Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**

Uwagi:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający, rozwiązując zadanie otwarte, popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Wymagania egzaminacyjne w 2023 i 2024 r.:
https://www.gov.pl/web/edukacja-i-nauka/wymagania-egzaminacyjne-obowiazujace-na-egzaminie-maturalnym-w-roku-2023-i-2024

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach; II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
D

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
Średnia płaca wynosi 6200 zł.

Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{25 \cdot 6584 + 24 \cdot 5800}{49} = 6200$$

Zadanie 3.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę; SP VI.4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: SP V.1) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b; SP III.1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
FP

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 6. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia [...]; II.4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów [...].

Zasady oceniania

3 pkt – przeprowadzenie pełnego dowodu, tzn.:
przekształcenie wyrażenia $k^4+2k^3-k^2-2k$ do postaci $(k-1)k(k+1)(k+2)$ i uzasadnienie, że ten iloczyn jest podzielny przez 12

2 pkt – przekształcenie wyrażenia $k^4+2k^3-k^2-2k$ do postaci $(k-1)k(k+1)(k+2)$

1 pkt – przekształcenie wyrażenia $k^4+2k^3-k^2-2k$ do postaci $k(k+2)(k^2-1)$
albo przekształcenie wyrażenia $k^4+2k^3-k^2-2k$ do postaci $k(k-1)(k^2+3k+2)$,
albo przekształcenie wyrażenia $k^4+2k^3-k^2-2k$ do postaci $k(k+1)(k^2+k-2)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie

$k^4+2k^3-k^2-2k=k(k^3+2k^2-k-2)=k[k^2(k+2)-(k+2)]=$

$=k(k+2)(k^2-1)=(k-1)\cdot k\cdot(k+1)\cdot(k+2)$

Iloczyn kolejnych dwóch liczb naturalnych jest podzielny przez 2, więc iloczyn kolejnych czterech liczb naturalnych jest podzielny przez 4, iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez 3. Liczba $k^4+2k^3-k^2-2k$ jest więc podzielna przez $3\cdot 4$, czyli jest podzielna przez 12.

Zadanie 7.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach; V.2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 7.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
Zbiorem wartości jest przedział $\langle -1, 4 \rangle$.

Zadanie 7.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x-a)$, $y = f(x)+b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
D

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów [...].	Zdający: III.2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C2

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

D

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: V.13) posługuje się funkcją wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
B

Zadanie 13.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. 3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.	Zdający: V.11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
4 km

Przykładowe rozwiązanie
Największa odległość jest równa odległości wierzchołka paraboli od osi *OX*, czyli jest to rzędna wierzchołka paraboli.
$\Delta = 4 + 12 = 16$
$d = y_w = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-16}{-4} = 4$ (także ponieważ $x_w = 1$, to $d = y_w = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$)
Odległość jest równa 4 km.

Zadanie 13.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: III.4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; IX.3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; V.11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie liczby minut potrzebnych na pokonanie drogi z A do B w dwóch wariantach trasy i podanie poprawnych wyników: bezpośrednia droga z A do B zajmuje około 85 minut, droga z A do C i potem z C do B zajmie łącznie 96 minut

2 pkt – poprawne obliczenie czasu wędrówki w dwóch wariantach trasy wyrażone w godzinach $t_1 = \sqrt{2}h$ i $t = 1{,}6$ h albo poprawne wyrażenie w minutach czasu przejścia w jednym z wariantów trasy

1 pkt – poprawne wyznaczenie współrzędnych punktów A i B: $A = (0, 3)$ i $B = (3, 0)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie

Dla wyznaczenia odciętej punktu B rozwiązujemy równanie:
$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$x = \frac{-2-4}{-2} = 3$ lub $x = \frac{-2+4}{-2} = -1$.

Z rysunku wynika, że ta odcięta jest dodatnia, więc $B=(3, 0)$.

Obliczamy $f(0)$, by wyznaczyć rzędną punktu A. $f(0) = 3$, więc $A = (0, 3)$.

Długość trasy po łące z A do B.
$|AB| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$, więc długość tej trasy to $3\sqrt{2}$ km.

Czas wędrówki $t_1 = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}\text{h} \approx 85$ minut.

Czas wędrówki po łące z A do C: $t_2 = \frac{3}{3} = 1$ h i dalej szosą z C do B: $t_3 = \frac{3}{5} = 0{,}6$ h.

Czas wędrówki w wariancie drogi z A przez C do B: $t = t_2 + t_3 = 1{,}6$ h $= 96$ minut.

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 15. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych. I . Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; SP V.3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne obliczenie, że długość łamanej wzrosłaby o 3,125%.

3 pkt – obliczenie sumy długości odcinków łamanej składającej się z 10 odcinków – $31\frac{31}{32}$ albo obliczenie sumy długości odcinków łamanej od szóstego do dziesiątego – $\frac{31}{32}$

2 pkt – wyznaczenie liczby odcinków łamanej na podstawie rozwiązania odpowiedniego równania lub zsumowanie długości odcinków $16+8+4+2+1=31$ – łamana składa się z pięciu odcinków

1 pkt – zapisanie poprawnego równania, w którym niewiadomą jest liczba odcinków łamanej, np.

$$31=16\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie

$a_1=16$ i $q=\frac{1}{2}$

$$31=16\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\cdot\ 31=32-32\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{32}\cdot n=5$$

$$S_{10}=16\,\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}}=32\cdot\left(1-\frac{1}{1024}\right)=\frac{1023\cdot 32}{1024}=\frac{1023}{32}=31\frac{31}{32}$$

$$S_{10}-S_5=31\frac{31}{32}-31=\frac{31}{32}$$

Długość wzrosłaby o $\frac{\frac{31}{32}}{31}\cdot 100\%=3,125\%$.

Zadanie 16. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.2) korzysta ze wzorów $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

FF

Zadanie 17. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, środek ciężkości, oraz korzysta z ich własności; VIII.8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.

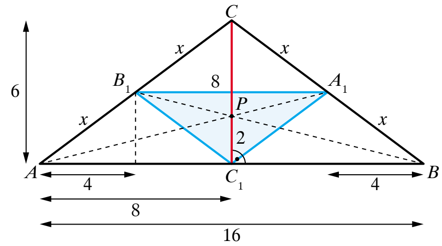
Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie pól trójkątów $P_{ABC} = 48\text{ cm}^2$, $P_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3 = 12\text{ cm}^2$

1 pkt – poprawne wyznaczenie długości odcinka CC_1, $|CC_1| = 6$ cm i obliczenie pola trójkąta ABC

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie



$\frac{|CP|}{|PC_1|} = \frac{2}{1} \Rightarrow |CP| = 4$

$|CC_1| = 6$ cm

$P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

$\Delta A_1B_1C \sim \Delta ABC$ (bkb) skala podobieństwa $\frac{1}{2}$, więc $|AB| = 2|A_1B_1|$, stąd $|A_1B_1| = 8$ cm

$|AC| = |BC| = 2x$, gdzie x obliczamy korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$8^2 + 6^2 = (2x)^2$

$100 = 4x^2$

$x = 5$ cm

Wysokość trójkąta $A_1B_1C_1$ obliczamy korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$4^2 + h^2 = 5^2$

$h = 3$ cm

$P_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

Zadanie 19.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

$a = \frac{\sqrt{3}}{7}$

Zadanie 19.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 19.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; VII.4) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów).

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne wyznaczenie miary kąta ABC – $|\sphericalangle ABC| = 30°$

1 pkt – zastosowanie twierdzenia cosinusów i uzyskanie poprawnej równości, np.
$52 = 16 + 108 - 48\sqrt{3}\cos\beta$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie
W trójkącie ABC na podstawie twierdzenia cosinusów prawdziwa jest równość:
$52 = 16 + 108 - 48\sqrt{3}\cos\beta$

$48\sqrt{3}\cos\beta = 72 \Rightarrow \cos\beta = \frac{72}{48\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\beta = 30°$

Zadanie 20. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
D

Zadanie 21.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych; VIII.11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 21.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania
2 pkt – dwie odpowiedzi poprawne
1 pkt – jedna odpowiedź poprawna, druga błędna lub brak drugiej odpowiedzi
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
AE

Zadanie 22.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 22.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.	Zdający: XI.2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2, b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1; XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie prawdopodobieństwa wraz z zaokrągleniem wyniku – $0,83$

2 pkt – wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych $|\Omega| = 359400$ i liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A – $|A| = 299130$ albo obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia przeciwnego $P(A') = \frac{60270}{359400}$

1 pkt – wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych $|\Omega| = 359400$ albo wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A – $|A| = 299130$, albo obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu zdarzenia przeciwnego do zdarzenia A – $|A'| = 60270$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Przykładowe rozwiązanie

Dane dotyczące wieku uczniów można przedstawić w tabeli:

16	17	18	19
66	180	138	216

Wszystkich uczniów jest $66 + 180 + 138 + 216 = 600$

$|\Omega| = 600 \cdot 599 = 359400$

Metoda 1.

$|A| = 354 \cdot 246 + 246 \cdot 354 + 354 \cdot 353 = 299130$

$$P(A) = \frac{299130}{359400} \approx 0,83$$

Metoda 2.

$|A'| = 246 \cdot 245 = 60270$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{60270}{359400} = \frac{9997}{11980} \approx 0,83$$

Zadanie 23. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XI.2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2, b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 24. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.2) Posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 25. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: XIII. rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia największej objętości i uzyskanie wyniku $V_{\text{najw.}} = 360\ \text{cm}^3$

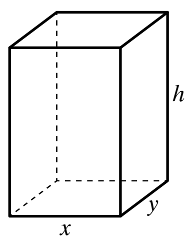
1 pkt –poprawne zapisanie wzoru na objętość prostopadłościanu w zależności od jednej zmiennej, np. $V(x) = 10x(12 - x)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę albo brak rozwiązania

Uwaga:

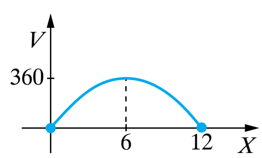
Jeżeli zdający przyjmie, że w podstawie graniastosłupa o największej objętości jest kwadrat i prawidłowo wyznaczy jego objętość, to za umiejętność wyznaczenia objętości otrzymuje 1 pkt.

Przykładowe rozwiązanie



$h = 10$ i $2x + 2y = 24$

$V = 10xy \Leftrightarrow V = 10x(12 - x)$ i $x \in (0, 12)$

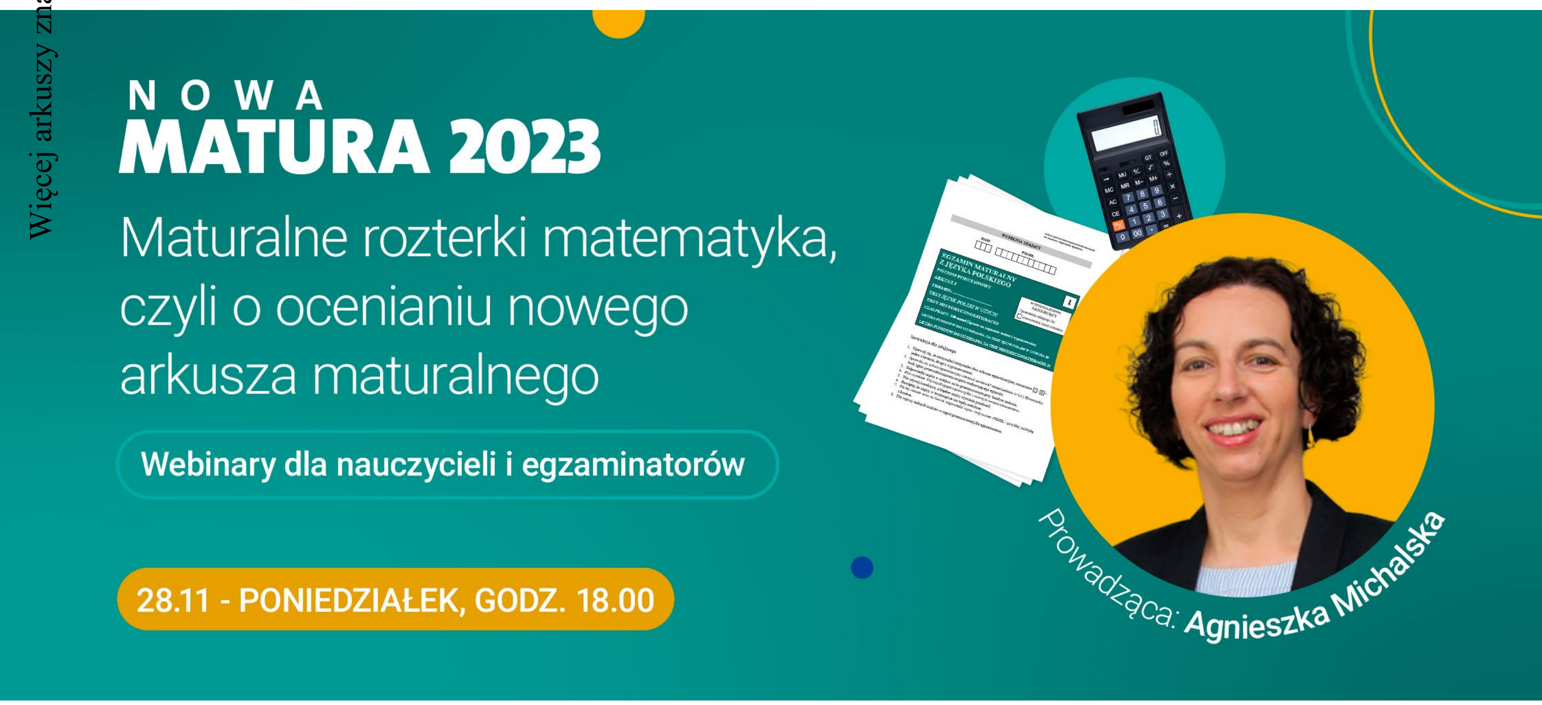


Funkcja osiąga wartość największą dla $x = 6$.

$V_{\text{najw.}} = V(6) = 10 \cdot 6 \cdot (12 - 6) = 360$

$V = 360\ \text{cm}^3$


Matura 2023
Zadania do nowej matury dostępne w Multitece
Chcę zobaczyć
REPETYTORIUM
nowa matura
matematyka
zakres podstawowy
OPERON


NOWA
MATURA 2023
Maturalne rozterki matematyka, czyli o ocenianiu nowego arkusza maturalnego
Webinary dla nauczycieli i egzaminatorów
28.11 - PONIEDZIAŁEK, GODZ. 18.00
Prowadząca: Agnieszka Michalska