CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2019

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

| KOD | PESEL |
|---|---|
| | |

*miejsce na naklejkę*

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **4 czerwca 2019 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-193



MMA 2019

*W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (0–1)**

Parametr $m$ dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania

$$\left(4-m^2\right)\cdot x = m^2 - 3m + 2$$

z niewiadomą $x$. Wynika stąd, że

**A.** $m=-2$ **B.** $m=1$ **C.** $m=2$ **D.** $m=4$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dane są trzy niewspółliniowe punkty: $A=(1,1)$, $B=(6,3)$, $C=(4,5)$. Ile jest wszystkich punktów $D$ takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach $A$, $B$, $C$, $D$ jest równoległobokiem?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Zadanie 3. (0–1)**

Wiadomo, że wielomian $15x^5-133x^4+383x^3-499x^2+146x+120$ ma w zbiorze $\left\{\frac{7}{6},\frac{6}{5},\frac{8}{7},\frac{9}{5}\right\}$ dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

**A.** $\frac{6}{5}$ **B.** $\frac{7}{6}$ **C.** $\frac{8}{7}$ **D.** $\frac{9}{5}$

**Zadanie 4. (0–1)**

Nieskończony ciąg geometryczny $(a_n)$ jest określony w następujący sposób: $a_1=\frac{3}{5}$ oraz $a_{n+1}=\frac{2}{3}\cdot a_n$ dla $n\geq 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

**A.** $\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{10}{9}$ **C.** $\frac{9}{10}$ **D.** $\frac{9}{5}$

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

**Zadanie 5. (0–2)**

W urnie znajduje się 16 kul, które mogą się różnić wyłącznie kolorem. Wśród nich jest 10 kul białych i 6 kul czarnych. Z tej urny losujemy dwukrotnie jedną kulę bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych.
Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

| | | |
|---|---|---|
| | | |

## Zadanie 6. (0–3)

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

**Zadanie 7. (0–2)**

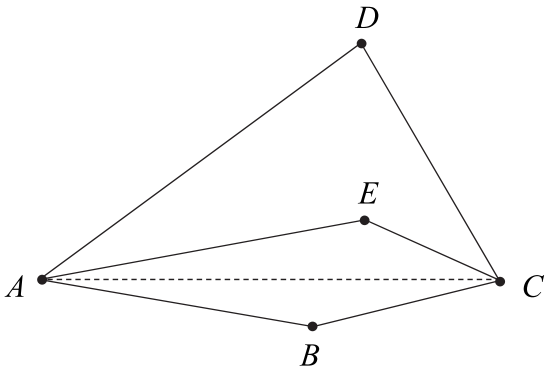
Dana jest funkcja $f$ określona wzorem $f(x)=\frac{25x^2-9}{x^2+2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x$. Oblicz wartość $f'(10)$ pochodnej tej funkcji dla argumentu 10.



Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

## Zadanie 8. (0–3)

Dwusieczne kątów $BAD$ i $BCD$ czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie $E$, przy czym punkty $B$ i $E$ leżą po przeciwnych stronach prostej $AC$ (zobacz rysunek).




Wykaż, że $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$.

## Zadanie 9. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej $n$ wyrażenie $n^5 - 3n^4 - n + 19$ jest podzielne przez 16.

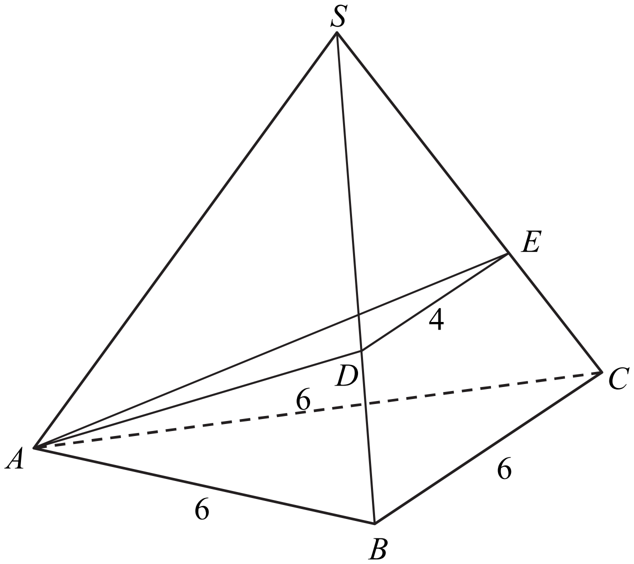
**Zadanie 10. (0–4)**

Miara kąta wewnętrznego $n$-kąta foremnego jest o $2^\circ$ mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n+2)$-kąta foremnego. Oblicz $n$.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

**Zadanie 11. (0–6)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego *ABCS* jest trójkąt równoboczny *ABC* o boku długości 6. Na krawędziach bocznych *BS* i *CS* wybrano punkty, odpowiednio *D* i *E*, takie że $|BD| = |CE|$ oraz $|DE| = 4$ (zobacz rysunek). Płaszczyzna *ADE* jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej *BCS* ostrosłupa.




Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

**Zadanie 12. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których równanie

$$4x^2 + (2 - 4m)x + m^2 - m - 2 = 0$$

ma dwa różne dodatnie rozwiązania $x_1$, $x_2$ spełniające nierówność $x_1^2 + x_2^2 \le \frac{17}{4}$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

## Zadanie 13. (0–6)

Punkt $A=(-2,6)$ jest wierzchołkiem rombu *ABCD* o polu 90. Przekątna *BD* zawiera się w prostej *l* o równaniu $2x-y-5=0$. Wyznacz długość boku tego rombu.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

**Zadanie 14. (0–4)**

Rozwiąż równanie $4\sin 7x \cos 2x = 2\sin 9x - 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

## Zadanie 15. (0–7)

Dany jest okrąg o środku $S$ i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku $S_1$ i promieniu $x$ oraz drugi o środku $S_2$ i promieniu $2x$, o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku $S$ i promieniu 18;
- punkty: $S$, $S_1$, $S_2$ nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach $a$, $b$, $c$ można obliczyć ze wzoru Herona $P=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, gdzie $p$ – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta $SS_1S_2$ jako funkcję zmiennej $x$. Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*