

Matura próbna 2025

test diagnostyczny przed sesją maj 2025

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione
do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to

M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza

MMAP-R0-**100**-2504

DATA: **15 kwietnia 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

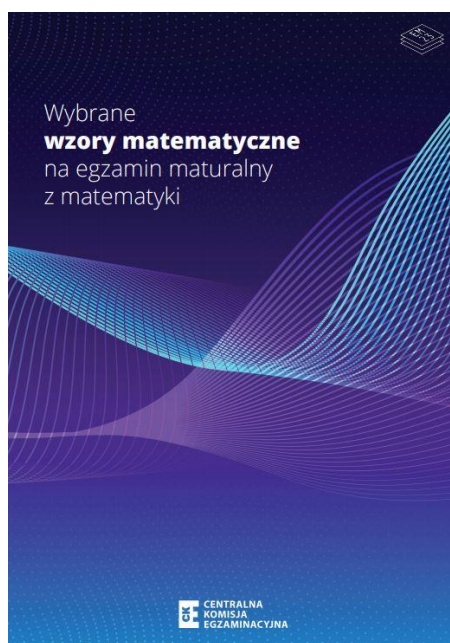
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 29 stron (zadania 1–14). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x^7 - x^6 + x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \leq 0$$

Wyznacz wszystkie liczby naturalne spełniające daną nierówność. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are light gray.

Piąty wyraz rozwinięcia $(x - b)^{10}$ jest równy $53760x^6$.

Oblicz b . Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 3. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + \cos(3n - 5)}{2n^2 + 1}$$

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

okazało się, że zdała ona egzamin praktyczny za pierwszym podejściem.

Zapisz obliczenia.

4.	0-1- 2-3
----	-------------

[illegible]

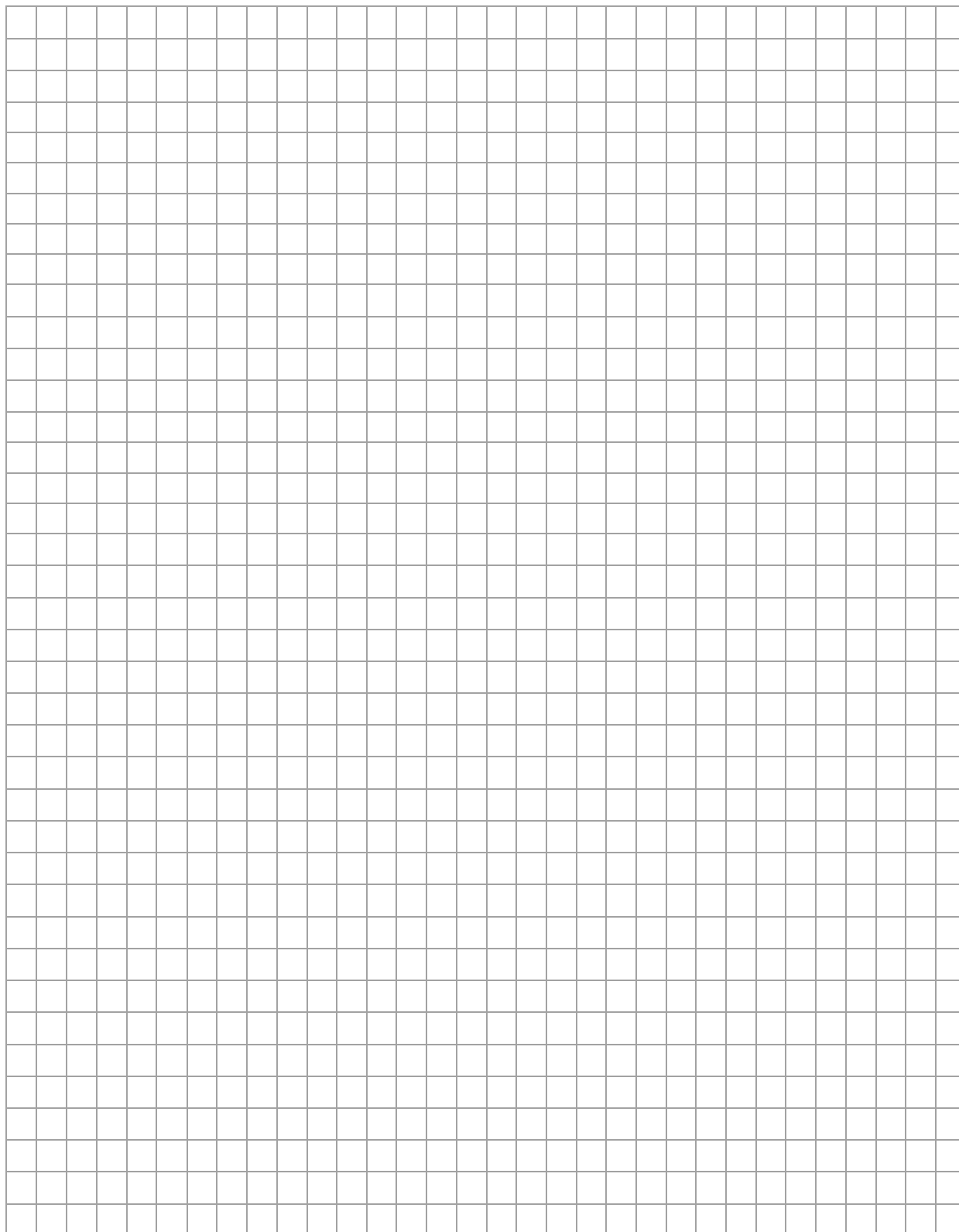
Zadanie 5. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1-5x}{2x+6}$ dla każdego $x \in (-3, +\infty)$.

5.

0–1–

2–3

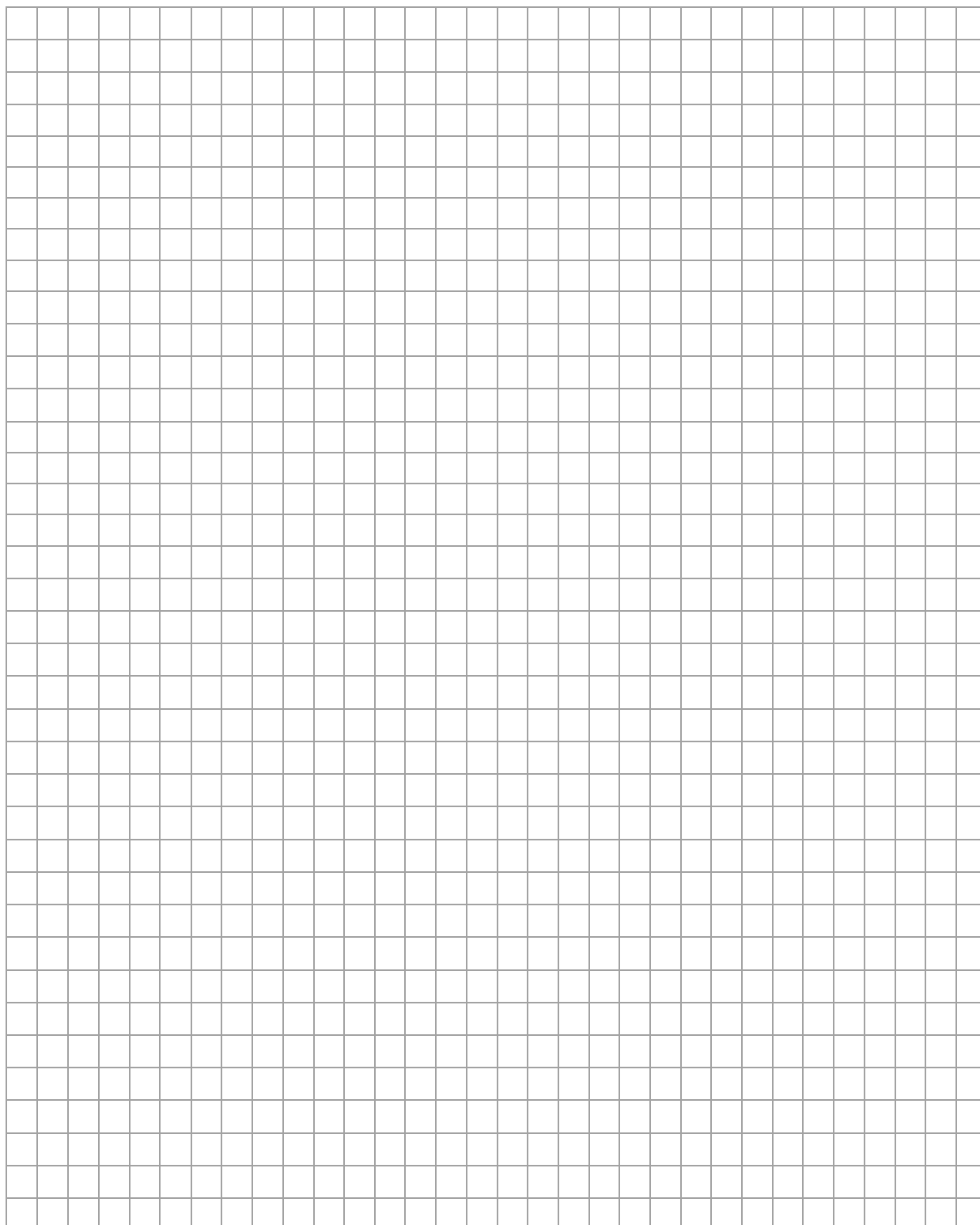
Wykaż, że f jest funkcją malejącą.

Zadanie 6. (0–3)

Dana jest funkcja $g(x) = (16x + 2)^8$ określona dla każdej liczby rzeczywistej x .

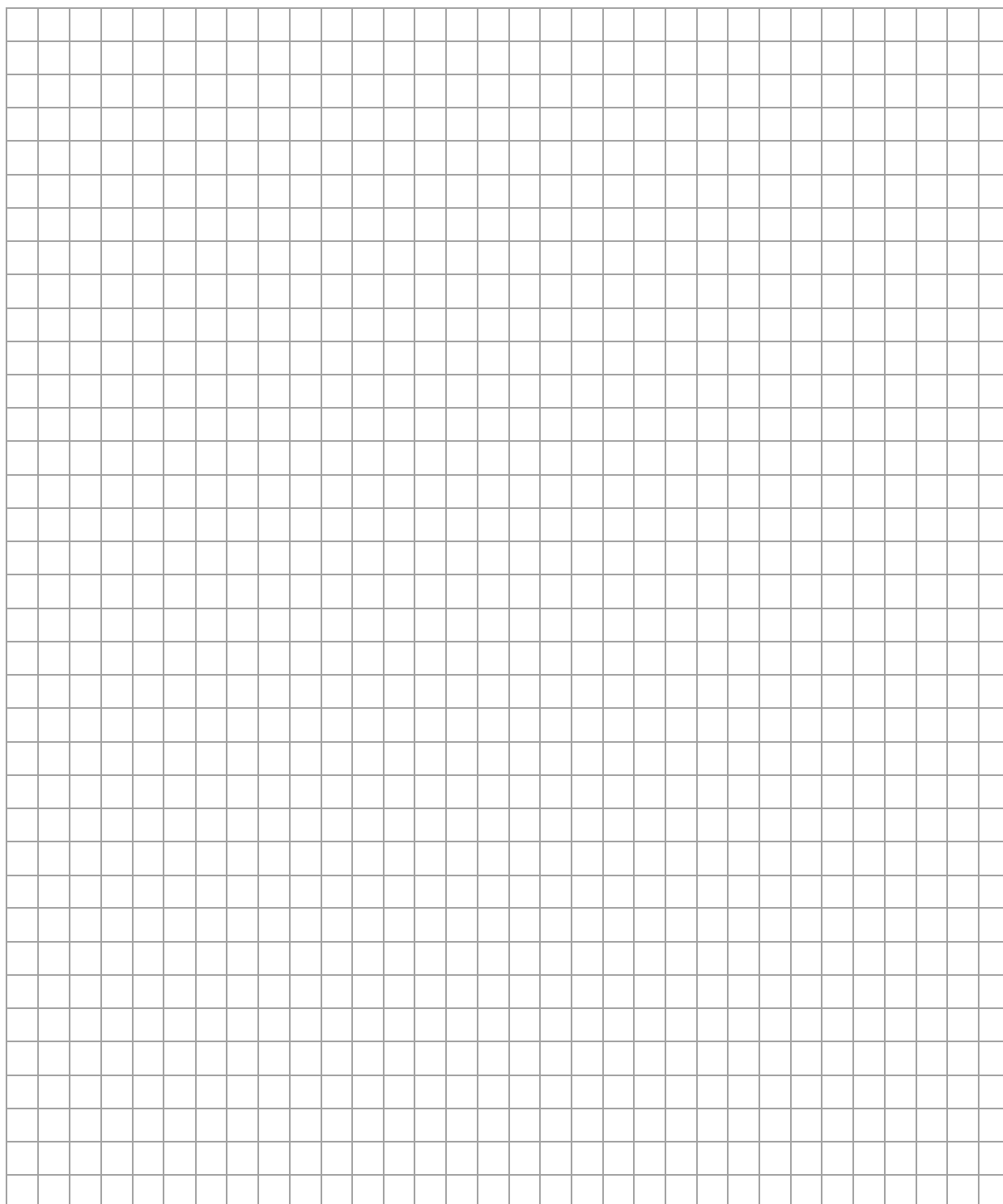
Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji g nachylonej do osi x pod kątem 45° .
Zapisz obliczenia.

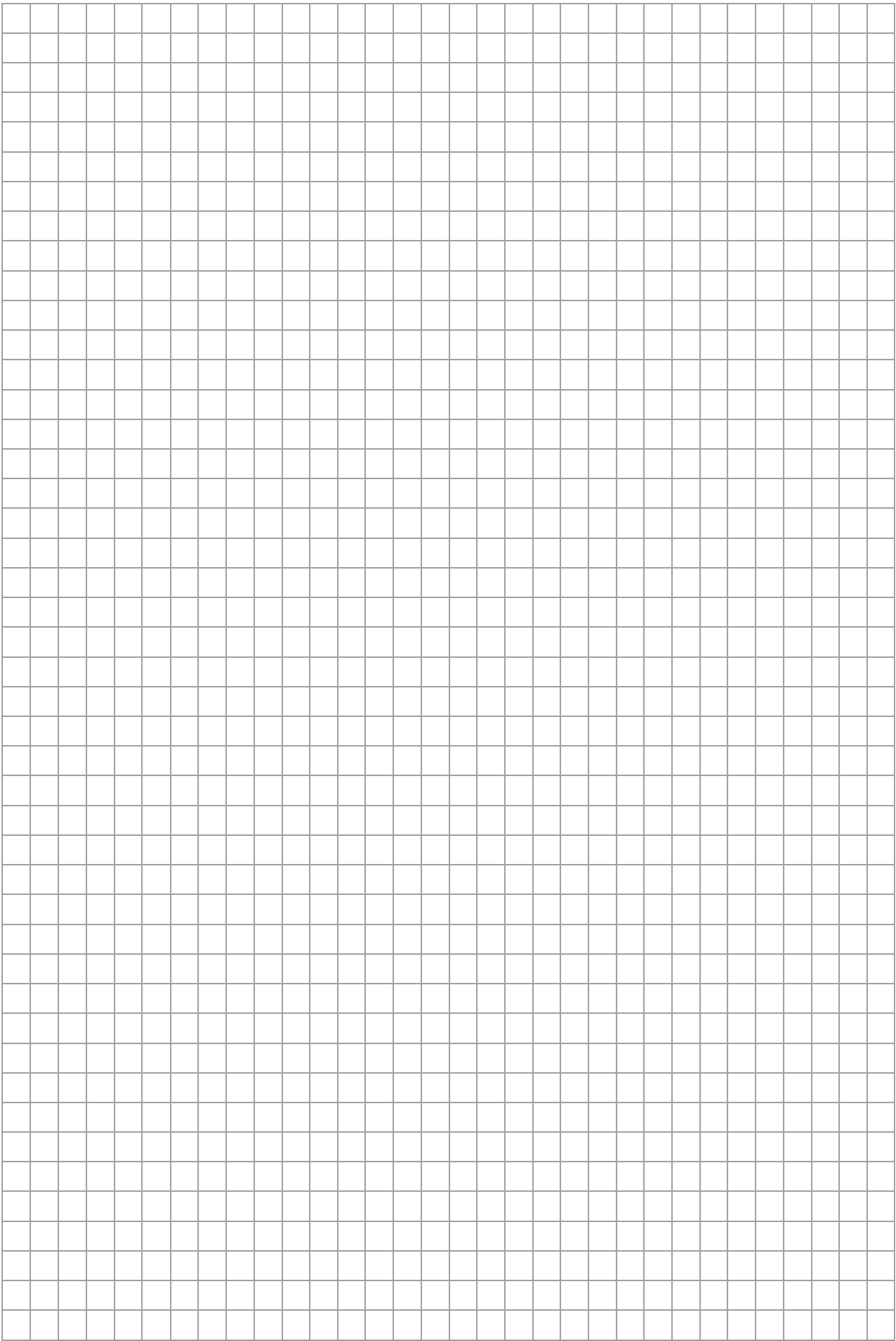
6.

0–1–
2–3

Zadanie 7. (0–3)

Dany jest czworokąt $ABCD$ na którym opisano okrąg. Boki tego czworokąta są równe $|AB| = |BC| = a$ oraz $|CD| = |DA| = b$. Ponadto, przekątne $|AC|$ i $|BD|$ tego czworokąta są sobie równe.

7.0–1–
2–3**Wykaż, że $a = b$.**

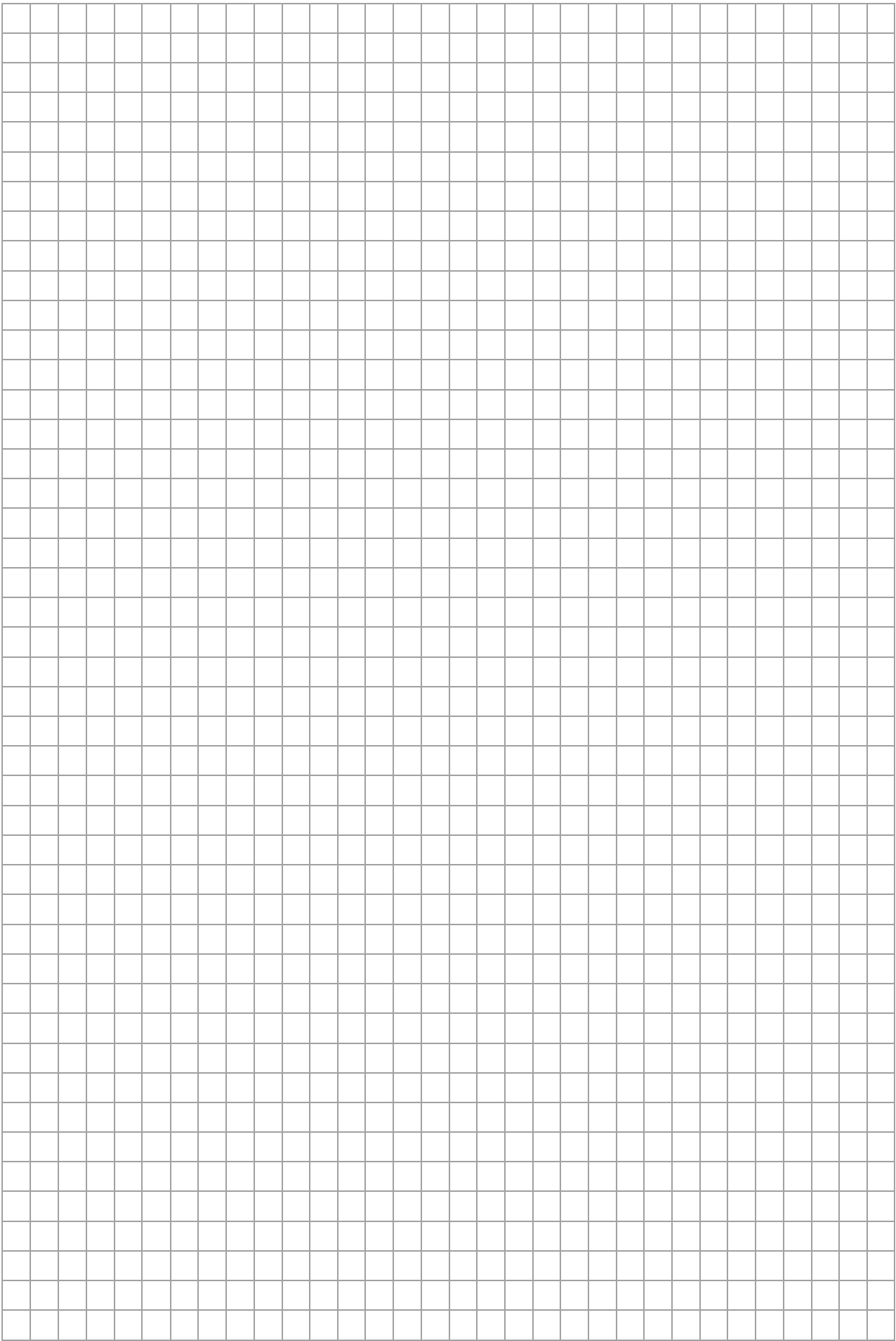


Zadanie 8. (0–4)

Trzy liczby tworzą w danej kolejności ciąg geometryczny (a_n) o wszystkich wyrazach dodatnich. Jeżeli do pierwszej z tych liczb dodamy 1 oraz od trzeciej z nich odejmiemy 12 to również otrzymamy ciąg geometryczny. Ponadto liczby te w podanej kolejności są odpowiednio: pierwszym, drugim oraz szóstym wyrazem ciągu arytmetycznego (b_n) .

Wyznacz te liczby oraz podaj iloraz ciągu geometrycznego (a_n) . Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

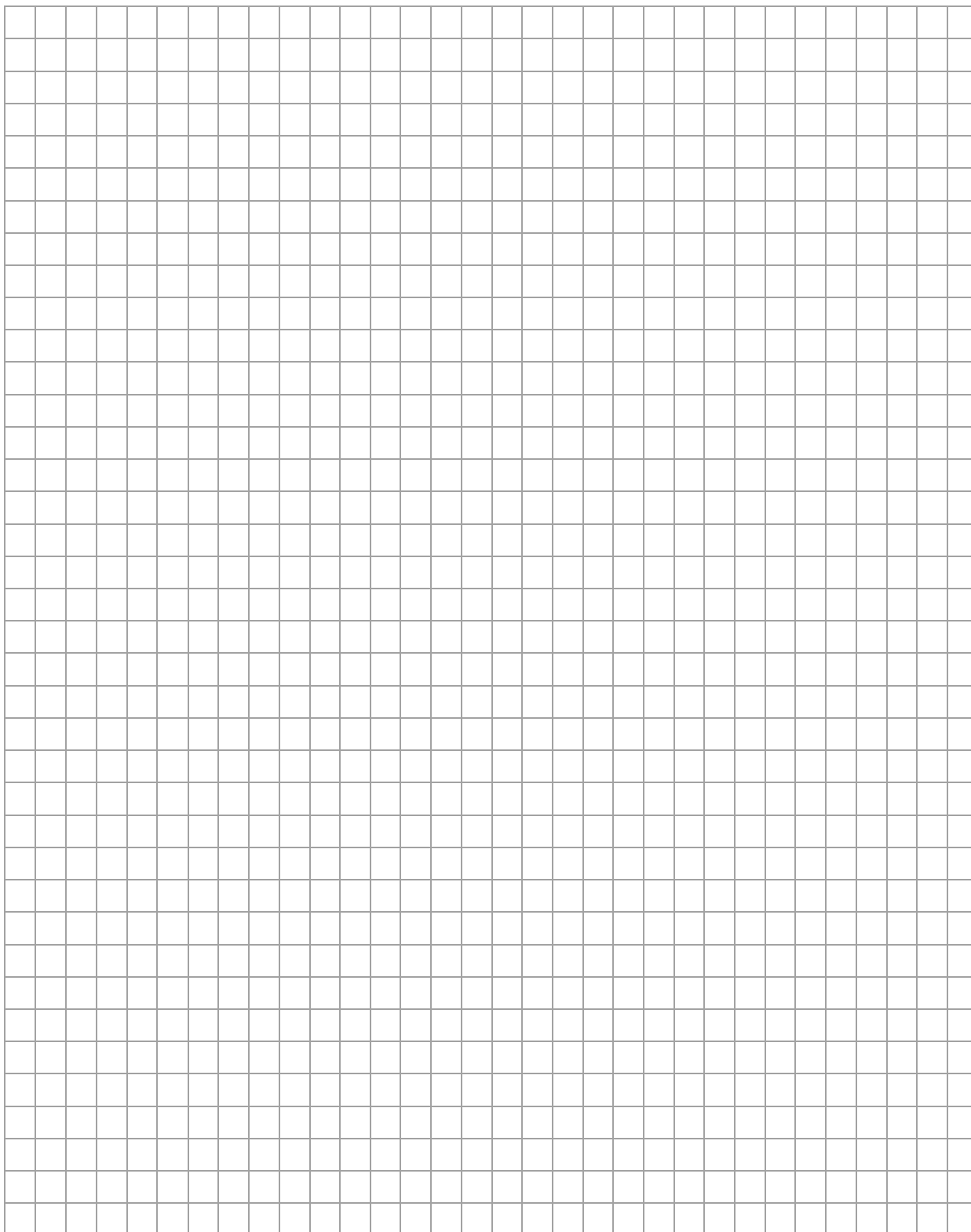


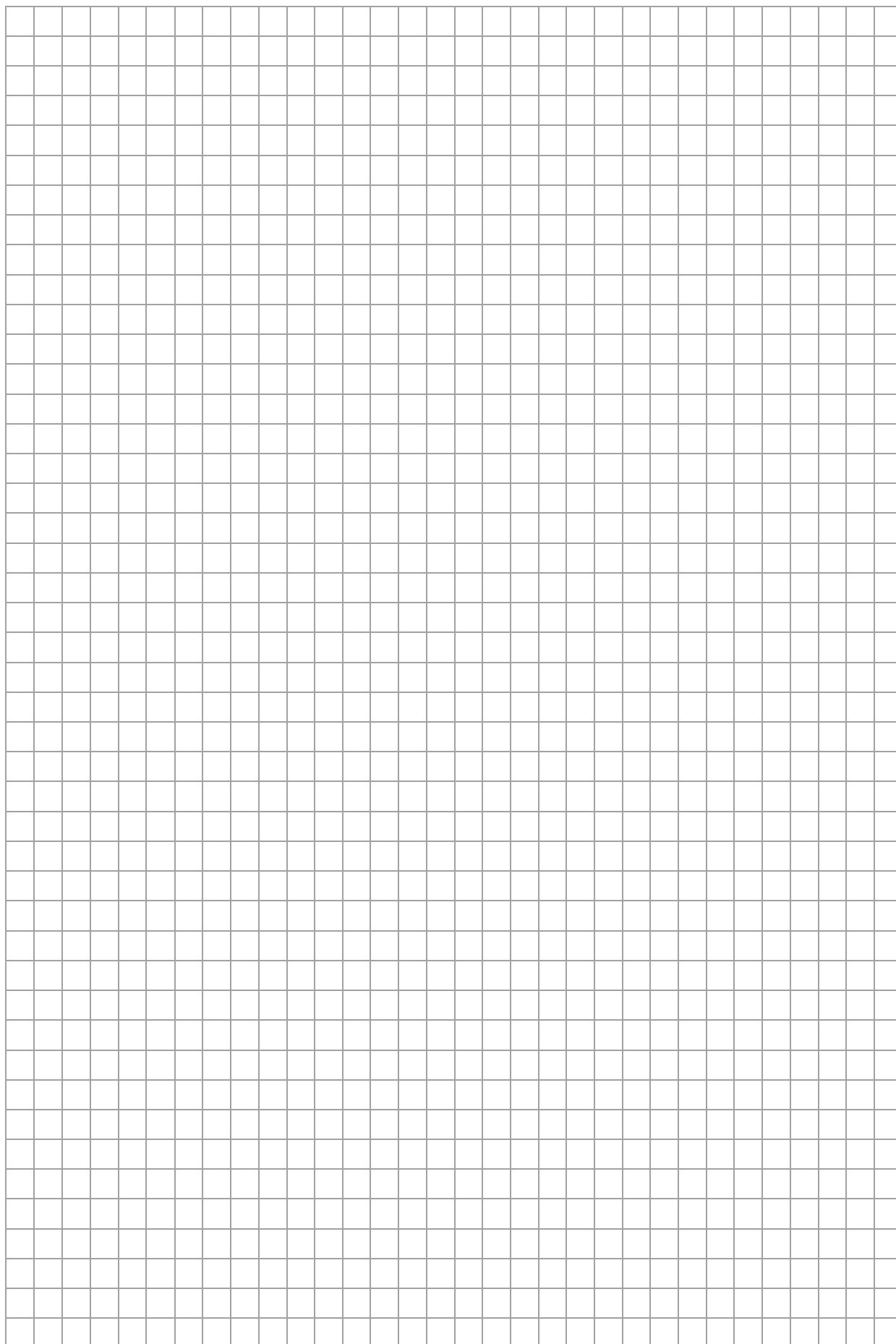
Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + 9x^2 < 4 - \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}$$

Zapisz obliczenia.





Zadanie 10. (0-4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

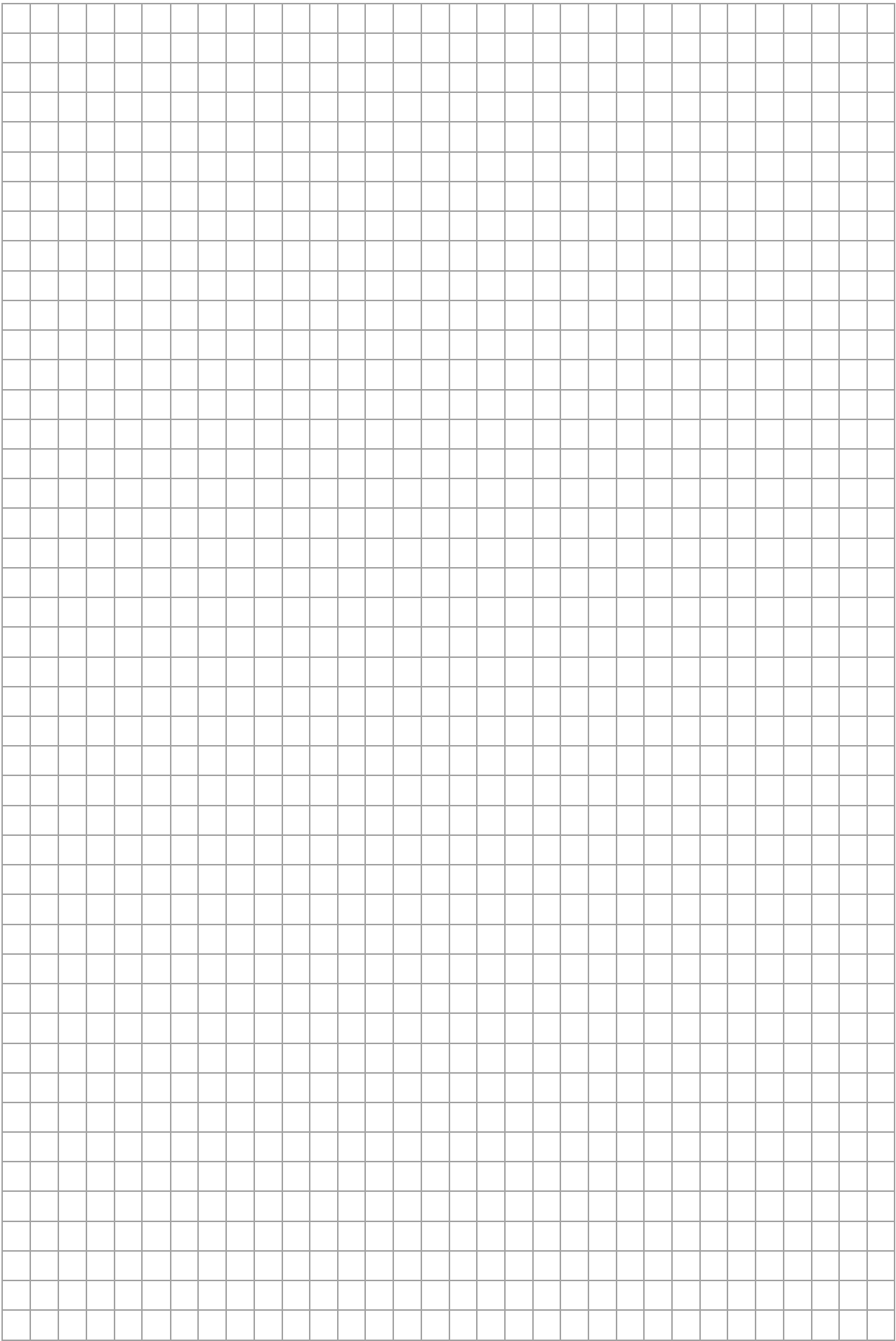
$$x^2 + m^2 \cdot x + 4 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek

$$x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 > 65 \cdot x_1 - x_1^2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2^2 + 65 \cdot x_2$$

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

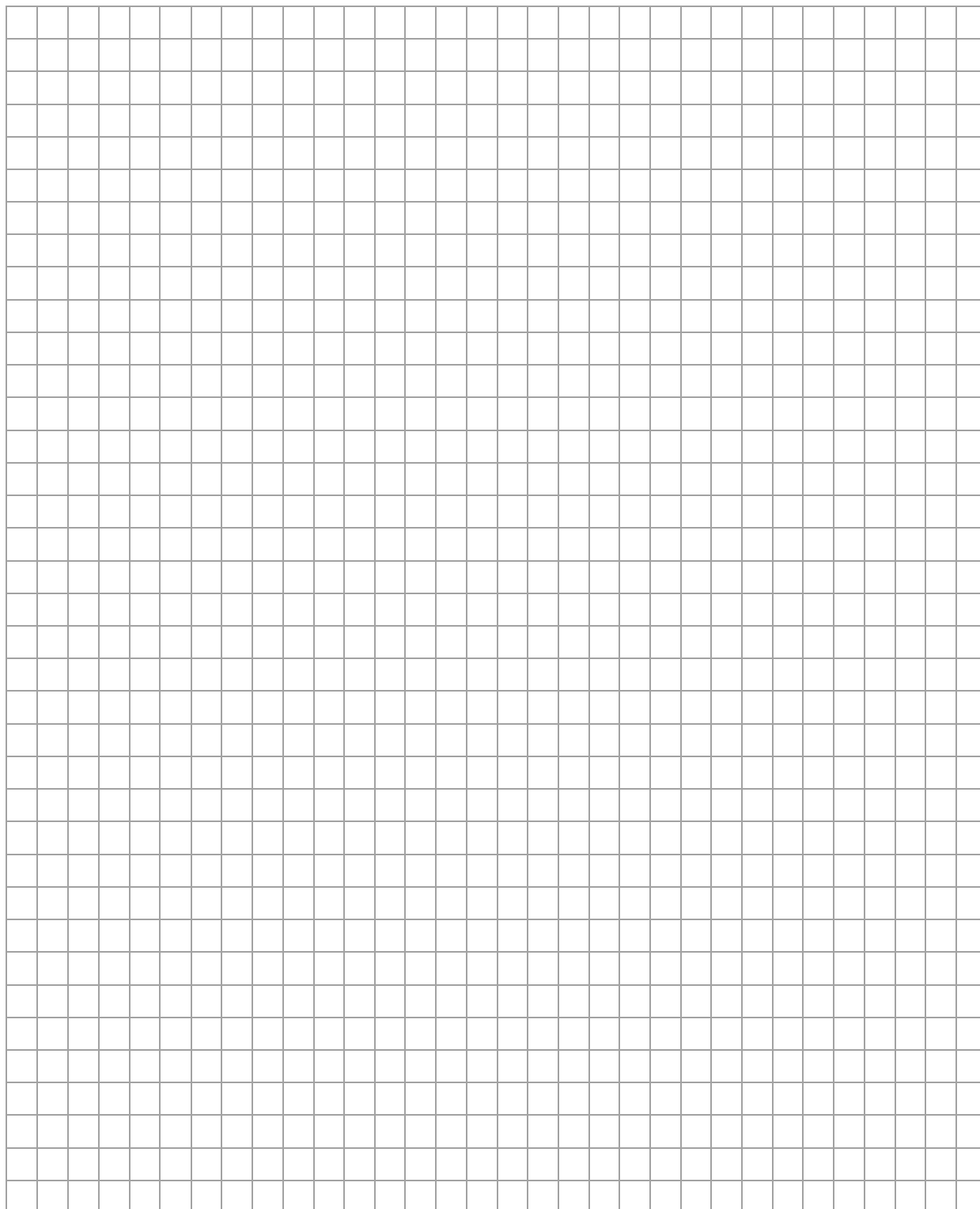


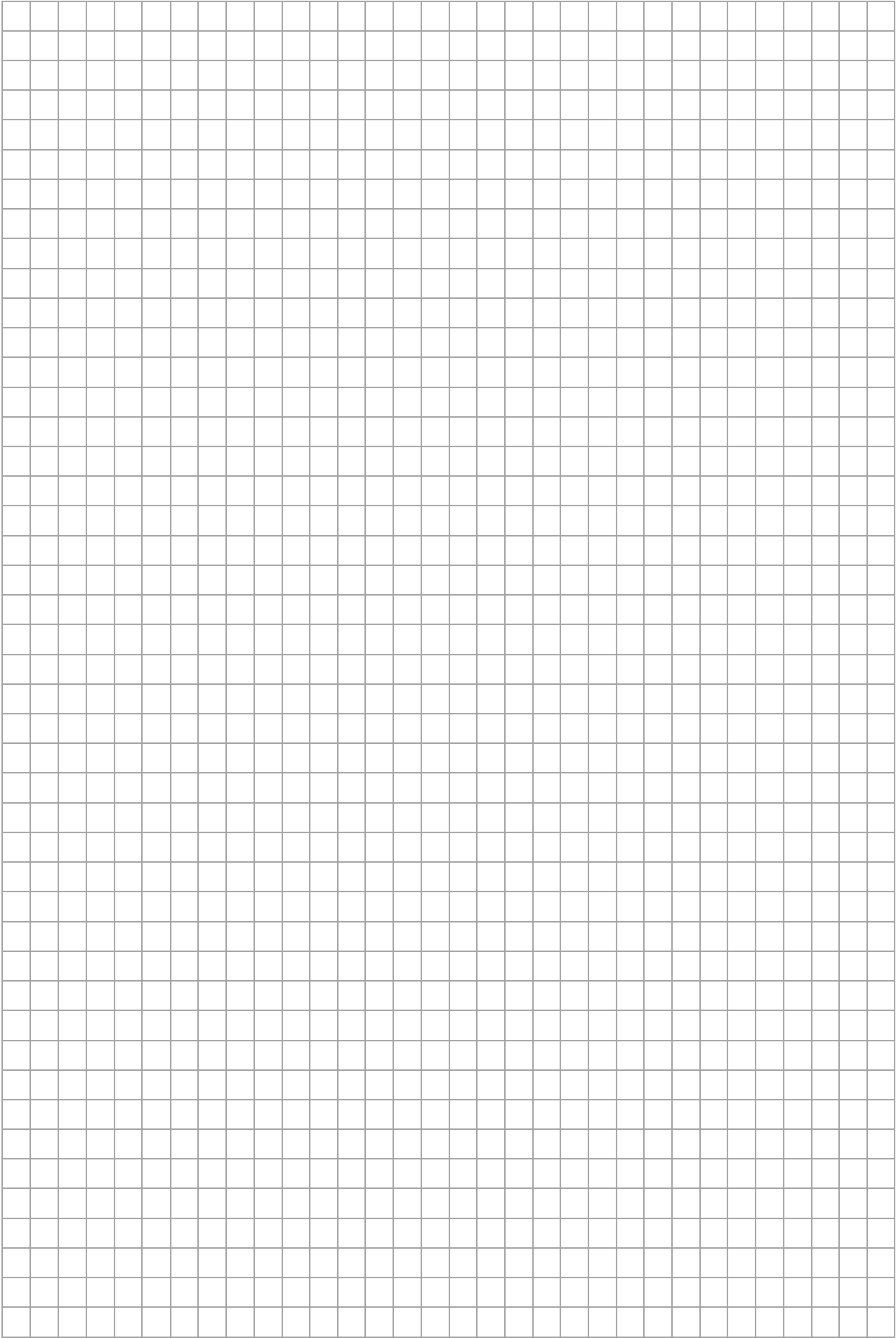
Zadanie 11. (0–4)

Styczna k do okręgu $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ jest prostopadła do prostej $y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$.

11.0–1–
2–3–4

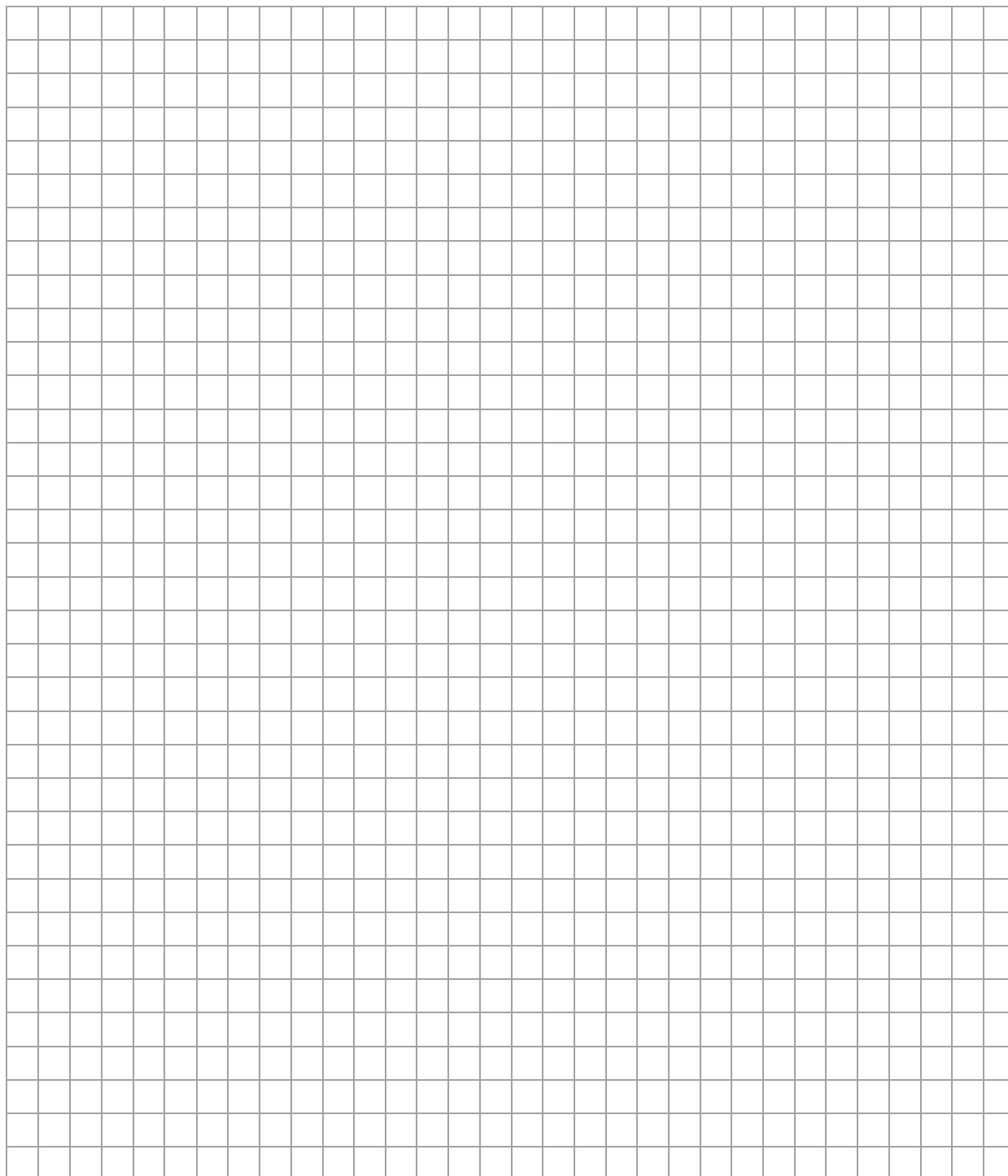
Oblicz pole trójkąta ograniczonego styczną k oraz ośmioma osiami kartezjańskiego układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia.

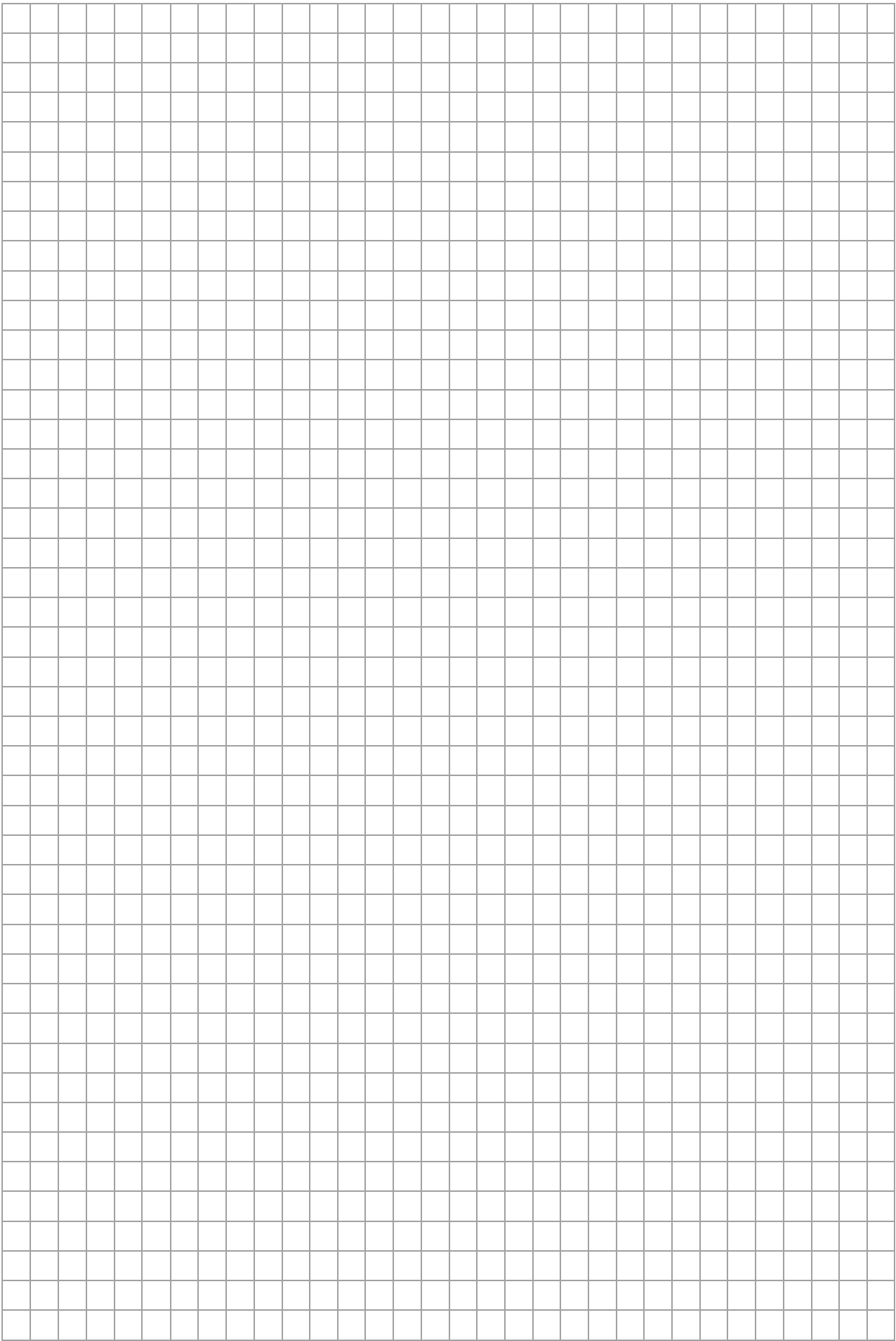




Zadanie 12. (0–5)

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$, w którym kąt ABC ma miarę 60° oraz kąty BAD i ADC są proste. Ramię $|BC|$ trapezu ma długość $2\sqrt{3}$, a także pole trapezu $ABCD$ jest równe $\frac{21\sqrt{3}}{2}$. Wykonujemy obrót trapezu wokół jego krótszego ramienia oraz otrzymujemy nowo powstałą bryłę.

12.0–1–
2–3–
4–5**Oblicz objętość powstałej bryły. Zapisz obliczenia.**

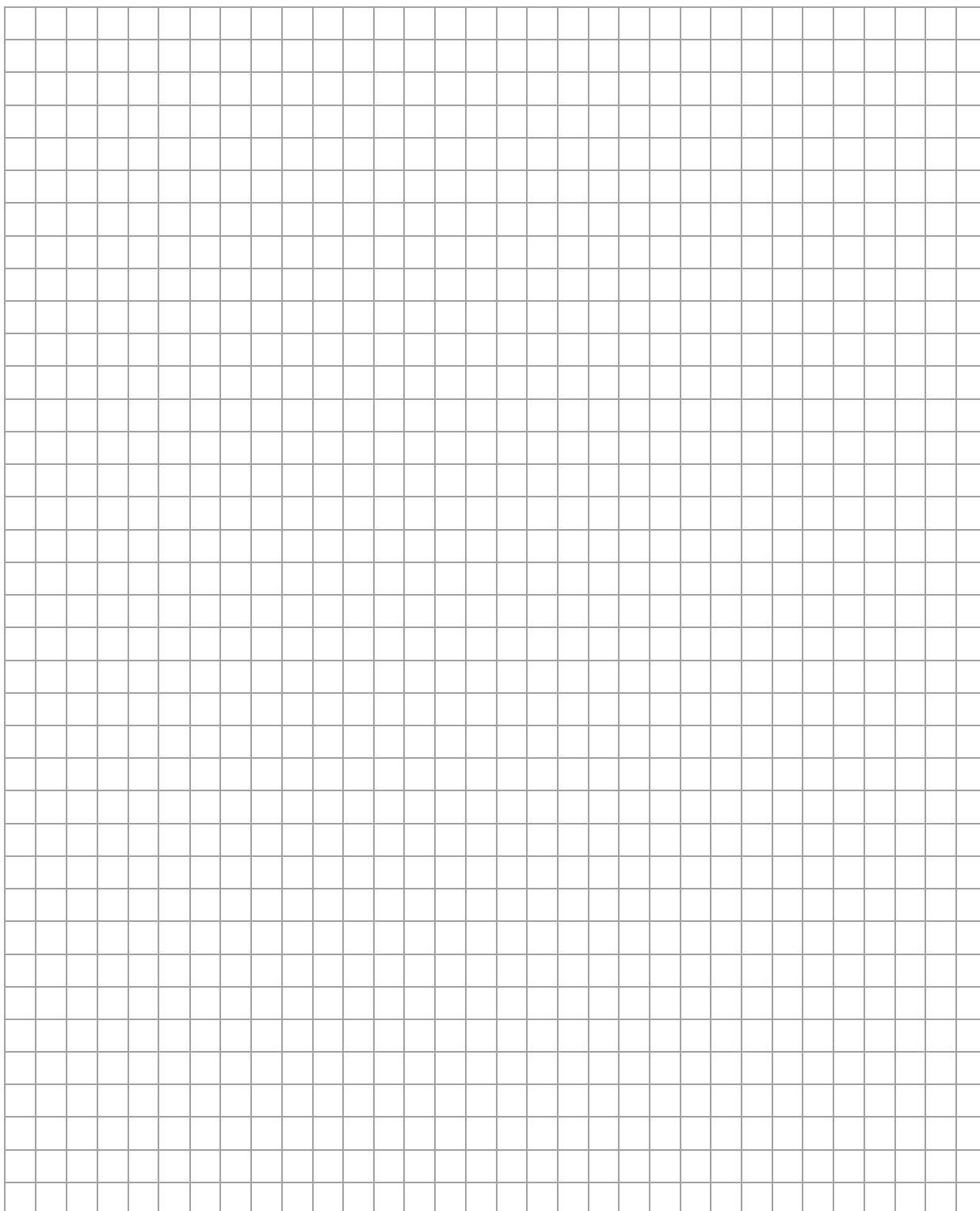


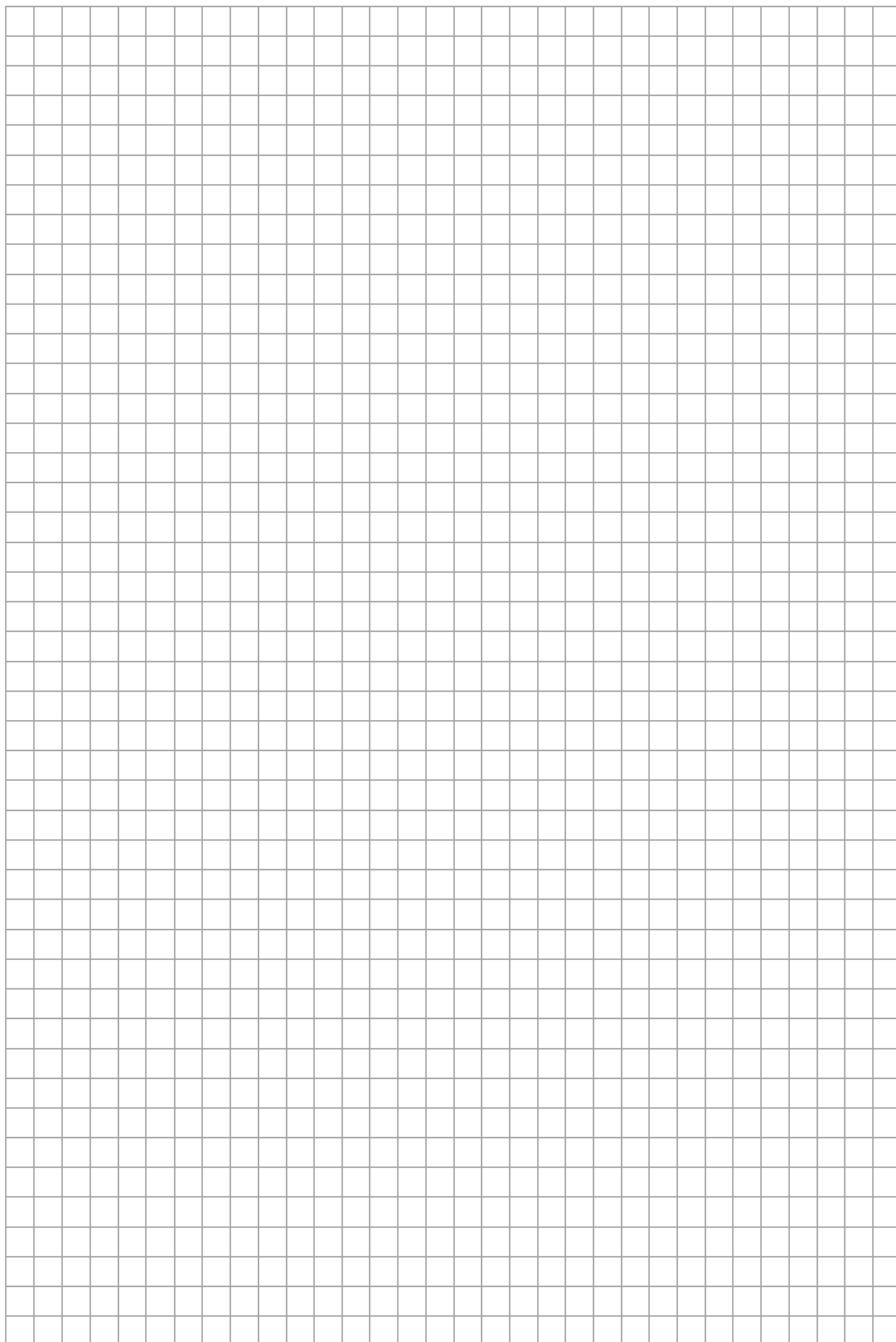
Zadanie 13. (0–6)

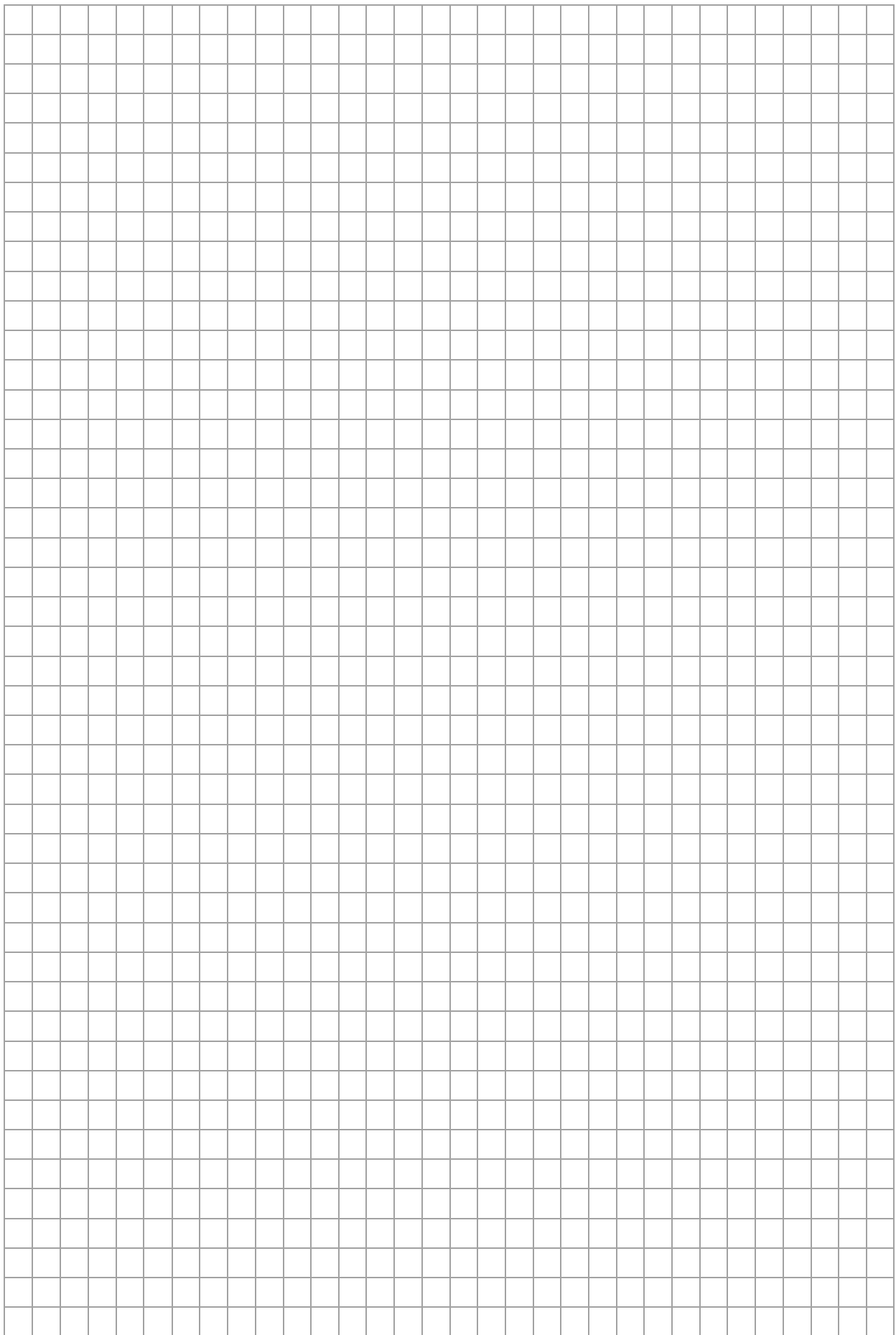
Rozwiąż równanie

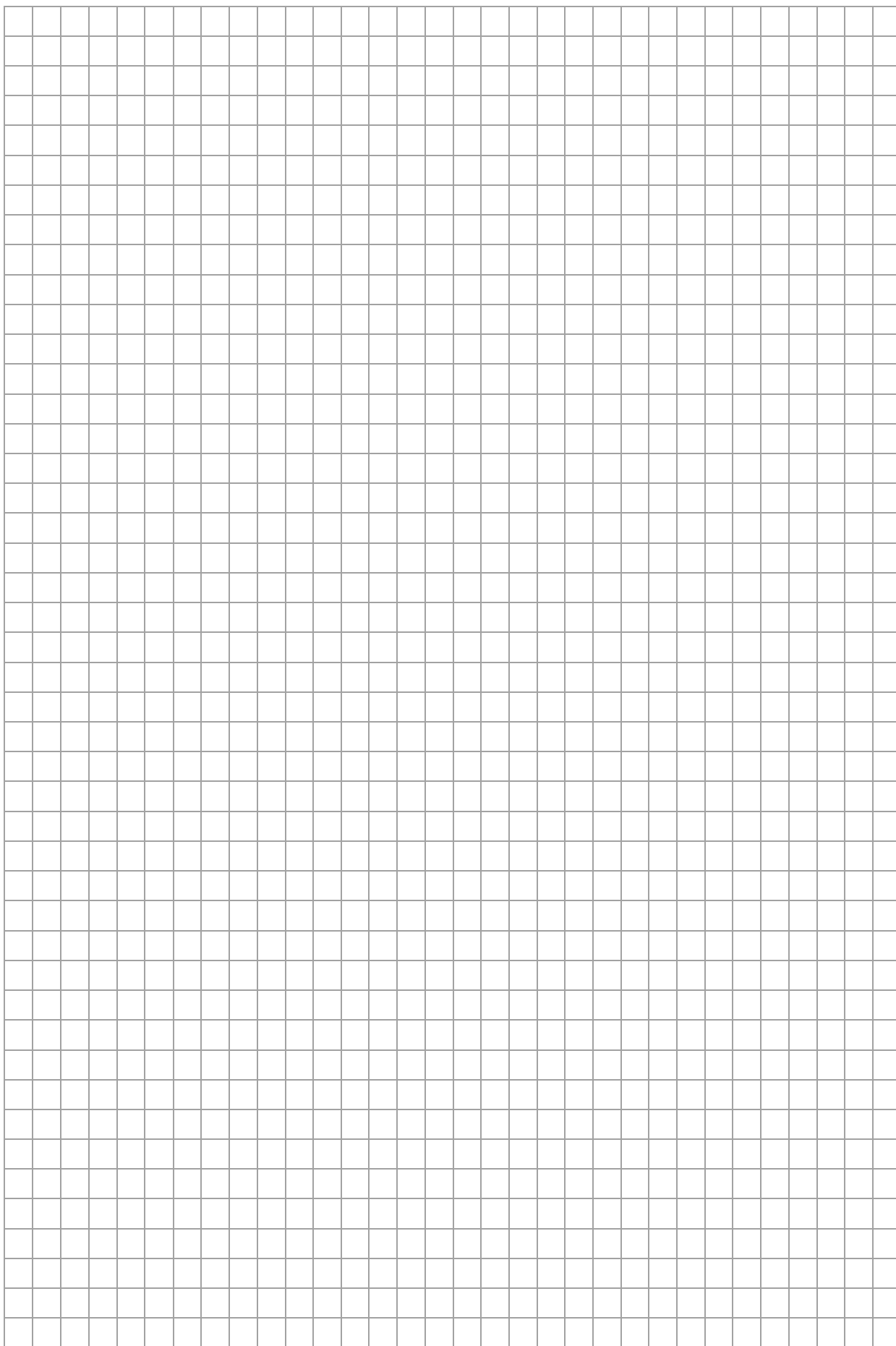
$$\cos(2x) = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$$

w zbiorze $[-3\pi, \pi]$. Zapisz obliczenia.









Zadanie 14.

Rozważamy wszystkie walce o polu powierzchni całkowitej 96π i promieniu podstawy mniejszym niż 6.

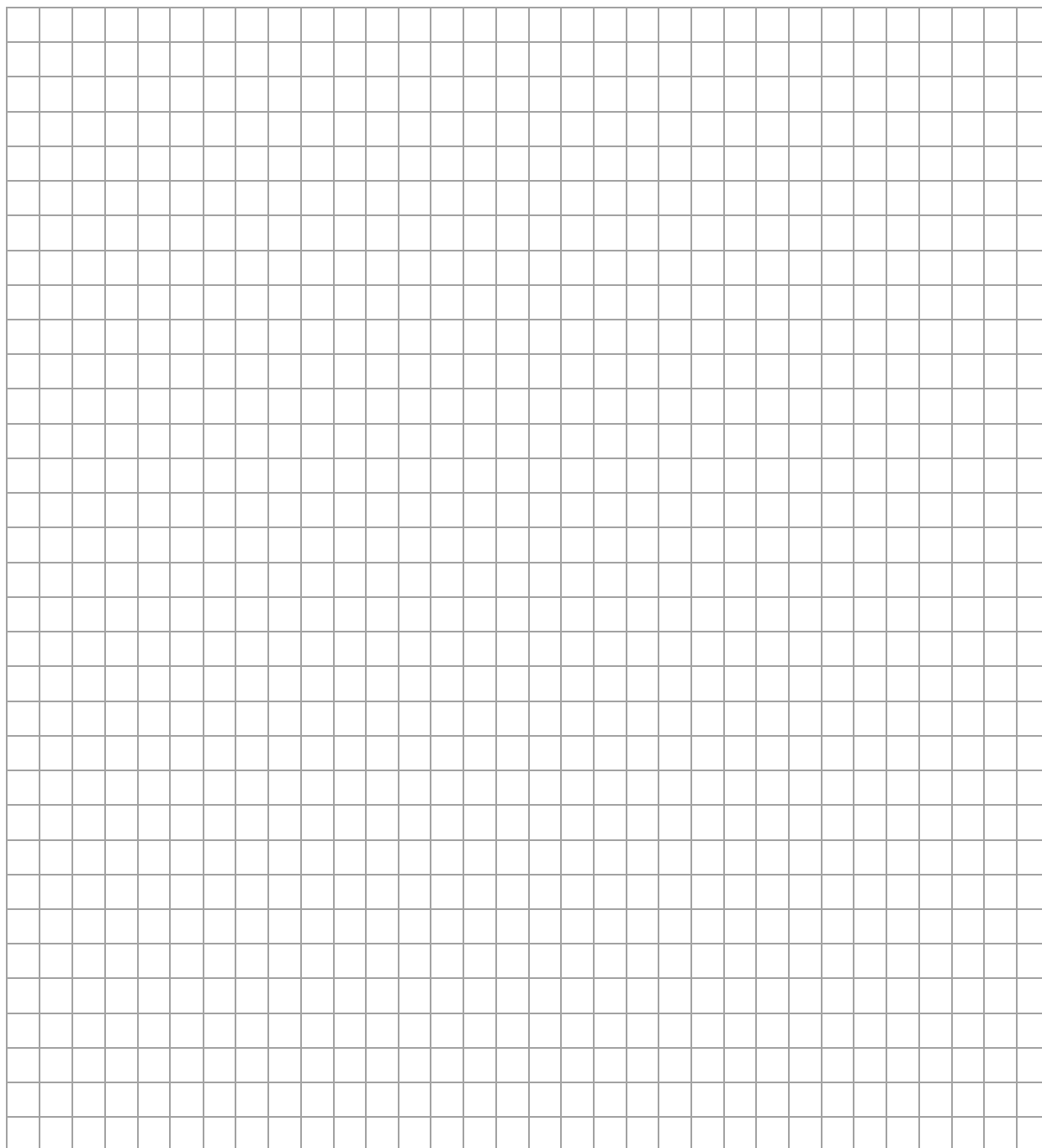
14.1.

0-1-2

Zadanie 14.1. (0-2)

Wykaż, że objętość V każdego z takich walców w zależności od długości r promienia podstawy jest określona wzorem

$$V(r) = \pi \cdot (48r - r^3)$$



Zadanie 14.2. (0–3)

Objętość V walca w zależności od długości r promienia podstawy jest określona wzorem

$$V(r) = \pi \cdot (48r - r^3)$$

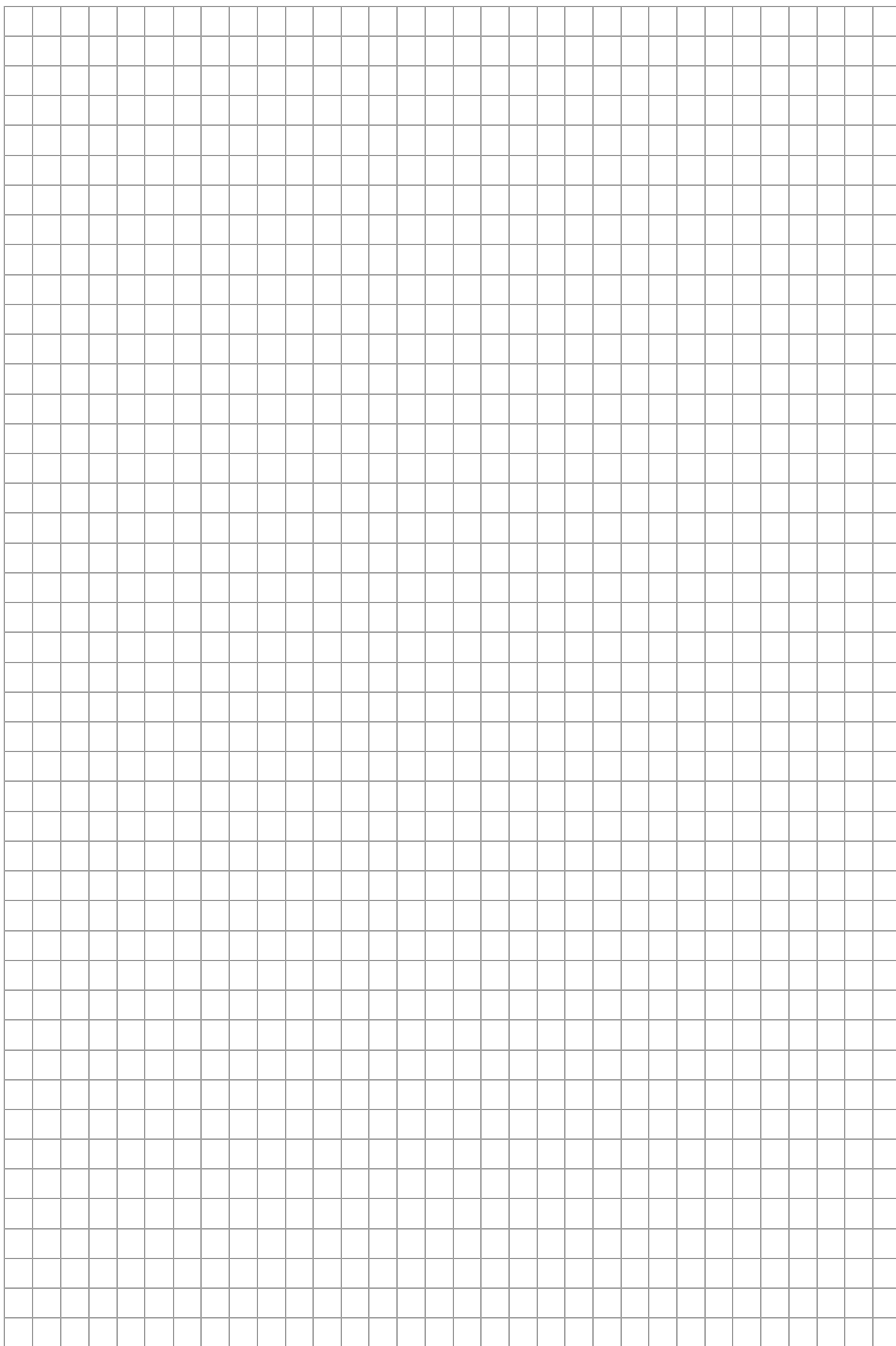
dla $r \in (0,6)$.

Wyznacz długość r promienia podstawy tego z rozważanych walców, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość. Zapisz obliczenia.

14.2.

0–1–

2–3



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

