WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY
Próbna Matura z Operonem 2022/2023

TERMIN: **23 listopada 2022 r.**

Czas pracy: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

☐ dostosowania zasad oceniania

☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 23 strony (zadania 1.–12.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4 Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Zadanie 1. (0–3)

Sprawdź, stosując odpowiednie przekształcenia, czy liczba $\sqrt{13-4\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}$ jest liczbą wymierną.

N7988_Arkusz.indd 2 2022-09-26 13:01:58

Zadanie 2. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $\frac{1}{6}n^3 + n^2 + \frac{11}{6}n + 1$ jest liczbą naturalną.

Zadanie 3. (0–6)

Ciągi (a_n) i (b_n) są ciągami arytmetycznymi określonymi dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ciąg (a_n) jest ciągiem rosnącym, w którym iloczyn wyrazów pierwszego i piątego jest równy 65, a suma wyrazów drugiego i szóstego wynosi 22. Wyrazy ciągu (b_n) spełniają warunki: $b_1 + b_3 + b_5 + \cdots + b_{47} + b_{49} = 1850$, $b_2 + b_4 + b_6 + \cdots + b_{48} + b_{50} = 1925$.

Wyznacz wzory na *n*-ty wyraz każdego z tych ciągów i oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$.

N7988_Arkusz.indd 4 2022-09-26 13:02:00

Zadanie 4. (0–4)

Wyznacz rozwiązania równania $\dfrac{\cos 2x - \cos x}{\sin \dfrac{x}{4}} = 0$, które należą do przedziału $[0, 2\pi]$.

N7988_Arkusz.indd 6 2022-09-26 13:02:01

Zadanie 5. (0–3)

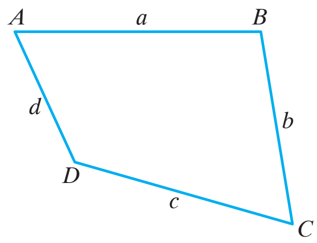
Wyznacz zbiór wartości funkcji f określonej wzorem $f(x) = 4^x - 2^{x+1} - 8$, dla $x \in [-1, 3]$.

Zadanie 6. (0–4)

Zbadaj, dla jakich wartości parametru m funkcja o wzorze $f(x)=\frac{1-2mx^2}{x-1}$, gdzie $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, nie ma ekstremów.

Zadanie 7. (0–4)

Na rysunku przedstawiony jest czworokąt wypukły $ABCD$ o długościach boków a, b, c i d.



Niech P będzie polem tego czworokąta.

Wykaż, że $P \leq \dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}$**.**

Zadanie 8. (0–6)

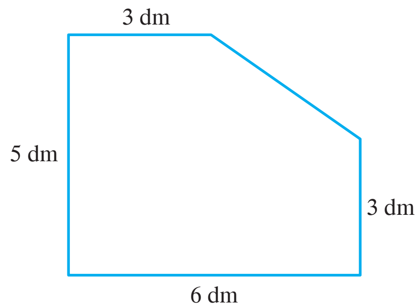
Trójkąt ABC jest trójkątem równoramiennym, którego podstawa AB zawarta jest w prostej o równaniu $y = -x + 3$. Ramię AC trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x + 6$, a do ramienia BC należy punkt $D = (-1, 10)$.

Oblicz współrzędne punktów A, B i C.

Zadanie 9. (0–4)

Z kawałka materiału mającego kształt prostokąta z odciętym rogiem hafciarka zamierza wyciąć prostokątną serwetkę o największej powierzchni. Wymiary kawałka materiału są podane na rysunku.

Oblicz pole powierzchni tej serwetki, wiedząc, że linie cięcia są równoległe do boków pięciokąta o długościach 5 dm i 6 dm.



Zadanie 10. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma długość 6 cm, a sąsiednie ściany boczne tworzą kąt o mierze 120°.

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 11. (0–3)

Uczeń założył, że w poniedziałek, wtorek i środę rozwiąże łącznie 10 zadań, przy czym każdego dnia wykona przynajmniej jedno zadanie. Następnie zapisał na oddzielnych kartkach wszystkie możliwości przypisania dniom konkretnych liczb zadań.

Oblicz, ile takich kartek powstało.

Zadanie 12. (0–5)

Badając tzw. siłę kiełkowania nasion wysiewa się ich pewną liczbę i oblicza, jaki procent ziaren wykiełkował. Przeprowadzono badania siły kiełkowania pewnego rodzaju nasion. Wyniki tych badań zamieszczono w tabeli.

Liczba wysianych nasion	100	100	150	200	200	250
Liczba nasion, które wykiełkowały	60	66	92	110	106	166

Oblicz na podstawie tabeli siłę kiełkowania tych nasion. Następnie oblicz, ile najmniej tego typu nasion trzeba wysiać, aby z prawdopodobieństwem większym od 0,99 można było stwierdzić, że przynajmniej jedno z nich wykiełkuje.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-8197-329-8
9 788381 973298