



# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#1

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Weź pod uwagę układ równań:

$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = m \end{cases}$$

a) Ile jest różnych wartości parametru  $m$ , dla których układ jest sprzeczny.  
(W przypadku gdy jest ich nieskończenie wiele wpisz 8+)

Odp:  (1pkt)

b) Ile jest różnych wartości parametru  $m$ , dla których układ ma nieskończenie wiele rozwiązań?

Odp:  (1pkt)

c) Podaj największą wartość parametru  $m$ , dla której rozwiązania układu spełniają nierówność  
 $x + 2y \geq 3$

(W przypadku, gdy taka liczba nie istnieje w miejsce odpowiedzi wpisz 8+)

Odp:  (1pkt)

d) Podaj najmniejszą wartość parametru  $m$ , dla której rozwiązania układu spełniają nierówność  
 $x + 2y \geq 3$

(W przypadku, gdy taka liczba nie istnieje w miejsce odpowiedzi wpisz 8+)

Odp:  (1pkt)

#2

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

a) Oblicz:  $2^{\log_3 5} \cdot 5^{\log_3 31,5} \cdot 7^{\log_3 0,6}$

Odp:  (2pkt)

b) Oblicz:  $2^{\log_3 5} - 5^{\log_3 2}$

Odp:  (2pkt)

Wydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki

90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 18/22, budynek A10  
tel. 42 631 25 00, fax 42 636 47 02, e-mail: deanelec@adm.p.lodz.pl, www.weeia.p.lodz.pl





# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#3

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Znajdź wielomian czwartego stopnia postaci:  $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , którego pierwiastkiem będzie  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$

Odp:

b =  (1pkt) ,

c =  (1pkt) ,

d =  (1pkt) ,

e =  (1pkt) .

#4

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wyznacz wszystkie liczby naturalne  $n \in \mathbb{N}$ , dla których wyrażenie  $n^2 + 14n + 26$  jest kwadratem liczby naturalnej.

a) Ile jest takich wartości  $n$ ?

Odp:  (1pkt)

b) Podaj największą z nich

Odp:  (1pkt)

c) Ile wówczas wynosi wartość  $n^2 + 14n + 26$ ?

Odp:  (1pkt)



# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#5

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Turnieju tenisowego rozgrywanego systemem każdy z każdym nie ukończyło dwóch graczy. Jeden z nich rozegrał tylko jeden mecz, a drugi dziesięć meczy.

a) Ilu zawodników przystąpiło do turnieju, jeżeli wiadomo, że rozegrano 55 meczy?

Odp:  (2pkt)

b) Czy zawodnicy, którzy nie ukończyli turnieju rozegrali ze sobą mecz?  
(Jeśli TAK w odpowiedzi podaj 1, jeśli NIE w odpowiedzi podaj 0)

Odp:  (1pkt)

#6

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

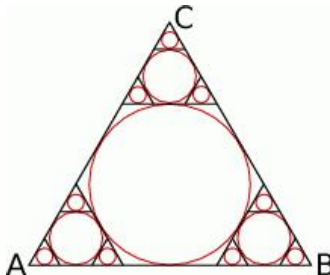
Z 4m drutu składamy trójkąt równoboczny i okrąg. Oblicz długość boku takiego trójkąta i promień takiego okręgu, których suma pól jest możliwie najmniejsza. Przyjmij  $\pi=3,14$  (Odpowiedź podaj z dokładnością do dwóch cyfr po przecinku)

Odp: bok trójkąta  m (1pkt), promień okręgu  m (1pkt)

#7

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

W trójkąt równoboczny ABC o boku długości 1 wpisano koło. Prowadzimy proste równoległe do boków trójkąta ABC i styczne do koła wpisanego. Proste te odcinają od trójkąta ABC trzy trójkąty równoboczne. W każdy z nich wpisujemy koło i postępujemy analogicznie jak z kołem wpisanym w trójkąt ABC. Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę pól wszystkich otrzymanych w ten sposób kół.



Odpowiedź przedstaw w postaci:  $a\pi$

Odp:  $a =$   (3pkt)



# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#8

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkt  $A(2,1)$  i stycznego do obu osi układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.

a) Ile jest takich okręgów?

Odp:  (1pkt)

b) Podaj wartość odciętej środka największego z tych okręgów.

Odp:  (1pkt)

c) Podaj promień najmniejszego z tych okręgów

Odp:  (1pkt)

#9

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Współczynniki  $a, b, c, d$  wielomianu  $W(x) = ax^3 - bx^2 - cx + d$  tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny o różnicy  $r$ . Wiadomo, że  $ar > 0$ .

a) Ile pierwiastków ma ten wielomian ?

Odp  (2pkt)

b) Czy wielomian ten posiada pierwiastki całkowite? Jeśli TAK wpisz 1, jeśli NIE wpisz 0, jeśli NIE WIADOMO wpisz 0,5

Odp:  (2pkt)



# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#10

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Weź pod uwagę równanie:  $4\sin^2 x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} - 2k\sin^2 x - 2\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} + k = 0$

gdy  $x \in [-\pi, 2\pi]$  natomiast  $k \in \mathbb{R}$

a) Ile wynosi największa możliwie liczba rozwiązań tego równania?

Odp:  (1pkt)

b) Ile wynosi najmniejsza możliwa liczba rozwiązań tego równania?

Odp:  (1pkt)

c) Ile jest rozwiązań tego równania dla  $k = 1/3$

Odp:  (1pkt)

#11

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Pięć ponumerowanych kul wkładamy losowo do pięciu ponumerowanych szuflad.

a) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odp: licznik/mianownik:  /  (2pkt)

b) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia takiego, że w każdej szufladzie znajdują się co najwyżej dwie kule i przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odp: licznik/mianownik:  /  (2pkt)

c) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w każdej szufladzie znajdują się co najwyżej dwie kule, jeśli wiadomo, że przynajmniej jedna szuflada jest pusta. Odpowiedź podaj w postaci różnicy pomiędzy mianownikiem i licznikiem ułamka zwykłego.

Odp: mianownik-licznik  (1pkt)



# Matura 2023 - matematyka PR

## Matura 2023 - matematyka PR - październik

#12

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Wiedząc, że równanie  $x^2 + 2(1 + a)x + 3a^2 + 4ab + 4b^2 + 2 = 0$  da się rozwiązać znajdź wartości  $a, b$ .

Odp:  $a =$   (3pkt)  $b =$   (2pkt)

#13

MATURY PRÓBNE 2023, Matematyka rozszerzenie 1

Obwód prostokąta wynosi 6.

a) Jaką długość powinny mieć boki prostokąta, aby objętość bryły powstałej przez obrót prostokąta dookoła jednego z boków była największa? (Niech długości boków spełniające warunki wynoszą  $a, b$  takie, że

$a \leq b$ ).

Odp:  $a =$   (3pkt)  $b =$   (3pkt) .

b) Podaj maksymalną objętość tej bryły. Odpowiedź podaj w postaci  $c\pi$ .

Odp:  $c =$   (1pkt)