qquad \text{oraz} \qquad \sin\beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

Związki zapisane w 2) podstawimy do 1):

$$3)\quad \frac{\frac{|CB|}{|AB|}}{\frac{|BD|}{|AB|}} = \frac{c}{v} \qquad \rightarrow \qquad \frac{|CB|}{|BD|} = \frac{c}{v} \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad v = \frac{|BD|}{|CB|} \cdot c$$

Do wzoru 4) podstawimy podane w treści zadania długości odcinków i wartość prędkości światła w próżni:

$$5)\quad v = \frac{4{,}8\ \mathrm{cm}}{7{,}8\ \mathrm{cm}} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 1{,}8 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 10.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] lub wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 10.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{v}{c}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością **oraz** zapisanie/uwzględnienie, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i kinetycznej, **oraz** wykorzystanie warunku zadania, **oraz** zapisanie równania, z którego można bezpośrednio obliczyć iloraz $\frac{v}{c}$, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_{kin} + E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E_{kin} = 2E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E = E_0 + 2E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E = 3E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo (wszystko uwzględnione w jednym równaniu)

$$3E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością **oraz** zapisanie energii całkowitej jako sumy energii spoczynkowej i kinetycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy związek między energią E całkowitą elektronu a energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin}:

$$1) \quad E = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 1) wykorzystamy związek między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością:

$$2) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 2) skorzystamy z warunku zadania $E_{kin} = 2E_0$:

$$3)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2E_0 + E_0 \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3E_0$$

Przekształcimy równanie 4) i obliczymy iloraz $\frac{v}{c}$:

$$5)\quad \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3 \qquad \rightarrow \qquad \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{3} \qquad \rightarrow \qquad 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$6)\quad \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}942809\ldots \approx 0{,}94$$

Sposób 2.

Wykorzystamy związek między energią E całkowitą elektronu a energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin} oraz wykorzystamy warunek zadania, oraz związek między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością. To wszystko uwzględnimy w jednym równaniu:

$$3E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Przekształcimy powyższe równanie i obliczymy iloraz $\frac{v}{c}$:

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \rightarrow \qquad 9 = \frac{1}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \qquad \rightarrow \qquad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}942809\ldots \approx 0{,}94$$

Zadanie 10.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi […]. II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) […] posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości napięcia.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie
Napięcie U pola elektrycznego, w którym został rozpędzony elektron, wynosi ....$10{,}2 \cdot 10^5$.... V.

Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne uzupełnienie równania reakcji: wpisanie właściwych liczb atomowych **oraz** symbolu lub nazwy powstałej cząstki.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$^{208}_{82}\mathrm{Pb} + ^{70}_{30}\mathrm{Zn} \rightarrow ^{277}_{112}\mathrm{Cn} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

albo

$$^{208}_{82}\mathrm{Pb} + ^{70}_{30}\mathrm{Zn} \rightarrow ^{277}_{112}\mathrm{Cn} + \mathrm{n}$$

albo

$$^{208}_{82}\mathrm{Pb} + ^{70}_{30}\mathrm{Zn} \rightarrow ^{277}_{112}\mathrm{Cn} + \mathrm{neutron}$$

Zadanie 11.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady alfa […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa **oraz** zapisanie prawidłowej nazwy tego jądra.

1 pkt – prawidłowa metoda obliczenia liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa

LUB

– zapisanie prawidłowej nazwy powstałego jądra bez zapisania obliczeń liczby atomowej tego jądra.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Zachodzi sześć kolejnych rozpadów α, z których pierwszy jest rozpadem jądra $^{277}\mathrm{Cn}$. W każdym rozpadzie alfa powstaje nowe jądro oraz jądro helu $^{4}_{2}\mathrm{He}$. Po szóstym rozpadzie powstaje jądro pierwiastka, który oznaczymy $^{A}_{Z}\mathrm{X}$, gdzie:

$$\mathrm{A} = 277 - 6 \cdot 4 = 253$$ (zapis opcjonalny)

$$\mathrm{Z} = 112 - 6 \cdot 2 = 100$$

Nazwa lub symbol pierwiastka: Ferm albo $^{253}_{100}\mathrm{Fm}$ albo Fm

Zadanie 11.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra kopernik $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (w dżulach lub elektronowoltach), zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących. Uznaje się wyniki:

$(3{,}20 \pm 0{,}05) \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J}$ lub $(2{,}00 \pm 0{,}03)\ \mathrm{GeV}$

2 pkt – poprawne zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ a deficytem masy jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ **oraz** zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$, **oraz** poprawne podstawienie danych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w\,\mathrm{Cn}} = (112 \cdot 1{,}672\,621\,92 + 165 \cdot 1{,}674\,927\,49 - 460{,}138\,852) \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \cdot 2{,}998^2 \cdot 10^{8\cdot 2}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

Uwaga! *Zdający może otrzymać 2 pkt niezależnie od zaokrąglenia, z jakim podstawia dane.*

1 pkt – zidentyfikowanie energii potrzebnej do rozbicia jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ jako energii wiązania tego jądra **oraz** zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ a deficytem masy tego jądra, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w\,\mathrm{Cn}} = \Delta m_{\mathrm{Cn}} c^2$$

LUB

– zapisanie deficytu masy jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ jako różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów tworzących to jądro a masą jądra $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta m_{\mathrm{Cn}} = 112 m_p + 165 m_n - m_{\mathrm{Cn}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Energia E, jaką należy dostarczyć do jądra kopernik $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$, aby rozbić je na poszczególne nukleony, jest równa energii wiązania tego jądra. Wykorzystamy związek pomiędzy energią wiązania a deficytem masy jądra kopernik $^{277}_{112}\mathrm{Cn}$:

$$E = E_{w\,\mathrm{Cn}} = \Delta m_{\mathrm{Cn}} c^2$$

Jądro kopernik ${}^{277}_{112}\mathrm{Cn}$ ma 112 protonów i 165 neutronów, zatem:

$$E_{w\ \mathrm{Cn}} = \left(112m_p + 165m_n - m_{\mathrm{Cn}}\right)c^2$$

Podstawiamy odpowiednie wartości i wykonujemy obliczenia.

Ze względu na to, że nie znamy wyniku różnicy odpowiednich mas (w nawiasie powyżej), i nie wiemy ile cyfr znaczących będzie miał ten wynik, to do kalkulatora wprowadzamy dane z taką dokładnością, jaka jest podana w zadaniu i w *Wybranych wzorach i stałych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki.*

Sposób 1. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Wynik zaokrąglamy na samym końcu. W ten sposób zachowamy właściwą czwartą cyfrę wyniku, potrzebną do zaokrąglenia do trzech cyfr znaczących:

$$E_{w\ \mathrm{Cn}} \approx (112 \cdot 1{,}672\,621\,92 + 165 \cdot 1{,}674\,927\,49 - 460{,}138\,852) \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}998 \cdot 10^{8})^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$= (3{,}557\,838\,89) \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 8{,}988\,004 \cdot 10^{16}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 31{,}977\,870\,174\,7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J} \approx 32{,}0 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

$$E_{w\ \mathrm{Cn}} \approx 3{,}20 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J} \approx 2{,}00\ \mathrm{GeV}$$

Sposób 2. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Pośrednie wyniki obliczeń zachowujemy zaokrąglone do czterech cyfr znaczących. Dzięki temu poprawnie zaokrąglimy wynik końcowy do trzech cyfr znaczących:

$$E_{w\ \mathrm{Cn}} \approx (112 \cdot 1{,}672\,621\,92 + 165 \cdot 1{,}674\,927\,49 - 460{,}138\,852) \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}998 \cdot 10^{8})^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$\approx 3{,}558 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 8{,}988 \cdot 10^{16}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \approx 31{,}98 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J} \approx 32{,}0 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

$$E_{w\ \mathrm{Cn}} \approx 3{,}20 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J} \approx 2{,}00\ \mathrm{GeV}$$