



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#1

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Umowa:

Gdy zdanie p jest prawdziwe to jego wartość logiczna wynosi 1

Gdy zdanie p jest fałszywe to jego wartość logiczna wynosi 0

Podaj sumę i iloczyn rozwiązań równania:

$$x^{\log_{2024} x} = 2024$$

Odp:

Suma pierwiastków wynosi wynik podaj w postaci licznik/mianownik (1p)

Iloczyn pierwiastków wynosi (1p)

#2

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n + 9^{n-1} \cdot 5 + 9^{n-2} \cdot 5^2 + \dots + 9 \cdot 5^{n-1} + 5^n}{9^n}$$

Wynik podaj w postaci ułamka p/q gdzie p i q są wzajemnie pierwsze

Odp: $p =$ (1p)

Odp: $q =$ (1p)

Następnie podaj wynik w postaci ułamka dziesiętnego

Odp: (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#3

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Niech a, b będą liczbami rzeczywistymi dodatnimi.

Zakładając, że każde z równań: $x^2 + ax + 2b = 0, x^2 + 2bx + a = 0$ ma rozwiązania rzeczywiste

a) znajdź najmniejszą możliwą wartość sumy: $a+b$

Odp: (1p)

b) Oceń wartość logiczną zdania p : Najmniejsza możliwa wartość sumy $a+b$ jest liczbą pierwszą.

Odp: (1p)

c) Oceń wartość logiczną zdania r : Najmniejsza możliwa wartość sumy $a+b$ jest liczbą parzystą

Odp: (1p)

#4

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W trójkącie ABC punkt D leży na boku CB . Miara kąta CAD wynosi 60° , miara kąta DAB wynosi 60° . $|AC| = 3$, $|AB| = 6$. Wyznacz $|AD|$.

Odp: $|AD| =$ (1p)

Oceń wartość logiczną zdania p : $|AD|$ jest liczbą pierwszą

Odp: (1p)

Oceń wartość logiczną zdania r : Pole trójkąta ABC wynosi: $\frac{3^{5/2}}{2}$

Odp: (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#5

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W urnie znajduje się 13 kul oznaczonych: $1, 2, 3, \dots, 13$. Z urny losowo wybieramy 6 kul. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma liczb przyporządkowanych wybranym kulom będzie nieparzysta?

Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego p/q . Następnie podaj wynik w postaci ułamka dziesiętnego z dokładnością do trzech cyfr po przecinku.

Odp: $p =$ (1p)

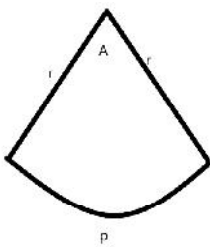
Odp: $q =$ (1p)

Odp: (1p)

#6

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Drut o długości l wyginamy na kształt wycinka koła (patrz rysunek).



Dla jakiej wartości kąta A (w radianach) pole tego wycinka jest największe?

Odp: (1p)

Oceń wartość logiczną zdania p : Kąt ten jest rozwarty

Odp: (1p)

Oceń wartość logiczną zdania r : Kąt ten jest większy od kąta 120°

Odp: (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#7

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Pole powierzchni prostopadłościanu wynosi 44cm^2 . Suma długości jego krawędzi wynosi 36cm . Wyznacz długość przekątnej prostopadłościanu i oceń wartość logiczną następujących zdań

p: Długość przekątnej jest większa od 6

Odp: (1p)

r. Długość przekątnej wyrażona jest liczbą niewymierną

Odp: (1p)

s: Długość przekątnej jest liczbą podzielną przez 7

Odp: (1p)

z: Długość przekątnej jest wyrażona liczbą pierwszą

Odp: (1p)

#8

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 + 4$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych:

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d), \text{ gdzie } a \leq c$$

Następnie zauważ, że $W(1) = 5$ to liczba pierwsza.

Dla ilu naturalnych wartości n , $W(n)$ jest liczbą pierwszą?

Odp: a = (1p)

Odp: b = (1p)

Odp: c = (1p)

Odp: d = (1p)

Odp: Licznosc zbioru $\{n \in \mathbb{N}: W(n) \text{ jest liczbą pierwszą}\}$ wynosi (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#9

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ oraz punkt $M = (0,5 ; 2)$

a) Jaką najmniejszą długość ma promień okręgu, który jest styczny wewnętrznie do danego okręgu i przechodzi przez punkt M? Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr po przecinku

Odp: (1p)

b) W dany okrąg wpisano kwadrat tak, że punkt M należy do jednej z jego przekątnych. Napisz równania kierunkowe prostych, w których zawierają się boki tego kwadratu. Podaj wartość największego wyrazu wolnego występującego w tych równaniach

Odp: (1p)

c) Podaj wartość najmniejszego współczynnika kierunkowego występującego w tych równaniach

Odp: (1p)

d) Czy punkt $P(4,2)$ może być wierzchołkiem kwadratu opisanego na tym okręgu. W przypadku pozytywnym w polu odpowiedzi wpisz 1, w przeciwnym przypadku 0.

Odp: (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#10

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Dla jakich wartości parametru k , równanie $\cos^6 x + \sin^6 x = \log_2 k$ posiada rozwiązanie?

Wynik powinien mieć postać $k \in [a, b]$

Podaj a w postaci licznik/mianownik

Odp: (1p)

Podaj b

Odp: (1p)

Podaj wartość iloczynu ab w postaci licznik/mianownik

Odp: (1p)

Podaj wartość ilorazu b/a w postaci licznik/mianownik

Odp: (1p)

Podaj wartość ilorazu a/b w postaci licznik/mianownik

Odp: (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#11

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Pojemnik w kształcie prostopadłościanu z otwartą górą musi mieć objętość 16 metrów sześciennych. Ponadto jeden bok podstawy musi mieć 4 metry długości. Jeśli materiał na podstawę kosztuje 8 zł za metr kwadratowy, a materiał na ściany boczne kosztuje 2 zł za metr kwadratowy, znajdź wymiary pojemnika tak, aby koszt materiału do jego wykonania był minimalny. Oblicz minimalny koszt z dokładnością do groszy.

Wynik podaj w postaci ab,cd gdzie a - to cyfra dziesiątek, b - jedności, c - części dziesiątych, d - części setnych przybliżonego wyniku do części setnych.

Odp:

$a =$ (1p)

$b =$ (1p)

$c =$ (1p)

$d =$ (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#12

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Wiadomo, że liczby $ctgx, 1, \frac{\sin x}{1+\cos x}$ dla $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ są pierwszymi trzema wyrazami ciągu arytmetycznego a_n

a) Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu. Wynik zaokrąglij do części dziesiętnych

Odp: $a_1 =$ (1p)

Odp: $r =$ (1p)

b) Ile wyrazów tego ciągu spełnia nierówność: $(a_n - 14 - 13\sqrt{3})(a_n + \sqrt{3}) \leq 0$

Odp: (1p)

c) Oblicz sumę wyrazów tego ciągu od piętnastego do dwudziestego piątego włącznie. Wynik podaj w zaokrągleniu do jedności

Odp: (1p)

d) Oceń wartość logiczną zdania p: $a_{15} + a_{16} + \dots + a_{25}$ jest liczbą wymierną

Odp: - wpisz 0 gdy fałsz lub 1 gdy prawda (1p)



Matura próbna 2024 - matematyka PR

Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#13

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W okrąg o promieniu $R = 10$ wpisano kwadrat i trójkąt równoboczny mające wspólny wierzchołek. Oblicz pole i obwód części wspólnej obu figur.

Odpowiedź podaj w postaci:

Pole: $a(b\sqrt{3} - c)$

Obwód: $d\sqrt{3}(e + 2\sqrt{2} - \sqrt{f} - \sqrt{3})$

Odp: a = , (1p)

Odp: b = , (1p)

Odp: c = , (1p)

Odp: d = , (1p)

Odp: e = , (1p)

Odp: f = , (1p)