CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	EFAP-R0-100, EFAP-R0-200, EFAP-R0-300, EFAP-R0-700
Termin egzaminu:	13 czerwca 2024 r.
Data publikacji dokumentu:	14 czerwca 2024 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania[1]
(dla rozwiązania sposobem 1.)
4 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku dróg **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego.
3 pkt – spełnienie warunku opisanego w pierwszym lub drugim kryterium za 2 pkt **oraz** zapisanie stosunku dróg jako odpowiedniego stosunku prędkości **oraz** powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2as_i \qquad \text{oraz} \qquad s_1 : s_2 : s_3 = v_1^2 : v_2^2 : v_3^2 \qquad \text{oraz} \qquad v_i = \omega r_i$$

2 pkt – zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyśpieszenie **oraz** zapisanie II zasady dynamiki z uwzględnieniem wzoru na siłę tarcia (albo zapisanie od razu wartości przyśpieszenia), np. zapisy równoważne poniższym:

$$(v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad m_i a_i = \mu\, m_i g) \quad \text{albo} \quad (v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad a_i = \mu g)$$

LUB

– zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyśpieszenie **oraz** zapisanie/wyrażenie faktu (słownie lub symbolem), że przyśpieszenie każdej z monet jest takie samo, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad a_i = a\,)$$

LUB

– powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu **oraz** wyrażenie stosunku prędkości poprzez stosunek tych odległości, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i \qquad \text{oraz} \qquad v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 2 : 3$$

[1] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

1 pkt – powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i$$

LUB

– zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyśpieszenie, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2a_i s_i$$

Uwaga! w tym kryterium nie wymaga się stwierdzenia/zapisów, że przyśpieszenie każdej z monet jest takie samo.

LUB

– zapisanie II zasady dynamiki z uwzględnieniem wzoru na siłę tarcia albo zapisanie od razu wartości przyśpieszenia

$$m_i a_i = \mu\, m_i g \qquad \text{albo} \qquad a_i = \mu g$$

LUB

– zapisanie słownie, że przyśpieszenie każdej z monet ma tę samą wartość (nie jest wymagane uzasadnienie).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku dróg **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

3 pkt – spełnienie warunku opisanego w pierwszym lub drugim kryterium za 2 pkt **oraz** zapisanie stosunku dróg jako odpowiedniego stosunku prędkości, **oraz** powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2as_i \qquad \text{oraz} \qquad s_1 : s_2 : s_3 = v_1^2 : v_2^2 : v_3^2 \qquad \text{oraz} \qquad v_i = \omega r_i$$

2 pkt – zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, **oraz** identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia, **oraz** zastosowanie wzoru na siłę tarcia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{1}{2}m_i v_i^2 = T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad T_i = \mu\, m_i g\right) \quad \text{albo} \quad \left(\frac{1}{2}m_i v_i^2 = \mu m_i g \cdot s_i\right)$$

LUB

– zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, **oraz** identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia, **oraz** zapisanie/wyrażenie faktu (słownie lub symbolem), że siła tarcia działająca na każdą z monet jest taka sama, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{1}{2}m_i v_i^2 = T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad T_i = T\right)$$

LUB

– powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu **oraz** wyrażenie stosunku prędkości poprzez stosunek tych odległości, np. zapisy równoważne poniższym:

$v_i = \omega r_i \qquad \text{oraz} \qquad v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 2 : 3$

1 pkt – powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątowa deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$v_i = \omega r_i$

LUB

– zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety (bez konieczności identyfikacji siły wypadkowej jako siły tarcia) **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2} m_i v_i^2 = F_{w\,i} \cdot s_i \qquad \text{albo} \qquad \frac{1}{2} m_i v_i^2 = m_i a_i \cdot s_i$$

Uwaga! w tym kryterium nie wymaga się stwierdzenia/zapisów, że przyśpieszenie każdej z monet jest takie samo lub, że siła wypadkowa działająca na każdą z monet jest taka sama.

LUB

– identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia **oraz** zastosowanie wzoru na siłę tarcia, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w\,i} = T_i = \mu m_i g$

LUB

– zapisanie słownie, że siła tarcia działająca na każdą z monet lub przyśpieszenie każdej z monet ma tę samą wartość (nie jest wymagane uzasadnienie).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania[2]

Sposób 1.

Zapiszemy II zasadę dynamiki, żeby określić jakie przyśpieszenie ma i-ta moneta. Siła wypadkowa działająca na monetę od momentu zatrzymania się deseczki jest równa sile tarcia, zatem:

$$1)\ \ m_i a_i = T_i \qquad \rightarrow \qquad 1a)\ \ m_i a_i = \mu\, m_i g \qquad \rightarrow \qquad 1b)\ \ a_i = \mu g$$

Zatem, zgodnie z 1b), przyśpieszenie każdej z monet jest takie samo:

$$2)\ \ a_1 = a_2 = a_3 = \mu g = a$$

Powiążemy drogę, jaką przebyła i-ta moneta z prędkością początkową, którą miała moneta w momencie zatrzymania się deseczki. Wykorzystamy kinematyczne równanie ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyśpieszenie:

$$3a)\ \ v_i^2 = 2a_i s_i \qquad \rightarrow \qquad 3b)\ \ v_i^2 = 2a s_i$$

[2] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

Zapiszemy szukany stosunek dróg z wykorzystaniem równania 3b), tzn. zapiszemy proporcję równoważną:

$$4)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = v_1^2 : v_2^2 : v_3^2$$

Powiążemy prędkość liniową i-tej monety z prędkością kątowa deseczki oraz z odległością monety od osi obrotu:

$$5)\ \ v_i = \omega r_i$$

Wzór 5) podstawimy do proporcji 4) i zapiszemy proporcję równoważną:

$$6)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = r_1^2 : r_2^2 : r_3^2$$

Wykorzystamy dane z zadania i zapiszemy wynik:

$$7)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$$

Sposób 2.

Zastosujemy związek między zmianą energii kinetycznej oraz pracą siły wypadkowej dla przypadku ruchu i-tej monety po stole aż do zatrzymania. Siła wypadkowa działająca na i-tą monetę jest równa sile tarcia. Zapiszemy oba związki i zastosujemy wzór na siłę tarcia:

$$1)\ \ \Delta E_{kin} = -T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad 2)\ \ T_i = -\mu m_i g \quad \text{oraz} \quad 3)\ v_{k\,i} = 0$$

Zatem z zależności 1) i 2) i 3) wynika:

$$4a)\ \ 0 - \frac{1}{2} m_i v_i^2 = -\mu m_i g \cdot s_i \qquad \rightarrow \qquad 4b)\ \ \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \mu m_i g \cdot s_i$$

Z zależności 4a) lub 4b) wynika, że:

$$5a)\ \ v_i^2 = 2\mu g \cdot s_i \qquad \rightarrow \qquad 5b)\ \ v_i^2 \propto s_i$$

Zależności 5a) lub 5b) wyrażają proporcję prostą między kwadratem prędkości początkowej monety a drogą przebytą przez daną monetę. Zatem można zapisać proporcję równoważną:

$$6)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = v_1^2 : v_2^2 : v_3^2$$

Powiążemy prędkość liniową i-tej monety z prędkością kątowa deseczki oraz z odległością monety od osi obrotu:

$$7)\ \ v_i = \omega r_i$$

Wzór 7) wykorzystamy w proporcji 6) i zapiszemy proporcję równoważną:

$$8)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = r_1^2 : r_2^2 : r_3^2$$

Wykorzystamy dane z zadania i zapiszemy wynik:

$$9)\ \ s_1 : s_2 : s_3 = 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$$

Zadanie 2.1. (0–2)

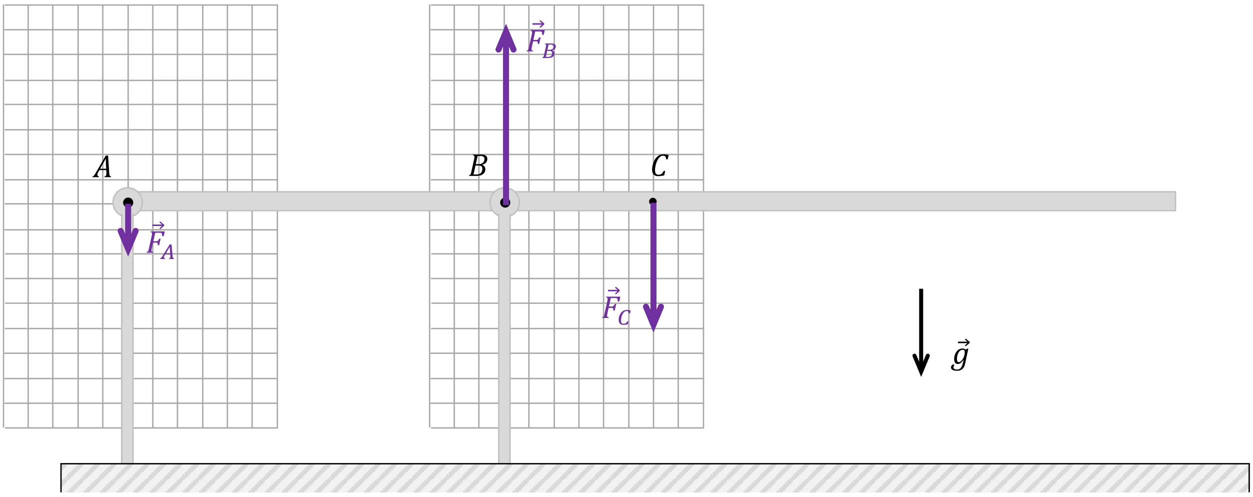
Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie wektorów sił $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ i $\vec{F}_C$ zaczepionych odpowiednio w punktach A, B i C z poprawnym uwzględnieniem kierunków, zwrotów i relacji między wartościami (długościami) tych wektorów (wystarczy większy, mniejszy, równy).

1 pkt – poprawne narysowanie wektorów sił $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ i $\vec{F}_C$ zaczepionych odpowiednio w punktach A, B i C z poprawnym uwzględnieniem kierunków i zwrotów tych wektorów.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 2.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne zapisanie równań opisujących warunki równowagi belki, prawidłowe rozwiązanie układu tych równań i podanie wyników liczbowych z jednostkami: $|F_A| \approx 470\ \mathrm{N}$ oraz $|F_B| \approx 1646\ \mathrm{N}$ (wynik może być podany bez wartości bezwzględnej i zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących).

2 pkt – poprawne zapisanie równania równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramion tych sił) względem dowolnego punktu belki oraz zapisanie poprawnego równania równowagi sił

LUB

– poprawne zapisanie dwóch równań równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramion tych sił) względem dwóch różnych punktów belki (np. jak w sposobie 4.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniach mogą być przyjęte dowolnie, natomiast muszą być konsekwentnie stosowane.

1 pkt – zapisanie poprawnego równania równowagi momentów sił względem dowolnego punktu belki łącznie z prawidłową identyfikacją sił i ich ramion (np. pierwsze równanie w kroku 1. w sposobach 1.–3.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniu równowagi momentów sił mogą być przyjęte dowolnie.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wartość siły $\vec{F}_C$ oznaczamy jako F_g.

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu B) oraz równanie równowagi sił:

$$F_A \cdot |AB| = F_g \cdot |BC| \qquad F_g + F_A = F_B \qquad \text{oraz} \qquad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_A \cdot 1\ \mathrm{m} = 1176\ \mathrm{N} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} \qquad 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy oba równania:

$$\begin{cases} F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \\ 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \\ 1176\ \mathrm{N} + 470{,}4\ \mathrm{N} = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \\ F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Sposób 2.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu A) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |AB| = F_g \cdot |AC| \qquad F_g + F_A = F_B \qquad \text{oraz} \qquad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 1\ \mathrm{m} = 1176\ \mathrm{N} \cdot 1{,}4\ \mathrm{m} \qquad 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy oba równania:

$$\begin{cases} F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \\ 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \\ 1176\ \mathrm{N} + F_A = 1646{,}4\ \mathrm{N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \\ F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Sposób 3.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu C) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |CB| = F_A \cdot |CA| \qquad F_g + F_A = F_B \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = F_A \cdot 1{,}4\ \mathrm{m} \qquad 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B = 3{,}5 \cdot F_A \\ 1176\ \mathrm{N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 3{,}5 \cdot F_A \\ 1176\ \mathrm{N} + F_A = 3{,}5 \cdot F_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_B = 3{,}5 \cdot F_A \\ 1176\ \mathrm{N} = 2{,}5 \cdot F_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \\ F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Sposób 4.

Krok 1. Zapiszemy dwa równania równowagi momentów sił (względem punktu C oraz względem punktu B):

$$F_B \cdot |CB| = F_A \cdot |CA| \qquad F_A \cdot |AB| = F_g \cdot |CB| \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = F_A \cdot 1{,}4\ \mathrm{m} \qquad F_A \cdot 1\ \mathrm{m} = 1176\ \mathrm{N} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B = 3{,}5 \cdot F_A \\ F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646{,}4\ \mathrm{N} \\ F_A = 470{,}4\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Zadanie 3.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FFP

Zadanie 3.2. (0–2)

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne dokończenie dwóch zdań.
1 pkt – poprawne dokończenie jednego zdania.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

1. Maksymalna wartość siły wypadkowej działającej na ciało C podczas opisanego ruchu drgającego wynosi ......0,025...... N.

2. Częstotliwość drgań ciała C jest równna ......0,3125...... Hz.

Zadanie 3.3. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości w chwili $t = 0{,}8\ \mathrm{s}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
2 pkt – zauważenie i zapisanie (słownie lub wzorami), że w chwili $t = 0{,}8\ \mathrm{s}$, gdy przyśpieszenie jest równe zero, to prędkość jest maksymalna **oraz** wyprowadzenie (lub bezpośrednie zapisanie) związku między prędkością maksymalną a przyśpieszeniem maksymalnym i okresem/częstotliwością/częstością kołową.

$$v_x(t = 0{,}8\ \mathrm{s}) = v_{x\,max} \qquad \text{oraz} \qquad a_{x\,max} = \omega\, v_{x\,max}$$

1 pkt – zauważenie i zapisanie (słownie lub wzorami), że w chwili $t = 0{,}8\ \mathrm{s}$, gdy przyśpieszenie jest równe zero, to prędkość jest maksymalna, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_x(t = 0{,}8\ \mathrm{s}) = v_{x\,max}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania
Zauważmy, że w chwili $t = 0{,}8\ \mathrm{s}$ przyśpieszenie ciężarka jest równe zero. Zatem ciężarek przechodzi przez położenie równowagi sił i jego prędkość jest maksymalna:

$$a_x(t = 0{,}8\ \mathrm{s}) = 0 \qquad \rightarrow \qquad v_x(t = 0{,}8\ \mathrm{s}) = v_{x\,max}$$

Wykorzystamy związki pomiędzy prędkością maksymalną a amplitudą drgań i częstością oraz pomiędzy przyśpieszeniem maksymalnym a amplitudą drgań i częstością. Z tych związków wyprowadzimy zależność między prędkością maksymalną a przyśpieszeniem maksymalnym i częstością:

$$(\, v_{x\,max} = \omega\, x_{max} \quad \text{oraz} \quad a_{x\,max} = \omega^2\, x_{max}\,) \rightarrow \qquad a_{x\,max} = \omega\, v_{x\,max}$$

Obliczymy prędkość maksymalną:

$$v_{x\,max} = \frac{a_{x\,max}}{\omega} \qquad \rightarrow \qquad v_{x\,max} \approx \frac{0{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\frac{2\cdot 3{,}142}{3{,}2\ \mathrm{s}}} \approx 0{,}13\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 4.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości satelity D i pierwszej prędkości kosmicznej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na satelitę D jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia) **oraz** analogiczne zapisy dla ciała poruszającego się po orbicie o promieniu R_Z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_D^2}{r_D} = \frac{GmM_Z}{r_D^2} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{mv_I^2}{R_Z} = \frac{GmM_Z}{R_Z^2}$$

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną satelity D **oraz** skorzystanie ze wzoru na pierwszą prędkość kosmiczną:

$$v_D = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}} \qquad \text{oraz} \qquad v_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wyprowadzimy wzór na prędkość, z jaką satelita D porusza się po orbicie. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji działającą na D jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły, następnie wyznaczymy prędkość:

$$\frac{mv_D^2}{r_D} = \frac{GmM_Z}{r_D^2} \qquad \rightarrow \qquad v_D = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}}$$

Podobnie wyprowadzamy wzór na pierwszą prędkość kosmiczną – czyli prędkość orbitalną, dla orbity o promieniu R_Z:

$$\frac{mv_I^2}{R_Z} = \frac{GmM_Z}{R_Z^2} \qquad \rightarrow \qquad v_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}$$

Obliczymy iloraz prędkości satelity D oraz pierwszej prędkości kosmicznej:

$$\frac{v_D}{v_I} = \frac{\sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}}}{\sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}} = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}} \cdot \sqrt{\frac{R_Z}{GM_Z}} = \sqrt{\frac{GM_Z}{9R_Z}} \cdot \sqrt{\frac{R_Z}{GM_Z}} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 4.2. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu okresów oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera dla satelity C i D z poprawnie oznaczonymi wielkościami lub podstawionymi danymi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{r_C^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3} \qquad \text{albo} \qquad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = 0{,}45^3$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Oba satelity C i D obiegają Ziemię – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem iloraz okresów obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_C^2}{r_C^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = \left(\frac{r_C}{r_D}\right)^3 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = 0{,}45^3$$

$$\frac{T_C}{T_D} = \sqrt{0{,}45^3} = \sqrt{0{,}45 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}45} = 0{,}3018\ldots \approx 0{,}30$$

Zadanie 4.3. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPP

Zadanie 5. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FPF

Zadanie 6.1. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – poprawne wpisanie relacji w trzech nierównościach.
2 pkt – poprawne wpisanie relacji w dwóch nierównościach.
1 pkt – poprawne wpisanie relacji w jednej nierówności.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

1. ΔT_{AB} ..... $<$ .... ΔT_{BC}
2. $|W_{BC}|$ ..... $>$ .... $|W_{DA}|$
3. $|\Delta U_{AB}|$ .... $<$ ...... $|\Delta U_{CD}|$

Zadanie 6.2. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne dokończenie zdania.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie
Sposób 1.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi ... 20 % ... pobranego ciepła w cyklu.

Sposób 2.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi ..... $\frac{1}{5}$ .... pobranego ciepła w cyklu.

Sposób 3.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi .... 0,2 .... pobranego ciepła w cyklu.

Zadanie 6.3. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na sprawność cyklu oraz podanie prawidłowego wyniku wynikającego z wyprowadzenia.

3 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepeł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, **oraz** wykorzystanie wzorów na pracę w przemianach izobarycznych, **oraz** wykorzystanie wzorów na ciepła w przemianach izochorycznej i izobarycznej, **oraz** wykorzystanie równania stanu do obliczenia różnic temperatur ΔT_{AB} i ΔT_{BC}, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}} \qquad \text{oraz}$$

$$W_{calkowita} = p_x(2V_1 - V_1) - p_1(2V_1 - V_1) \qquad \text{oraz}$$

$$Q_{pobrane} = n\frac{3}{2}R\Delta T_{AB} + n\frac{5}{2}R\Delta T_{BC} \qquad \text{oraz}$$

$$\Delta p_{AB}V_1 = nR\Delta T_{AB} \qquad p_x\Delta V_{BC} = nR\Delta T_{BC}$$

2 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepeł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, **oraz** wykorzystanie wzorów na pracę w przemianach izobarycznych **oraz** wykorzystanie wzorów na ciepła w przemianach izochorycznej i izobarycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}} \qquad \text{oraz}$$

$$W_{calkowita} = p_x\Delta V_{BC} - p_1\Delta V_{DA} \qquad \text{oraz}$$

$$Q_{pobrane} = n\frac{3}{2}R\Delta T_{AB} + n\frac{5}{2}R\Delta T_{BC}$$

1 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}} \qquad \text{oraz} \qquad W_{calkowita} = |W_{BC}| - |W_{DA}|$$

LUB

– zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepeł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}} \qquad \text{oraz} \qquad Q_{pobrane} = Q_{AB} + Q_{BC}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zapiszemy definicję sprawności silnika cieplnego:

$$1)\quad \eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}}$$

Praca całkowita jest równa różnicy wartości bezwzględnych prac podczas rozprężania izobarycznego i sprężania izobarycznego:

$$2)\quad W_{calkowita} = |W_{BC}| - |W_{DA}| \quad \rightarrow \quad W_{calk} = p_x(2V_1 - V_1) - p_1(2V_1 - V_1)$$

$$2a)\quad W_{calkowita} = (p_x - p_1)V_1$$

Ciepło pobrane z otoczenia w cyklu jest równe sumie ciepeł pobranych z otoczenia w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$:

$$3)\quad Q_{pobrane} = Q_{AB} + Q_{BC}$$

Wykorzystamy wzory na ciepła w przemianach izochorycznej oraz izobarycznej:

$$4)\quad Q_{pobrane} = nC_V\Delta T_{AB} + nC_p\Delta T_{BC}$$

Wykorzystamy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$5)\quad C_p = C_V + R \qquad \text{zatem}$$

$$6)\quad Q_{pobrane} = n\frac{3}{2}R\Delta T_{AB} + n\frac{5}{2}R\Delta T_{BC}$$

Wykorzystamy związki wynikające z równania stanu gazu doskonałego oraz własności przemiany izochorycznej $A \rightarrow B$ oraz własności przemiany izobarycznej $B \rightarrow C$:

$$7)\quad pV = nRT \qquad \text{zatem}$$

$$8)\quad \Delta p_{AB}V_1 = nR\Delta T_{AB}$$

$$9)\quad p_x\Delta V_{BC} = nR\Delta T_{BC}$$

Związki 8) i 9) podstawimy do równania 6):

$$10)\quad Q_{pobrane} = \frac{3}{2}\Delta p_{AB}V_1 + \frac{5}{2}p_x\Delta V_{BC}$$

$$10a)\quad Q_{pobrane} = \frac{3}{2}(p_x - p_1)V_1 + \frac{5}{2}p_xV_1 = \frac{8}{2}p_xV_1 - \frac{3}{2}p_1V_1$$

Wyniki otrzymane w 10a) oraz 2a) podstawimy do wzoru 1):

$$11)\quad \eta = \frac{(p_x - p_1)V_1}{\left(\frac{8}{2}p_x - \frac{3}{2}p_1\right)V_1} = \frac{p_x - p_1}{\frac{8}{2}p_x - \frac{3}{2}p_1} = \frac{2p_x - 2p_1}{8p_x - 3p_1}$$

Zadanie 7.1. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PP

Zadanie 7.2. (0–4)

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda obliczenia ogniskowej soczewki oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
3 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań soczewki (z uwzględnieniem odpowiednich znaków i położeń przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny **oraz** gdy wytwarza obraz rzeczywisty **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8\text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12\text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{|y_1|}{8\text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12\text{ cm}}$$

albo

$$\frac{1}{8\text{ cm}} - \frac{1}{k\cdot 8\text{ cm}} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12\text{ cm}} + \frac{1}{k\cdot 12\text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań soczewki (z uwzględnieniem odpowiednich znaków i położeń przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny **oraz** gdy wytwarza obraz rzeczywisty, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8\text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12\text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f}$$

LUB

– poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny albo rzeczywisty **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8\text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{|y_1|}{8\text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12\text{ cm}} \quad \text{lub} \; (\,|y_1| = k\cdot 8\text{ cm} \;\text{ i }\; |y_2| = k\cdot 12\text{ cm})\right)$$

albo

$$\frac{1}{12\text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{|y_1|}{8\text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12\text{ cm}} \quad \text{lub} \; (|y_1| = k\cdot 8\text{ cm i } |y_2| = k\cdot 12\text{ cm})\right)$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8\text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f}$$

LUB

– poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz rzeczywisty, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{12\ \mathrm{cm}}+\frac{1}{|y_2|}=\frac{1}{f}$$

LUB

– poprawne zapisanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{|y_1|}{8\ \mathrm{cm}}=\frac{|y_2|}{12\ \mathrm{cm}}$$

albo

$$|y_1|=k\cdot 8\ \mathrm{cm} \quad \mathrm{i} \quad |y_2|=k\cdot 12\ \mathrm{cm}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Ponieważ wysokości obrazu pozornego i rzeczywistego tego samego przedmiotu są takie same, to powiększenia obrazu pozornego i rzeczywistego są takie same, zatem:

$$|y_1|=k|x_1| \qquad \mathrm{oraz} \qquad |y_2|=k|x_2|$$

Zapiszemy równania soczewki w sytuacji 1., gdy wytwarza obraz pozorny oraz w sytuacji 2., gdy wytwarza obraz rzeczywisty. Dla uproszczenia zapisu pomijamy „cm”:

$$\begin{cases} 1)\ \dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{k\cdot 8}=\dfrac{1}{f} \\ 2)\ \dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{k\cdot 12}=\dfrac{1}{f} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{8}-\dfrac{2}{k\cdot 8}=\dfrac{2}{f} \\ \dfrac{3}{12}+\dfrac{3}{k\cdot 12}=\dfrac{3}{f} \end{cases} \rightarrow \quad \frac{2}{8}+\frac{3}{12}=\frac{2}{f}+\frac{3}{f}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{5}{f} \quad \rightarrow \quad f=10\ \mathrm{cm}$$

Sposób 2.

Zapiszemy równanie soczewki w sytuacji 1., gdy wytwarza ona obraz pozorny:

$$1)\ \frac{1}{|x_1|}-\frac{1}{|y_1|}=\frac{1}{f} \quad \mathrm{oraz} \quad x_1=8\ \mathrm{cm} \quad \rightarrow \quad 1a)\ \frac{1}{8\ \mathrm{cm}}-\frac{1}{|y_1|}=\frac{1}{f}$$

Zapiszemy równanie soczewki w sytuacji 2., gdy wytwarza ona obraz rzeczywisty:

$$2)\ \frac{1}{|x_2|}+\frac{1}{|y_2|}=\frac{1}{f} \quad \mathrm{oraz} \quad x_2=12\ \mathrm{cm} \quad \rightarrow \quad 2a)\ \frac{1}{12\ \mathrm{cm}}+\frac{1}{|y_2|}=\frac{1}{f}$$

Wykorzystamy informację o tym, że obrazy przedmiotu dla obu położeń mają tę samą wysokość:

$$h_{obrazu1} = h_{obrazu2} \quad \text{oraz} \quad \frac{h_{obrazu1}}{h_{przedmiotu}} = \frac{|y_1|}{|x_1|} \quad \text{oraz} \quad \frac{h_{obrazu2}}{h_{przedmiotu}} = \frac{|y_2|}{|x_2|}$$

zatem:

3) $\dfrac{|y_1|}{|x_1|} = \dfrac{|y_2|}{|x_2|}$

Z równań 1a), 2a), 3) obliczymy f:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{|y_1|} = \dfrac{1}{f} \\ \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{|y_2|} = \dfrac{1}{f} \\ \dfrac{|y_1|}{8} = \dfrac{|y_2|}{12} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{|y_1|} = \dfrac{1}{f} \\ \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{\frac{12}{8}|y_1|} = \dfrac{1}{f} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{8} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{12} + \frac{8}{12|y_1|}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12|y|_1} + \frac{1}{|y_1|} \quad \rightarrow \quad \frac{4}{8 \cdot 12} = \frac{20}{12|y_1|} \quad \rightarrow$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{|y_1|} \quad \rightarrow \quad |y_1| = 40\ \text{cm}.$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{8} - \frac{1}{40} = \frac{5}{40} - \frac{1}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

$$f = 10\ \text{cm}$$

Zadanie 7.3. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia obrazu $O'P'$ przedmiotu OP **oraz** poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia przedmiotu OP.

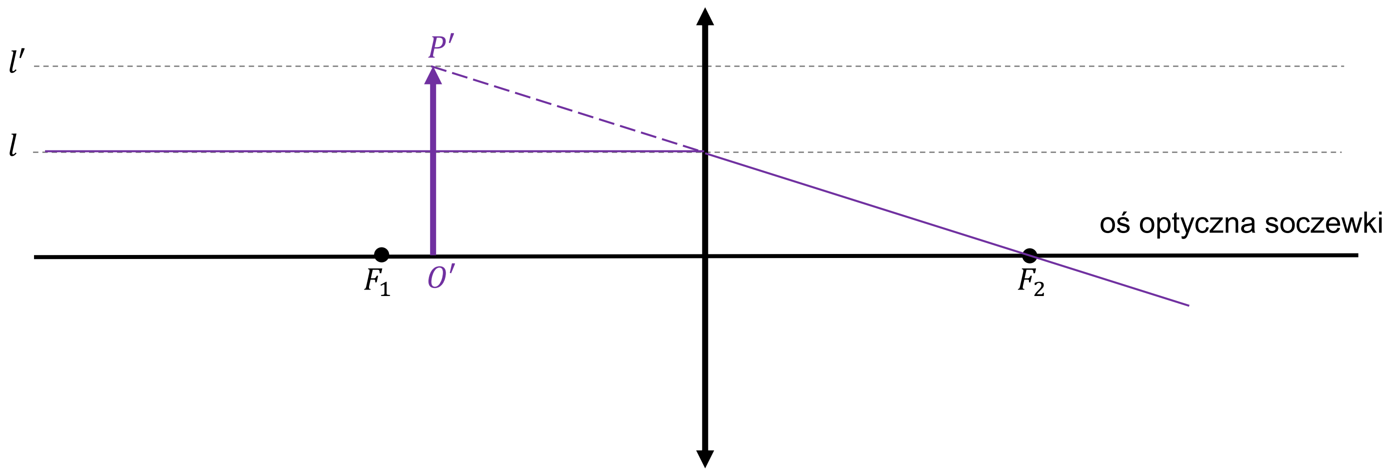
1 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia obrazu $O'P'$ przedmiotu OP (np. krok 1. Sposób 1.)
LUB
– poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia przedmiotu OP (np. krok 1. Sposób 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

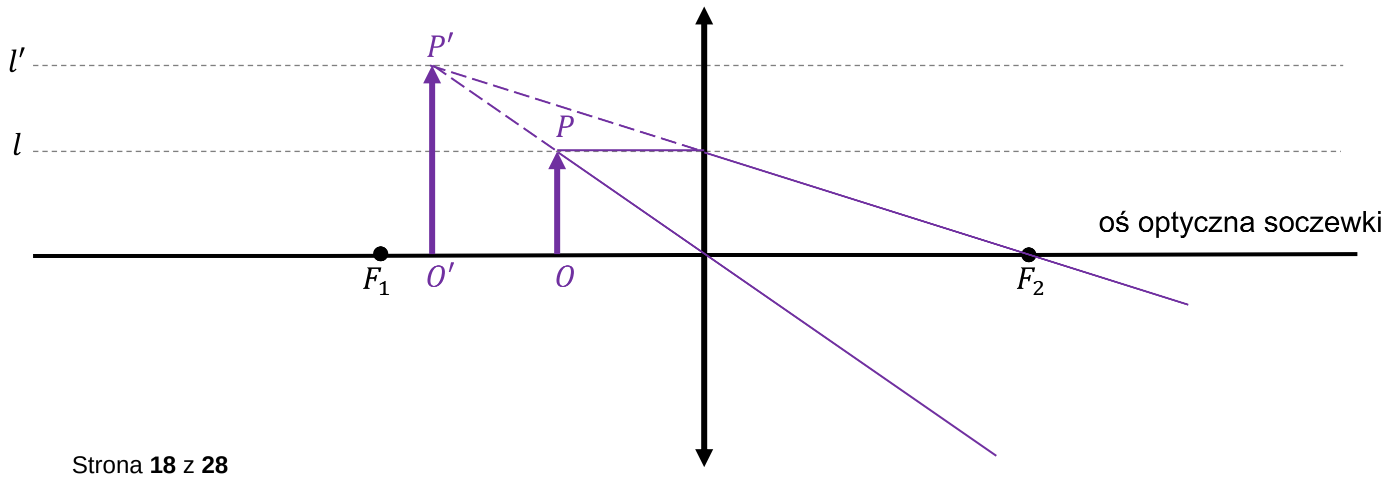
Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Krok 1. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki $O'P'$)
Promień równoległy do osi optycznej, wychodzący z P, biegnie wzdłuż linii l i przechodzi przez soczewkę na wysokości linii l, następnie załamuje się i przechodzi dalej przez ognisko F_2. Przedłużenie tego promienia (od strony przedmiotu) przecina linię l' w punkcie P'. Rysujemy fragment tego promienia, jego przedłużenie, punkt P' i obraz strzałki.

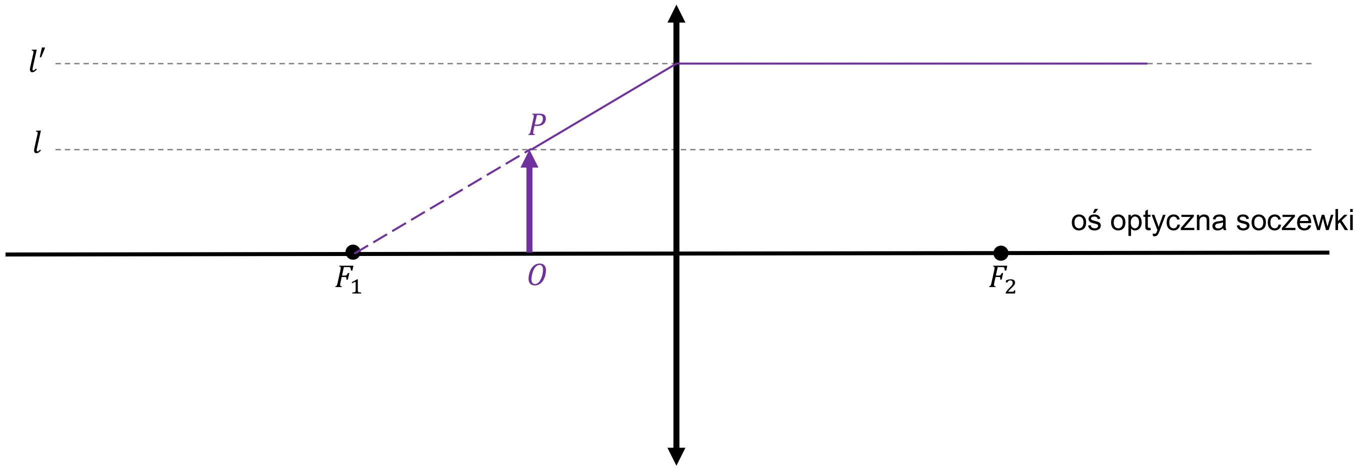


Krok 2. (wyznaczenie konstrukcyjne strzałki OP)
Jeden z promieni charakterystycznych przechodzi przez środek soczewki oraz punkty P i P'. Przecięcie tego promienia z linią l wyznacza punkt P.

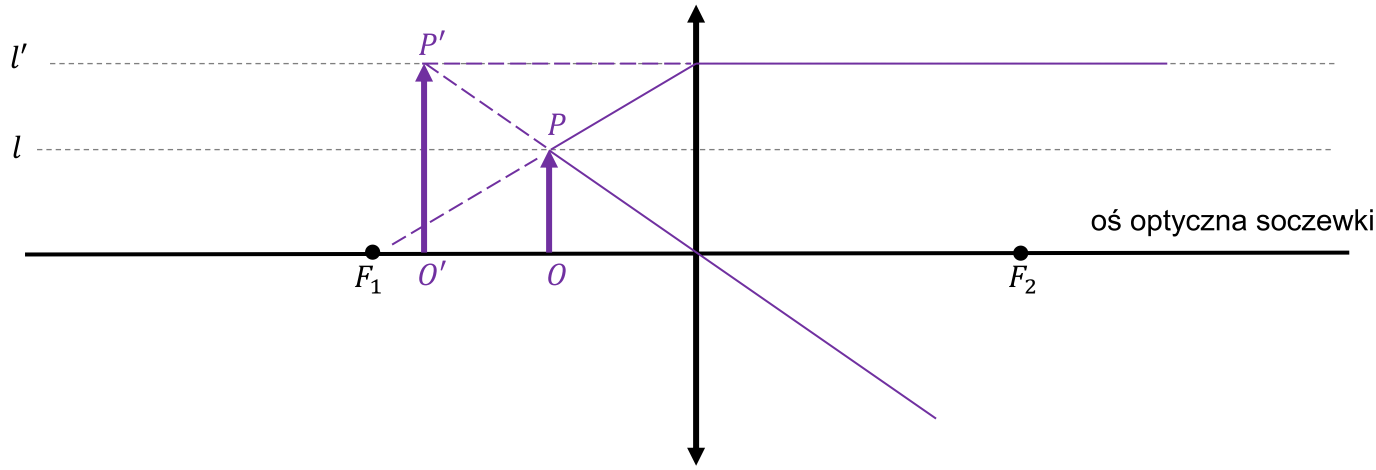


Sposób 2.

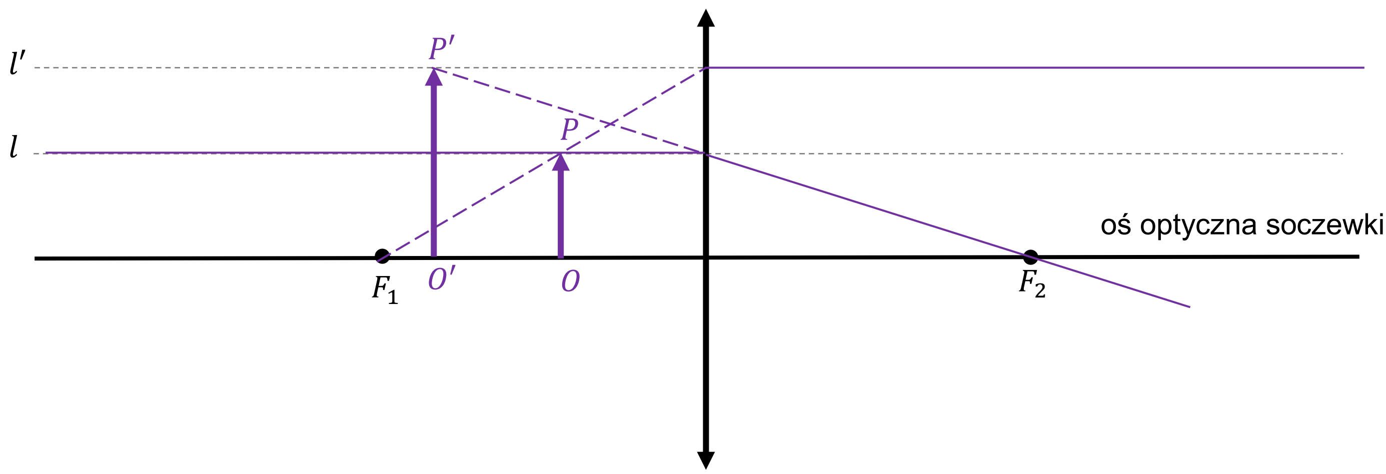
Krok 1. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki OP)



Krok 2. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki $O'P'$)



Sposób 3.



Zadanie 8.1. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A1

Zadanie 8.2. (0–4)

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości kulki w punkcie B oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
3 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną **oraz** uwzględnienie, że $E_{kinA} = 0\ \mathrm{J}$, **oraz** poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych (powiązanych z siłami)), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \text{oraz}$$

$$\left(W_F = \text{Pole pod } F(r) \ \text{ albo } \ \left(W_F = -\left(E_{potB} - E_{potA}\right) \ \text{ i } \ E_{potA,B} = -Fr_{A,B}\right) \right)$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii **oraz** zastosowanie wzorów na energie kinetyczne i potencjalne elektryczne oraz powiązanie energii potencjalnych elektrycznych z siłami, np. zapisy równoważne poniższym:

$$0 + (-F_A \cdot r_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 + (-F_B \cdot r_B)$$

2 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną **oraz** uwzględnienie, że $E_{kinA} = 0\ \mathrm{J}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = \frac{1}{2}mv_B^2$$

LUB

– zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad \left(W_F = \text{Pole pod } F(r) \ \text{ albo } \ W_F = -\left(E_{potB} - E_{potA}\right)\right)$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii **oraz** zastosowanie wzorów na energie kinetyczne i potencjalne elektryczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$0 + \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_A}\right) = \frac{1}{2}mv_B^2 + \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_B}\right)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych (powiązanych z siłami)) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

$$[\text{metoda}] \rightarrow \quad W_F = 20 \cdot 10^{-6}\ \text{N} \cdot \text{m} \quad (\text{albo wynik przybliżony})$$

1 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = E_{kinB} - E_{kinA}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$, np. zapisy równoważne poniższym (lub świadczące o obliczaniu pola):

$$W_F = \text{Pole pod } F(r)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = -(E_{potB} - E_{potA})$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej dla naszego przypadku. Siłą wypadkową jest siła elektryczna: $\vec{F}_w = \vec{F}_{el}$, zatem:

$$1)\quad W_{F_{el}} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad E_{kinA} = 0\ \text{J} \quad \rightarrow \quad 2)\quad W_{F_{el}} = E_{kinB}$$

Wykorzystamy wzór na energię kinetyczną:

$$3)\quad W_{F_{el}} = \frac{1}{2} m v_B^2$$

Skorzystamy z twierdzenia, że praca siły na odcinku AB jest równa polu pod wykresem siły na tym odcinku. Pole oszacujemy następująco – figurę pod wykresem przybliżymy pięcioma trapezami prostokątnymi o wysokości dwóch kratek (poziomo).

$$4)\quad W_{F_{el}} = \text{Pole pod F}(r)$$
$$\approx \left(\frac{1}{2}(8+5{,}5)\cdot 1 + \frac{1}{2}(5{,}5+4)\cdot 1 + \frac{1}{2}(4+3)\cdot 1 + \frac{1}{2}(3+2{,}5)\cdot 1 + \frac{1}{2}(2{,}5+2)\cdot 1\right)\cdot 10^{-4}\ \text{N}\cdot 10^{-2}\ \text{m} = 20 \cdot 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Wynik z 4) oraz masę kulki podstawimy do równania 3)

$$5)\quad 20 \cdot 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{m} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot v_B^2 \quad \rightarrow \quad v_B^2 = 0{,}008\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$6)\quad v_B^2 = 0{,}008\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad \text{zatem} \quad v_B \approx 0{,}089\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2.

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej dla naszego przypadku. Siłą wypadkową jest siła elektryczna: $\vec{F}_w = \vec{F}$, zatem:

$$1)\quad W_{F_{el}} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad E_{kinA} = 0\ \mathrm{J} \quad \rightarrow \quad 2)\quad W_{F_{el}} = E_{kinB}$$

Wykorzystamy definicję energii potencjalnej elektrycznej: praca siły elektrycznej wzięta z minusem jest równa zmianie energii potencjalnej elektrycznej:

$$3)\quad -W_{F_{el}} = E_{potB} - E_{potA}$$

Zestawimy równania 2) i 3) w jedno (wyrażające tak naprawdę zasadę zachowania energii mechanicznej w polu elektrycznym):

$$4)\quad E_{kinB} = E_{potA} - E_{potB}$$

Zastosujemy wzory na energie potencjalne elektryczne i energie kinetyczne:

$$5)\quad \frac{1}{2}mv_B^2 = -\frac{k|q_1||q_2|}{r_A} - \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_B}\right)$$

Energię potencjalną elektryczną ładunku w polu elektrycznym centralnym powiążemy z siłą działającą na ten ładunek:

$$6)\quad E_{pot} = -\frac{k|q_1||q_2|}{r} \qquad F_{el} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \rightarrow \quad 7)\quad E_{pot} = -F_{el} \cdot r$$

Związek 7) podstawimy do 5):

$$8)\quad \frac{1}{2}mv_B^2 = -F_A \cdot r_A - (-F_B \cdot r_B) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A$$

$$9)\quad v_B = \sqrt{\frac{2}{m}(F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A)}$$

Do równania 9) podstawimy dane i wartości odczytane z wykresu:

$$9)\quad v_B = \sqrt{\frac{2}{0{,}005\ \mathrm{kg}}(0{,}0008 \cdot 0{,}05 - 0{,}0002 \cdot 0{,}1)\ \mathrm{N \cdot m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0{,}005\ \mathrm{kg}} \cdot 0{,}00002\ \mathrm{N \cdot m}} \approx 0{,}08944 \ldots \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}089\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3.

Zastosujemy zasadę zachowania energii:

$$E_A = E_B \quad \rightarrow \quad E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$$

Zastosujemy wzory na energię kinetyczną i potencjalną elektryczną. Energię potencjalną elektryczną ładunku w polu elektrycznym centralnym powiążemy z siłą działającą na ten ładunek:

$$E_{pot} = -\frac{k|q_1||q_2|}{r} \qquad F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \rightarrow \quad E_{pot} = -F \cdot r$$

Otrzymany związek podstawimy do równania powyżej:

$$0 - F_A \cdot r_A = \frac{1}{2} m v_B^2 - F_B \cdot r_B \qquad \rightarrow \qquad v_B = \sqrt{\frac{2}{m}(F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A)}$$

Do otrzymanego równania podstawimy dane i wartości odczytane z wykresu:

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0{,}005\ \mathrm{kg}}(0{,}0008 \cdot 0{,}05 - 0{,}0002 \cdot 0{,}1)\ \mathrm{N \cdot m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0{,}005\ \mathrm{kg}} \cdot 0{,}00002\ \mathrm{N \cdot m}} \approx 0{,}08944 \ldots \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}089\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 9.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie niepewności pomiaru napięcia dla tych punktów, **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do tych punktów (tzn. prostej przecinającej wszystkie odcinki symbolizujące niepewności pomiaru napięcia).

1 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych (przy braku lub niepoprawnie zaznaczonych niepewnościach pomiaru napięcia)

LUB

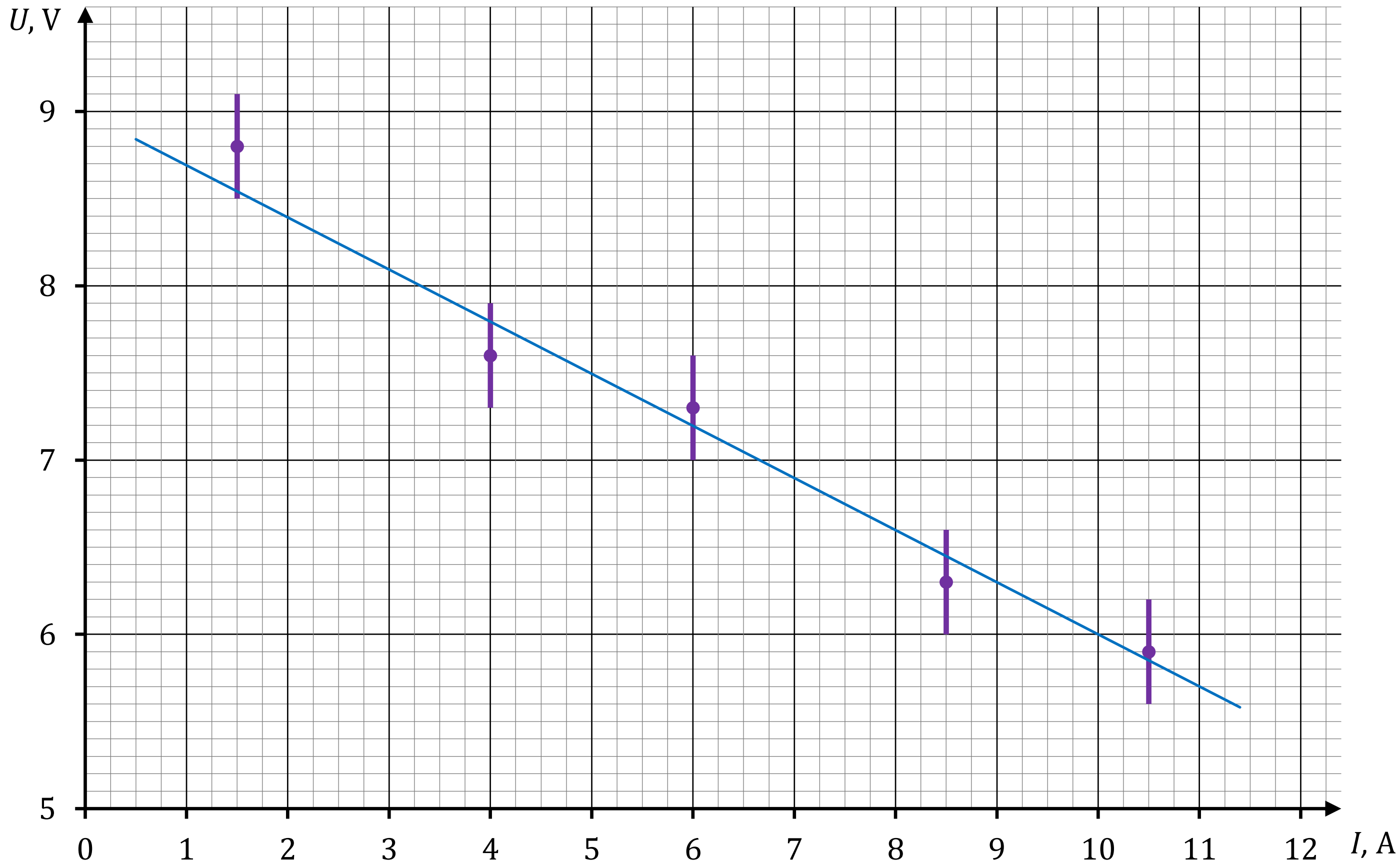
– poprawne naniesienie co najmniej trzech punktów pomiarowych **oraz** narysowanie prostej biegnącej blisko tych punktów (przy braku lub niepoprawnie zaznaczonych niepewnościach pomiaru napięcia)

LUB

– poprawne naniesienie co najmniej trzech punktów pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie niepewności pomiaru napięcia dla tych punktów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego baterii (opisana w warunku za 2 pkt) **oraz** poprawne obliczenie i podanie wartości obu tych wielkości wraz z ich jednostkami.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego baterii (opisana w warunku za 2 pkt) **oraz** poprawne obliczenie i podanie wartości jednej z tych wielkości wraz z jednostką.

2 pkt – poprawne wyprowadzenie zależności $U = U(I)$ (może być w formie uwikłanej $I = I(U)$ albo $\mathcal{E} = \mathcal{E}(U, I)$, albo $f(U, I) = 0$) **oraz** podstawienie do tej zależności współrzędnych dwóch punktów wykresu ucznia X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$U = -r_w I + \mathcal{E} \quad \text{oraz} \quad (7{,}5\ \mathrm{V} = -r_w \cdot 5{,}0\ \mathrm{A} + \mathcal{E} \quad \text{i} \quad 6{,}0\ \mathrm{V} = -r_w \cdot 10{,}0\ \mathrm{A} + \mathcal{E})$$

LUB

– podstawienie współrzędnych dwóch punktów wykresu ucznia X do zależności liniowej $U = -aI + b$ oraz identyfikacja współczynników tej zależności jako oporu wewnętrznego baterii oraz siły elektromotorycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(7{,}5\ \mathrm{V} = -a \cdot 5{,}0\ \mathrm{A} + b \quad \text{i} \quad 6{,}0\ \mathrm{V} = -a \cdot 10{,}0\ \mathrm{A} + b) \quad \text{oraz} \quad (r_w = a \ \ \text{i}\ b = \mathcal{E})$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z II prawa Kirchhoffa oraz zapisanie/wykorzystanie związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\mathcal{E} = Ir_w + IR \qquad \text{oraz} \qquad U = IR$$

albo (w jednym równaniu)

$$U = -r_w I + \mathcal{E}$$

LUB

– poprawna identyfikacja fizyczna jednego ze współczynników zależności liniowej $U(I)$:

$$U = -aI + b \qquad \text{oraz} \qquad (a = r_w \quad \text{albo} \quad b = \mathcal{E})$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy II prawo Kirchhoffa dla obwodu opisanego w zadaniu oraz związek między napięciem na oporniku i natężeniem prądu:

$$1)\quad \mathcal{E} = Ir_w + IR \qquad \text{oraz} \qquad 2)\quad U = IR$$

Równość 2) wykorzystamy w równaniu 1) i z tego wyprowadzimy zależność $U(I)$:

$$3)\quad \mathcal{E} = Ir_w + U \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad U = -r_w I + \mathcal{E}$$

Do równania 4) podstawimy współrzędne punktów P_1 i P_2 i następnie rozwiążemy tak otrzymany układ równań:

$$5)\quad \begin{cases} \mathcal{E} = I_1 r_w + U_1 \\ \mathcal{E} = I_2 r_w + U_2 \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} \mathcal{E} = 5{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 7{,}5\ \mathrm{V} \\ \mathcal{E} = 10{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 6{,}0\ \mathrm{V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 6{,}0\ \mathrm{V} = 5{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 7{,}5\ \mathrm{V} \\ \mathcal{E} = 10{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 6{,}0\ \mathrm{V} \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} 5{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w = 1{,}5\ \mathrm{V} \\ \mathcal{E} = 10{,}0\ \mathrm{A} \cdot r_w + 6{,}0\ \mathrm{V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_w = 0{,}3\ \Omega \\ \mathcal{E} = 10{,}0\ \mathrm{A} \cdot 0{,}3\ \Omega + 6{,}0\ \mathrm{V} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} r_w = 0{,}3\ \Omega \\ \mathcal{E} = 9{,}0\ \mathrm{V} \end{cases}$$

Zadanie 10.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania reakcji rozpadu beta minus jądra węgla $^{14}\mathrm{C}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy powstałego jądra:

$^{14}_{7}\mathrm{N}$ albo N albo azot

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania reakcji rozpadu beta minus jądra węgla $^{14}\mathrm{C}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej

LUB

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy jądra pierwiastka X (azot).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \quad \rightarrow \quad ^{14}_{7}\mathrm{X} \quad + \quad \beta^-$$

gdzie X oznacza jądro pierwiastka $^{14}_{7}\mathrm{N}$ lub N lub azot

Zadanie 10.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{m_C}{m_0}$ i prawidłowy wynik liczbowy zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie równania wiążącego m_0 i m_C, wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego, **oraz** obliczenie wyrażenia $\frac{t}{T}$, **oraz** zapisanie wyrażenia równoważnego poniższemu:

$$\frac{m_C}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{albo} \qquad \frac{m_C}{m_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

1 pkt – zapisanie równania wiążącego m_0 i m_C, wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_C = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

LUB

– obliczenie wartości wyrażenia $\frac{t}{T}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{t}{T} = \frac{2\,865\ \mathrm{lat}}{5\,730\ \mathrm{lat}} = \frac{1}{2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Zapiszemy równanie wynikające z prawa rozpadu promieniotwórczego:

$$1)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 to liczba jąder węgla $^{14}\mathrm{C}$ w przedmiocie w chwili t_0, a $N(t)$ to liczba jąder tego węgla w chwili t (aktualna liczba jąder). Ponieważ masa izotopu węgla $^{14}\mathrm{C}$ jest proporcjonalna do liczby jąder tego węgla $^{14}\mathrm{C}$, to otrzymujemy analogiczne równanie na masę tego węgla $^{14}\mathrm{C}$ pozostającą w próbce w chwili t:

$$2)\quad \frac{m(t)}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu oraz zgodnie z danymi, dla $t = 2\,865\ \mathrm{lat}$ mamy:

$$3a)\quad \frac{m_\mathrm{C}}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\,865\ \mathrm{lat}}{5\,730\ \mathrm{lat}}} \qquad \rightarrow \qquad 3b)\quad \frac{m_\mathrm{C}}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze (używając od razu funkcji potęgi albo funkcji pierwiastka po zamianie potęgi na pierwiastek):

$$4)\quad \frac{m_\mathrm{C}}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}7071\ldots \approx 0{,}71$$

Uwaga dodatkowa

Gdy zdający poprawnie obliczy $\frac{t}{T} = \frac{1}{2}$ oraz następnie błędnie wywnioskuje z prawa rozpadu, że po upływie połowy czasu połowicznego rozpadu rozpada się ¼ początkowej masy/liczby jąder izotopu węgla $^{14}\mathrm{C}$ i zapisze wynik $\frac{m_\mathrm{C}}{m_0} = \frac{3}{4}$ to otrzymuje dwa punkty.

Zadanie 10.3. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia łącznej energii kinetycznej produktów rozpadu beta minus jądra węgla $^{14}\mathrm{C}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w MeV.

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta minus z uwzględnieniem energii spoczynkowej jądra węgla $^{14}\mathrm{C}$, energii spoczynkowej i kinetycznej produktów rozpadu: jądra X oraz cząstki β^- **oraz** zastosowanie wzoru Einsteina na energie spoczynkowe, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_\mathrm{C}c^2 = m_\mathrm{X}c^2 + m_\beta c^2 + E_{kin}$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta minus z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii spoczynkowej substratów (jądra węgla $^{14}\mathrm{C}$) i energii kinetycznej i energii spoczynkowej produktów rozpadu (jądra X oraz cząstki β^-), np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$ oraz $E_{kin\,przed} = 0$

albo

$E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$

albo

$E_{0\,\mathrm{C}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{kin}$

albo

$E_{0\,\mathrm{C}} + E_{kin\,\mathrm{C}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{0\,\tilde{\nu}} + E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\tilde{\nu}}$ oraz $E_{kin\,\mathrm{C}} = 0$ oraz $E_{0\,\tilde{\nu}} \approx 0$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Zastosujemy zasadę zachowania energii – energia całkowita układu przed rozpadem jest równa energii całkowitej układu po rozpadzie:

$$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$$

Energia całkowita układu przed i po rozpadzie jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek biorących udział w rozpadzie. Wykorzystamy związek między masą a energią spoczynkową i uwzględnimy założenia zadania (jądro węgla spoczywa, masę antyneutrina pomijamy):

$$E_{0\,\mathrm{C}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\tilde{\nu}}$$

$$m_\mathrm{C}c^2 = m_\mathrm{X}c^2 + m_\beta c^2 + E_{kin} \quad \rightarrow$$

$$E_{kin} = (m_\mathrm{C} - m_\mathrm{X} - m_\beta)c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin} = (13{,}99995\ \mathrm{u} - 13{,}99923\ \mathrm{u} - 0{,}00055\ \mathrm{u})c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin} = 0{,}00017 \cdot \mathrm{u} \cdot c^2 = 0{,}00017 \cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV} \approx 0{,}16\ \mathrm{MeV}$$