

Matura próbna 2025

test diagnostyczny przed sesją maj 2026

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione
do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to

M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza

MMAP-R0-**100**-2510

DATA: **30 października 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

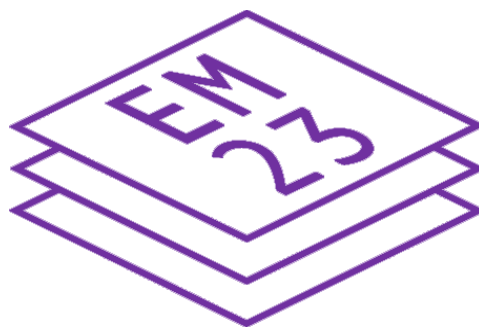
CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

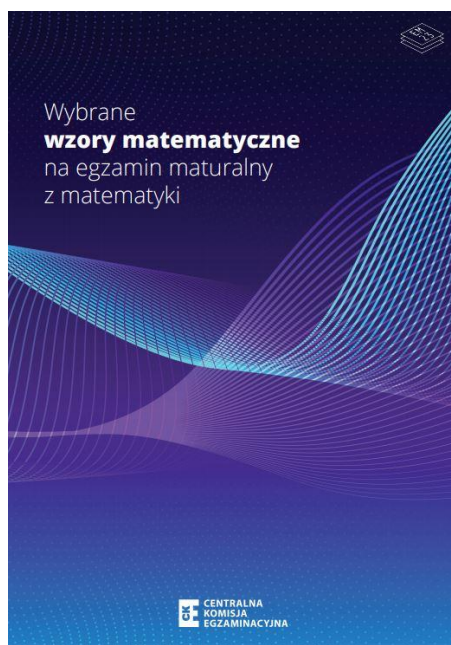
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–13). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (0–2)

Fundacja założyła w internecie zbiórkę pieniędzy na leczenie, której celem jest zbieranie 2 500 000 zł. Wraz z publikacją zbiórki, fundacja wpłaciła na nią datkę w wysokości W_0 zł. Łączna kwota zbiórki K zmieniała się w czasie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$K(t) = W_0 \cdot g^t$$

gdzie

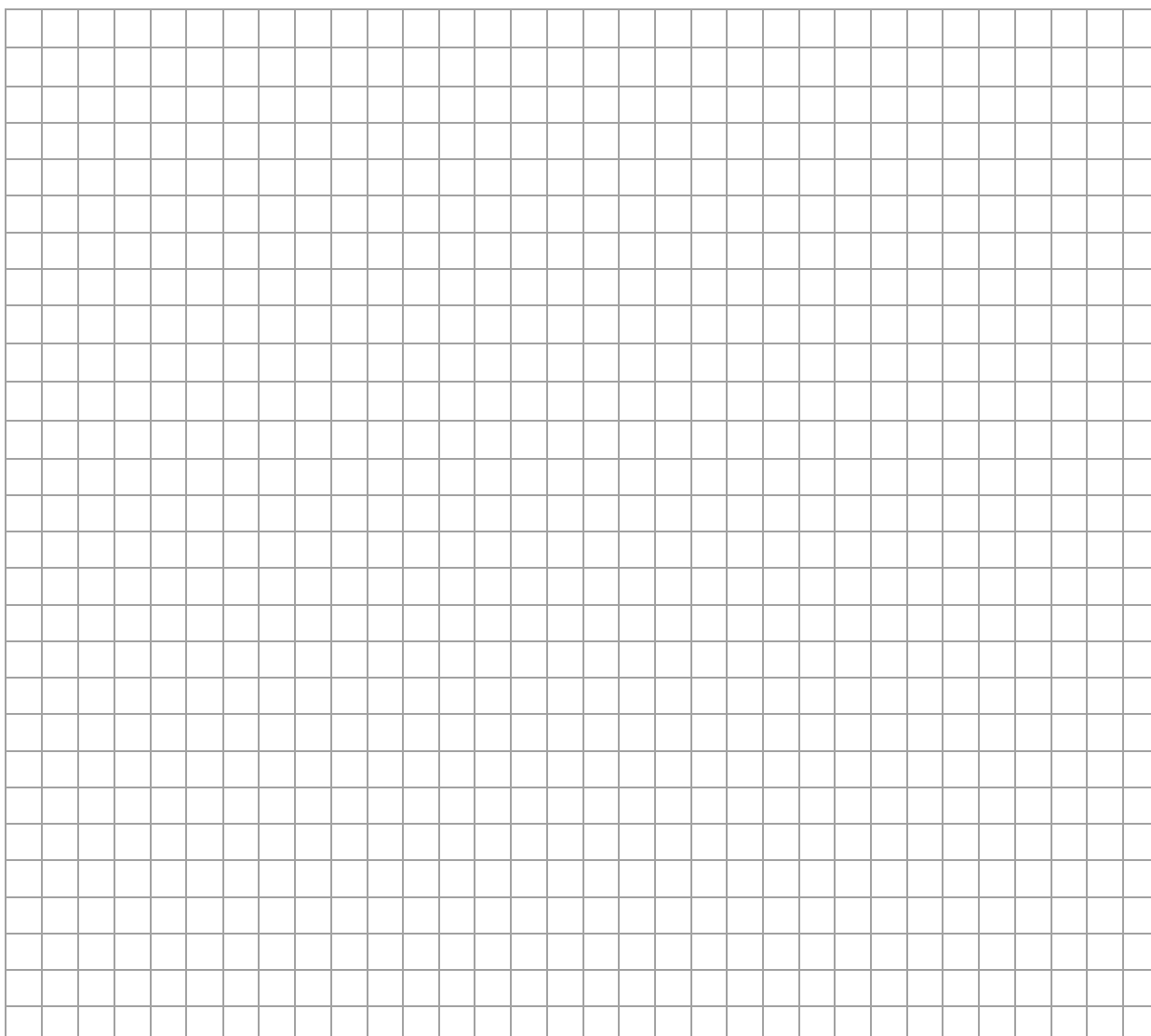
g – stała dodatnia, charakterystyczna dla danej zbiórki i dynamiki dokonywanych wpłat

t – czas wyrażony w dniach, liczony od chwili $t = 0$ publikacji zbiórki

Po dwóch dniach na zbiórkę wpłacono łącznie 50 225 złotych, natomiast po czterech dniach na koncie zbiórki zebrano kwotę 98 441 zł.

Oblicz kwotę wpłaconego datku W_0 przez fundację. Rozstrzygnij, czy w przeciągu dwóch tygodni, zbiórka zbierała potrzebną kwotę na leczenie. Odpowiedź uzasadnij. Zapisz obliczenia.

1.
0–1–2



Oblicz granicę

2.

0-1-2

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{|x - 6| - 3}$$

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 3. (0–3)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|CD| = 17$ oraz $|AD| = 19$.

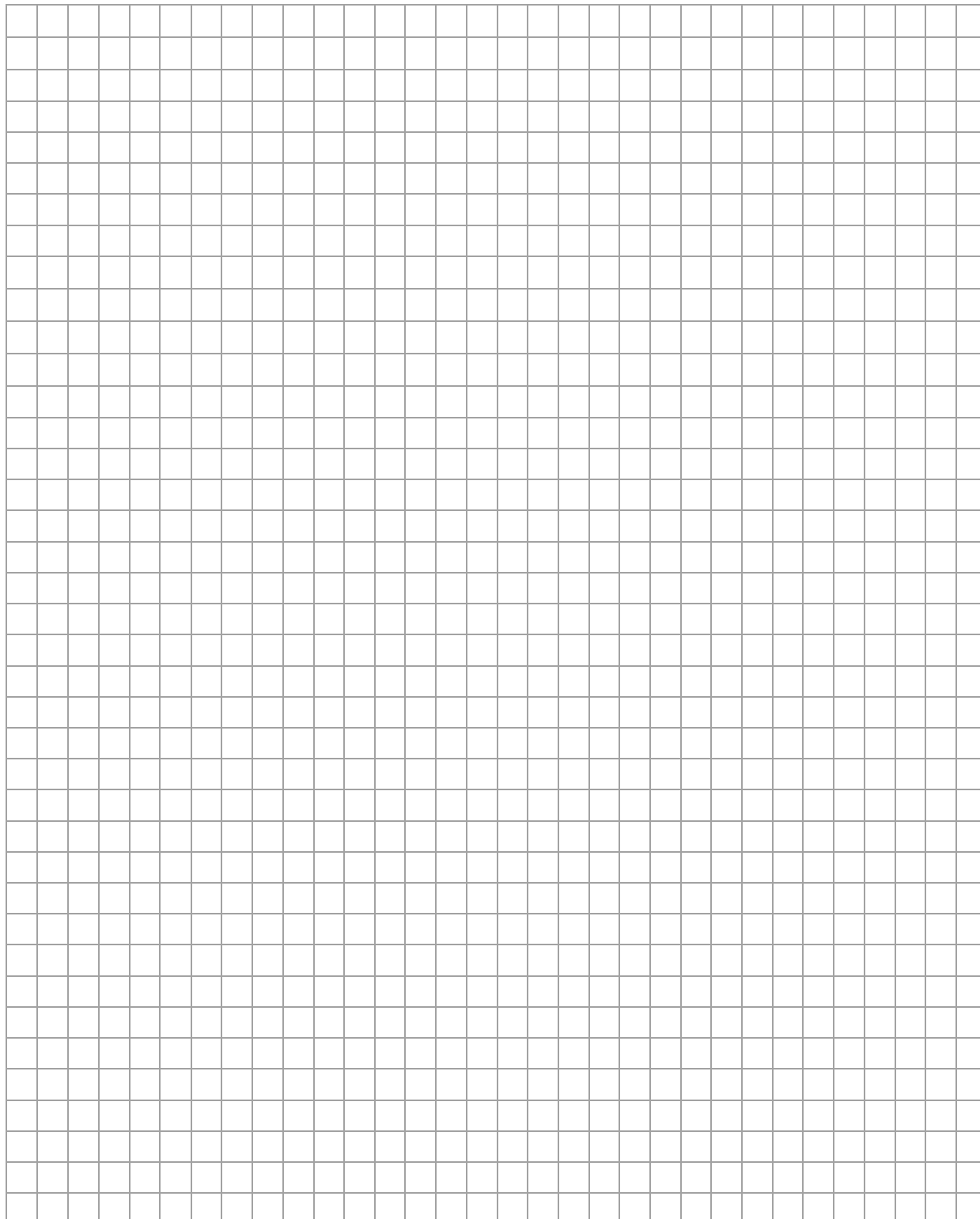
Przekątna $|BD|$ czworokąta ma długość $11\sqrt{6}$ a także $\cos|\sphericalangle BAD| = \left(-\frac{2}{17}\right)$.

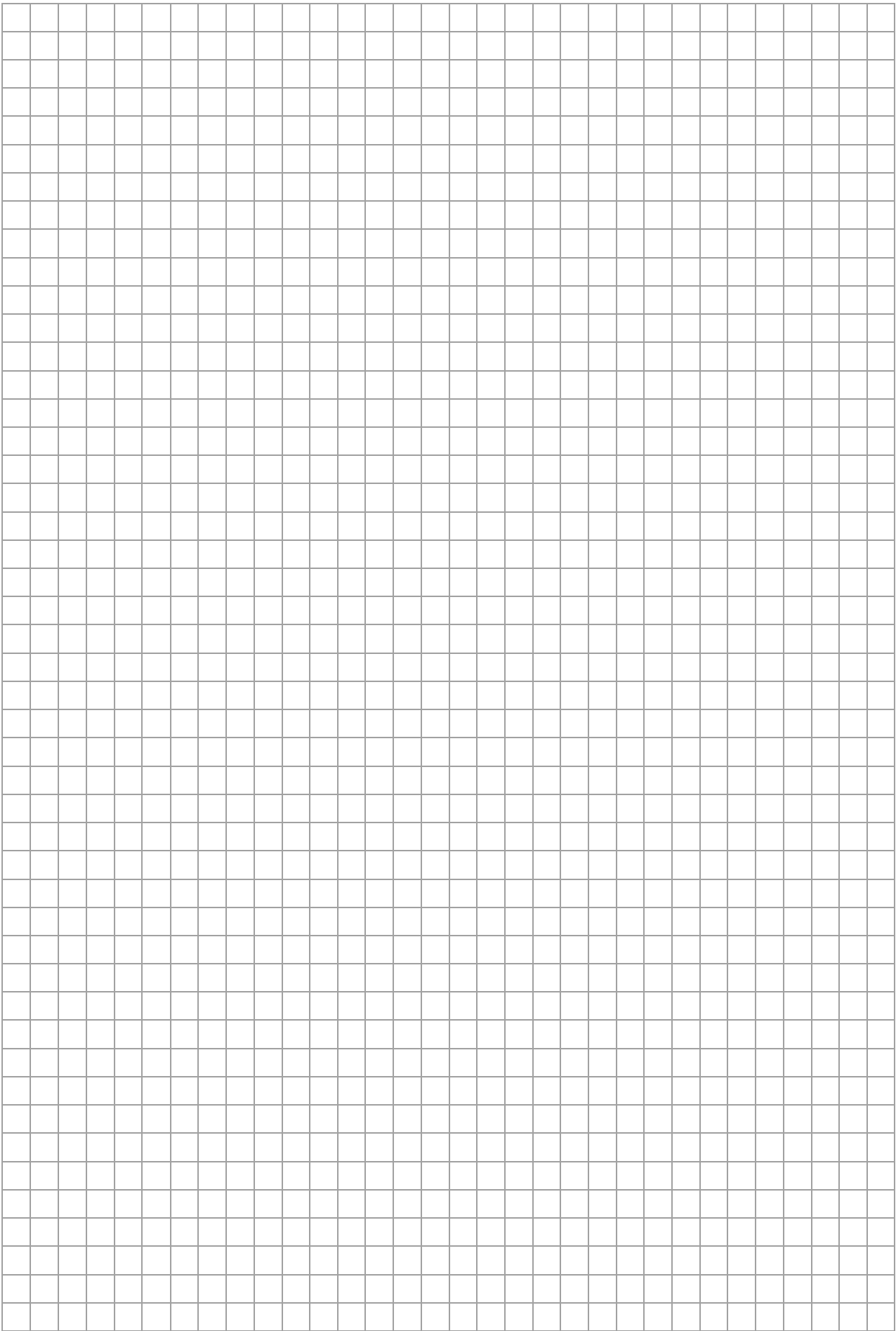
Ponadto, na czworokącie $ABCD$ można opisać okrąg.

Oblicz obwód czworokąta $ABCD$. Zapisz obliczenia.

3.

0–1–
2–3

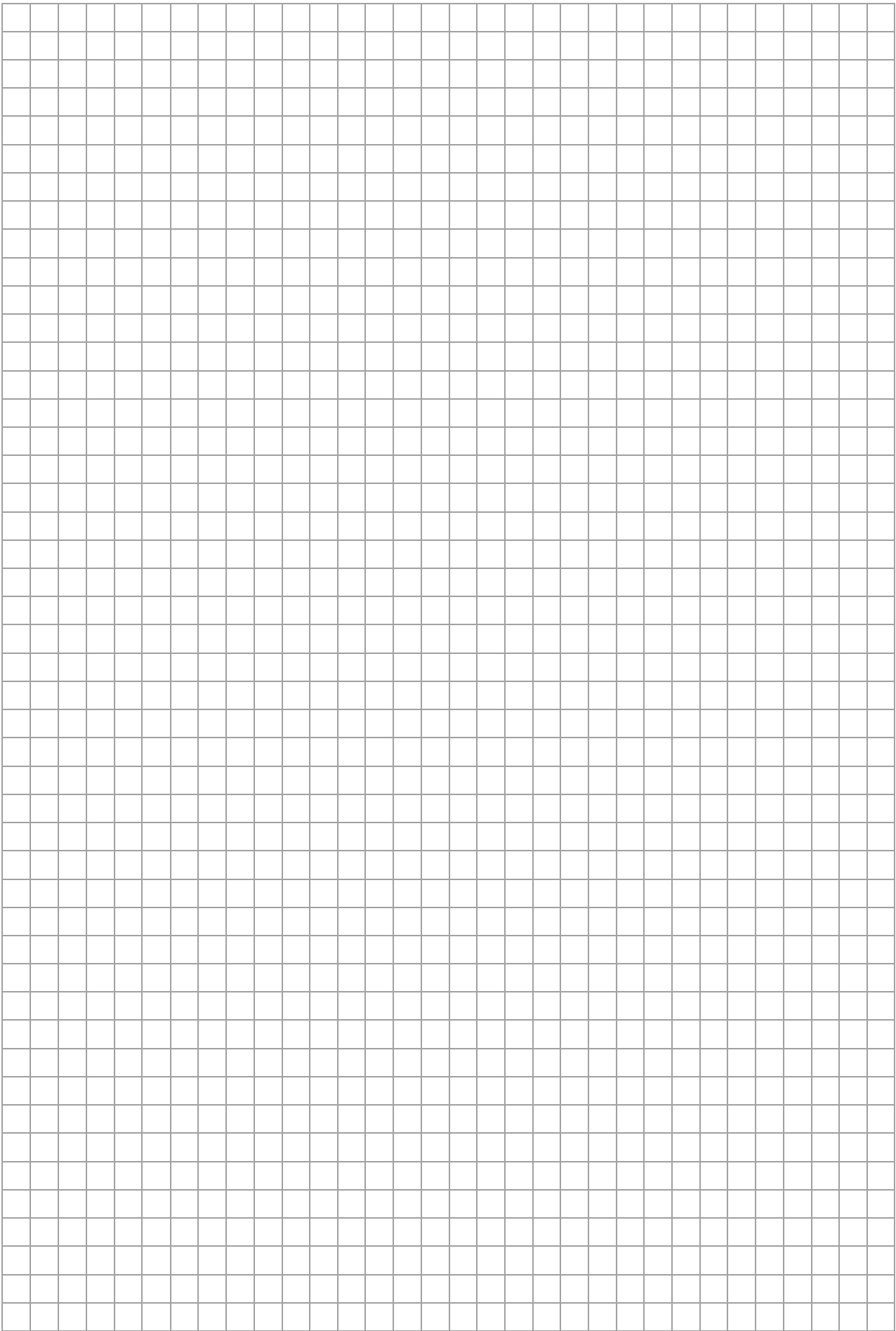




Franek kupuje porcję lodów. Do wyboru ma osiem smaków: śmietankowy, waniliowy, czekoladowy, truskawkowy, ciasteczkowy, miętowy, karmelowy oraz pistacjowy. Franek prosi sprzedawcę o nałożenie mu dokładnie czterech gałek o losowo wybranym smaku.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że Franek otrzyma co najmniej dwie gałki spośród smaków: śmietankowego, truskawkowego, karmelowego albo pistacjowego, jeżeli wiadomo, że Franek otrzyma dokładnie jedną gałkę o smaku czekoladowym, oraz żaden smak się nie powtórzy. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines extend to the edges of the page.



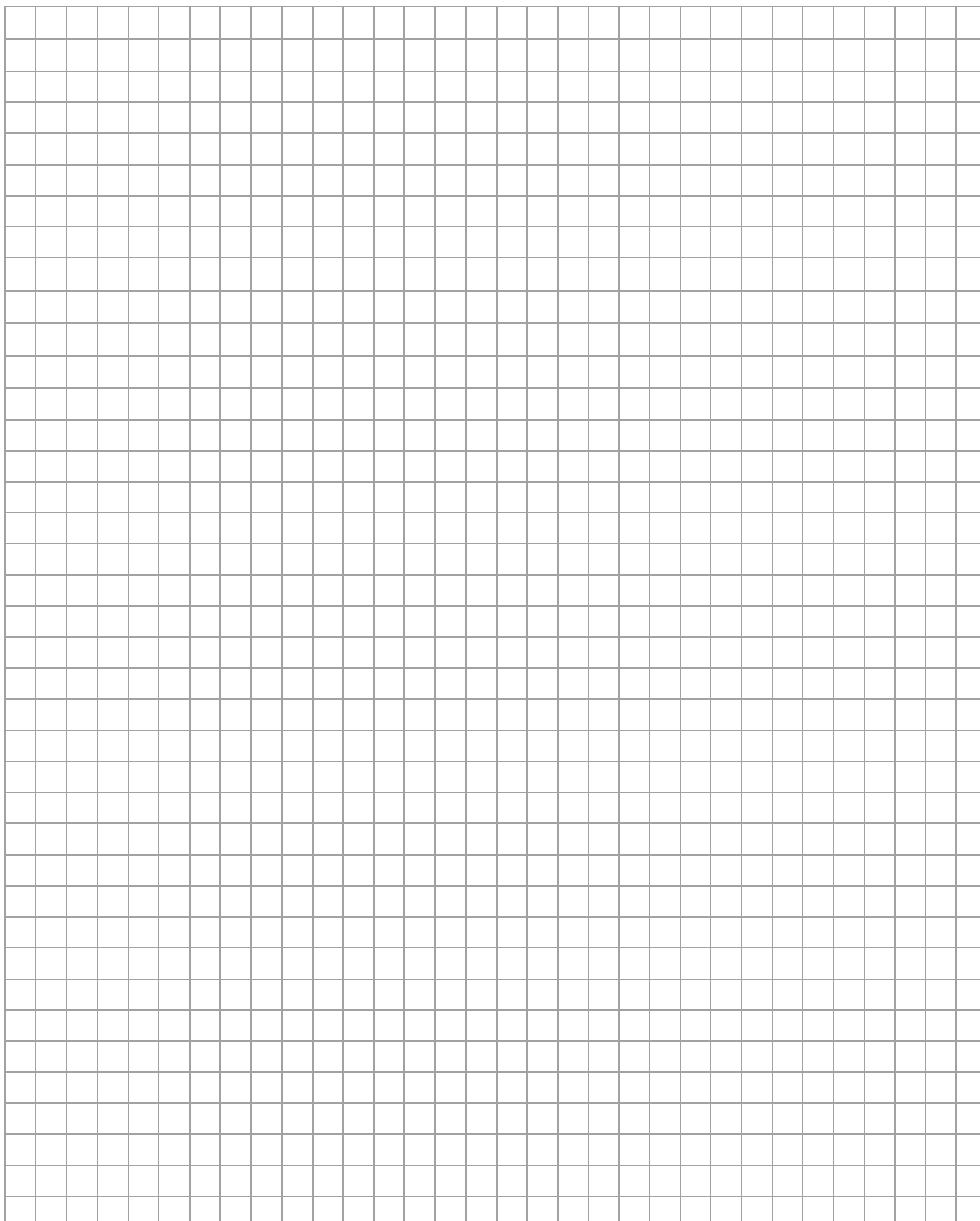
5.

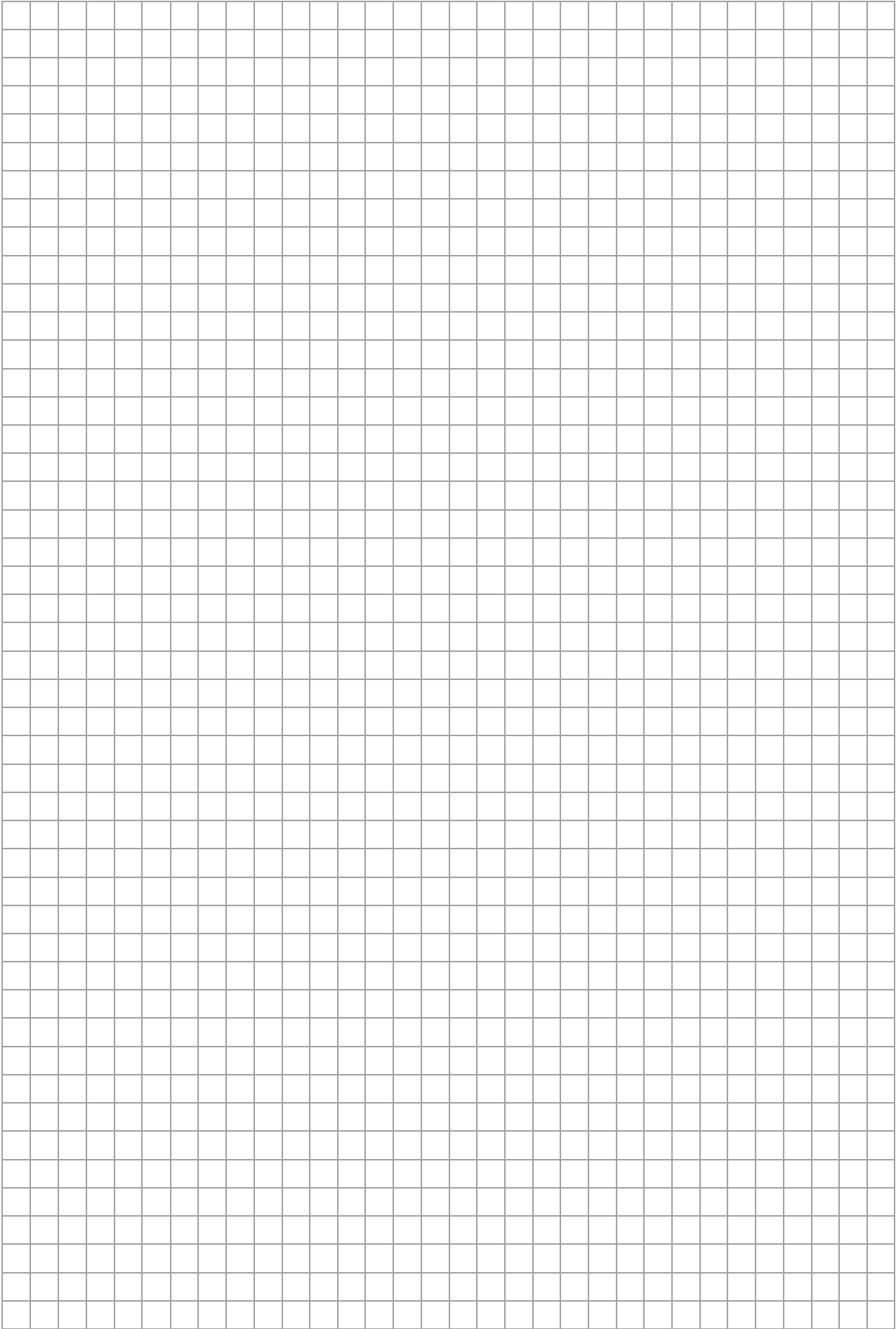
0-1-
2-3

Zadanie 5. (0-3)

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a , b i c takich, że $2b = a - c$ oraz $a^2 + b^2 = 1$ prawdziwa jest nierówność

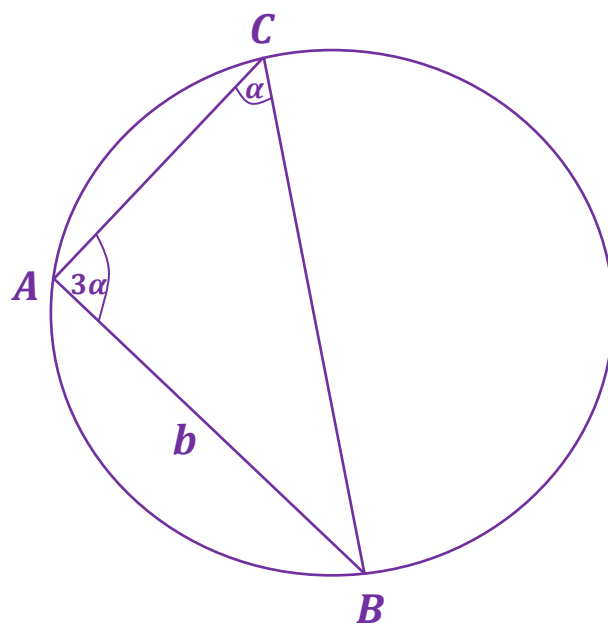
$$2a^2 + 5b^2 > \frac{1}{2}c^2$$



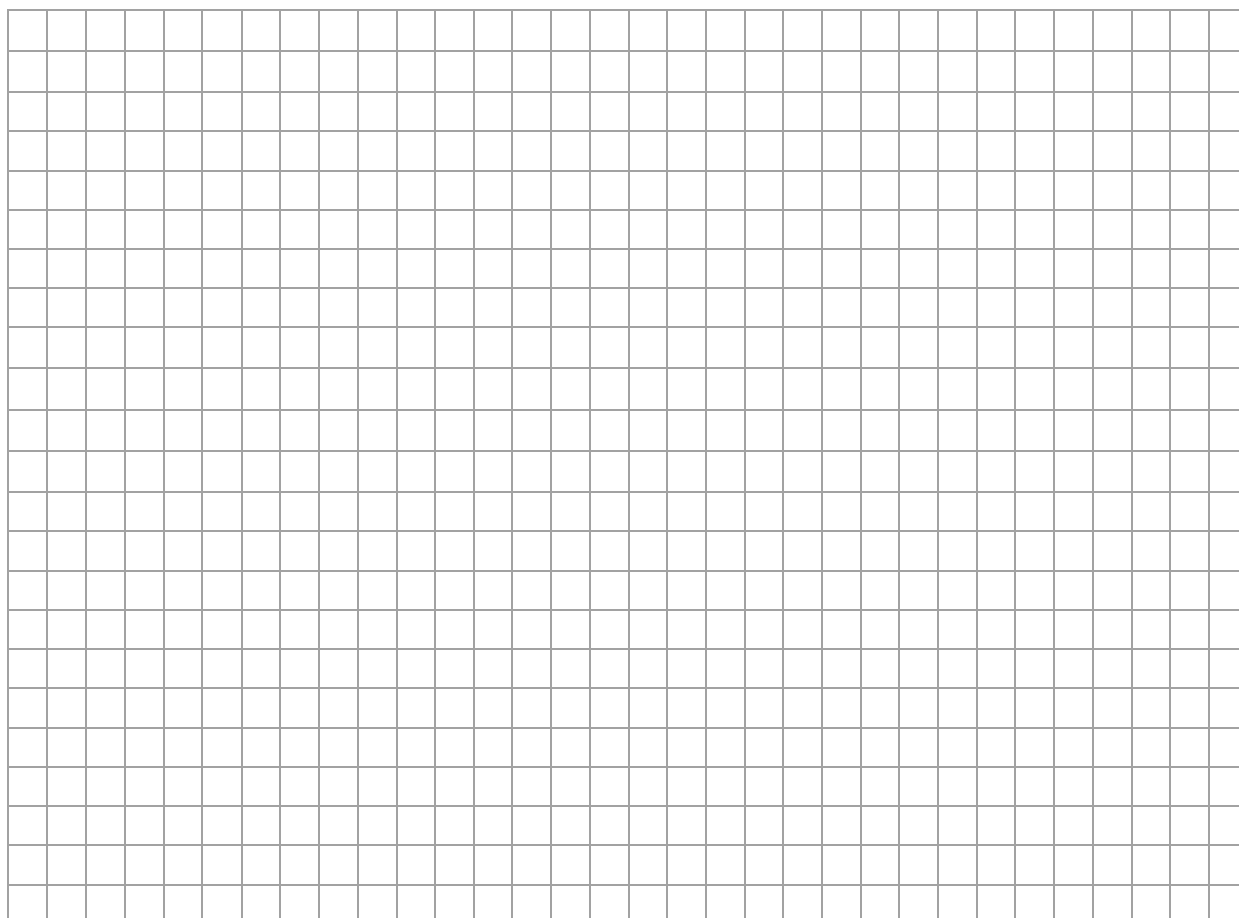


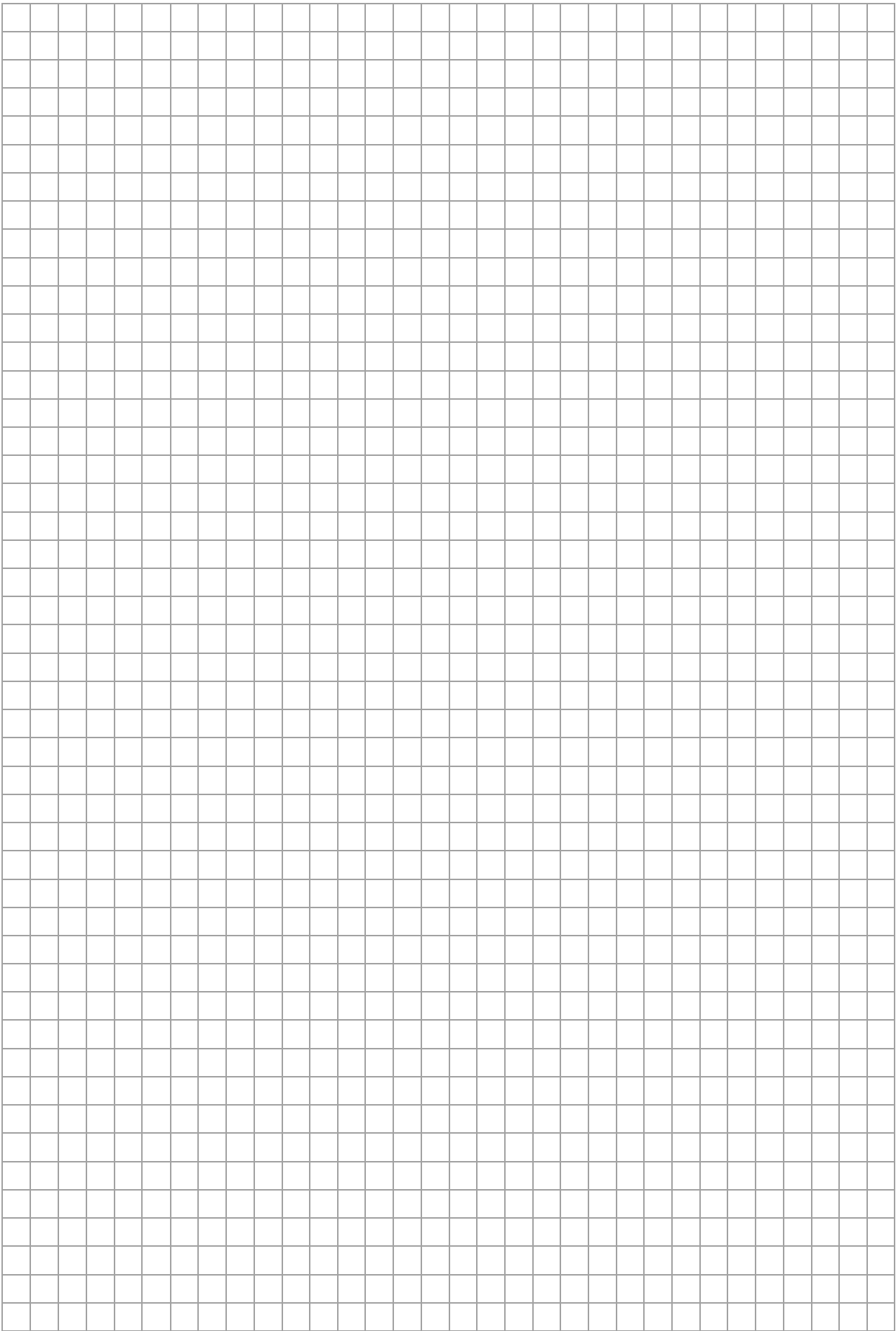
Zadanie 6. (0–3)

Na trójkącie ABC , w którym $|AB| = b$ oraz $|\sphericalangle ACB| = \alpha$ i $|\sphericalangle BAC| = 3\alpha$, opisano okrąg o promieniu R (zobacz rysunek).



Wykaż, że $b = R \sqrt{\frac{3 \sin \alpha - \sin 3\alpha}{\sin \alpha}}$





Zadanie 7. (0–4)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Suma wszystkich wyrazów ciągu (a_n) o numerach parzystych jest równa 444, (4), tj.

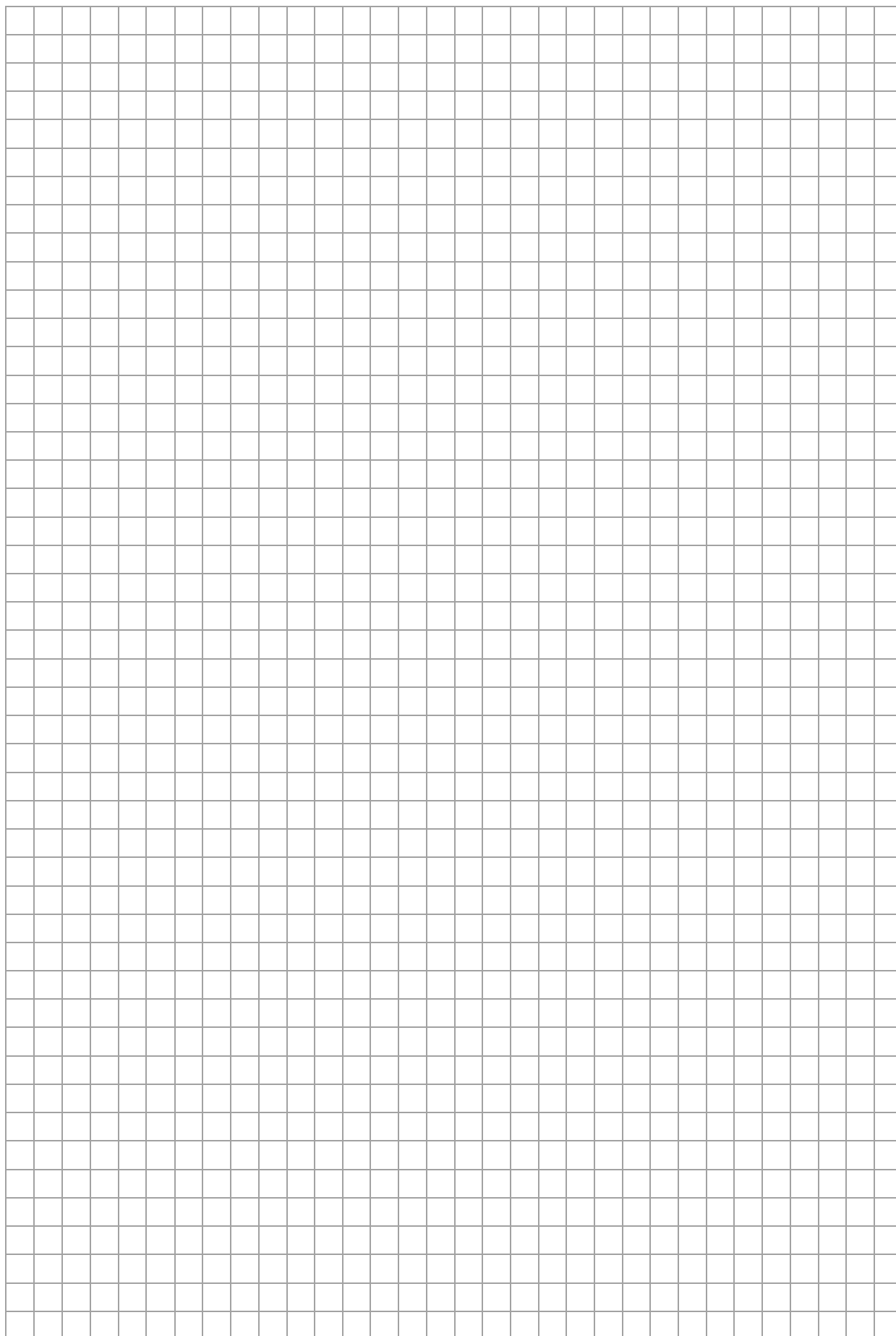
$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots = 444, (4)$$

Ponadto $\sqrt{a_1 \cdot a_3} = 160$ oraz ciąg (a_n) jest monotoniczny.

Oblicz sumę wszystkich wyrazów tego ciągu. Zapisz obliczenia.

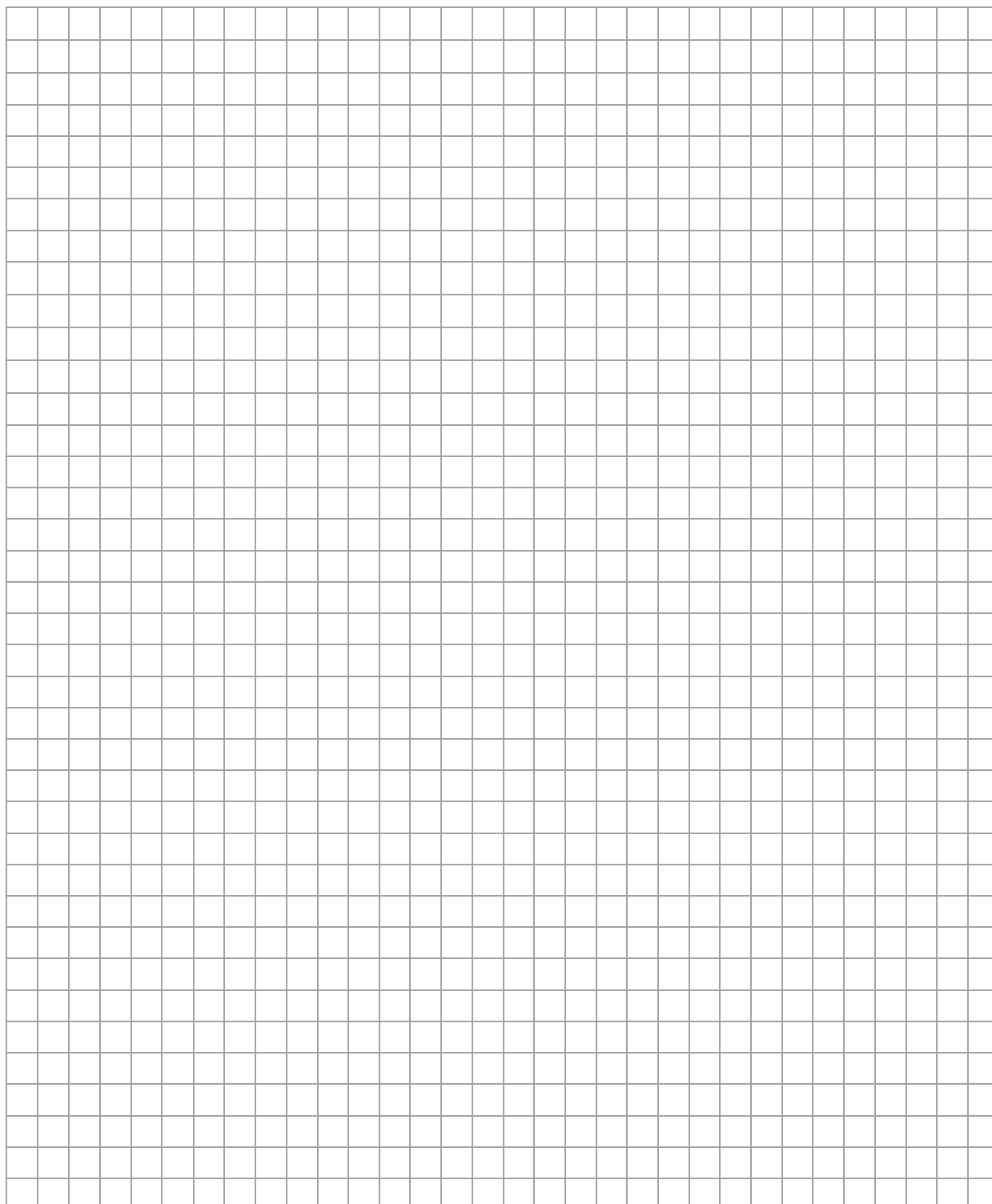
7.
0-1- 2-3-4

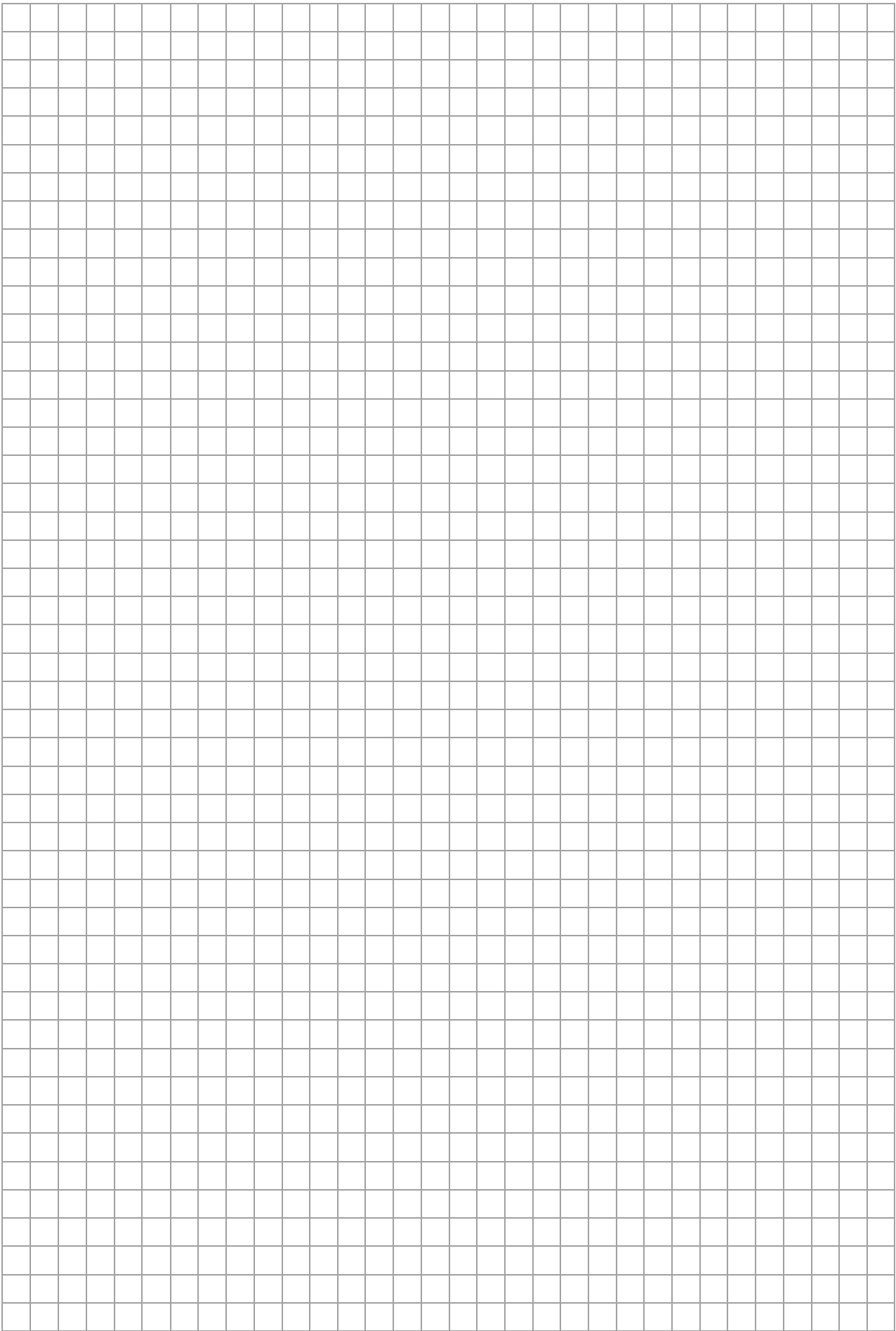
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.



Zadanie 8. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) parabole $f(x) = x^2 + 8x$ oraz $g(x) = 3x^2 + 5x + 1$ przecinają się w punktach A oraz B . Ponadto, wektory $\vec{u}$, $\vec{v}$ oraz $\vec{w}$ spełniają zależności: $\vec{v} = -8 \cdot \overrightarrow{AB}$, $\vec{u} = [-4, 23]$ oraz $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

8.0–1–
2–3–4**Oblicz długość wektora $\vec{w}$. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia.**

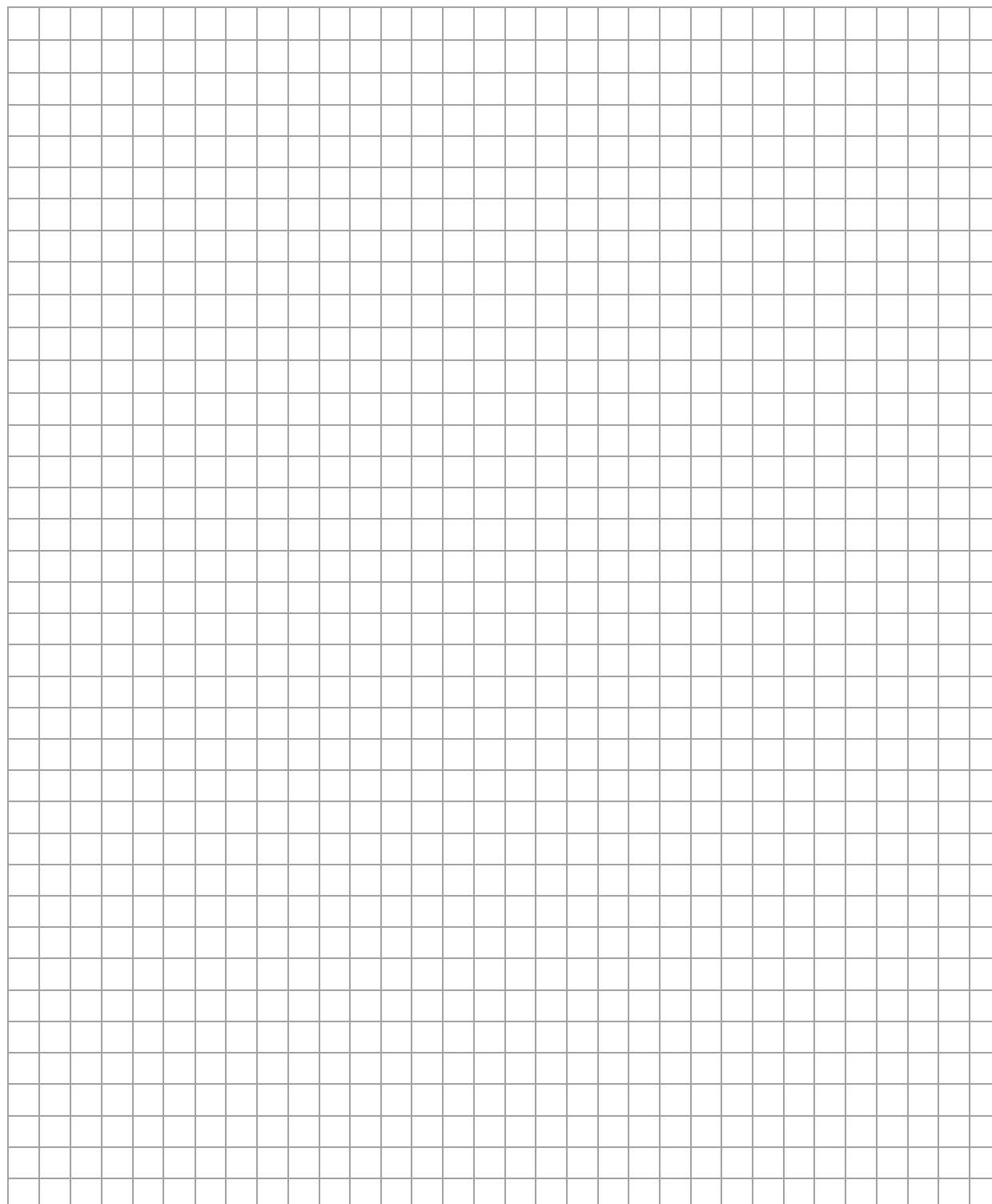


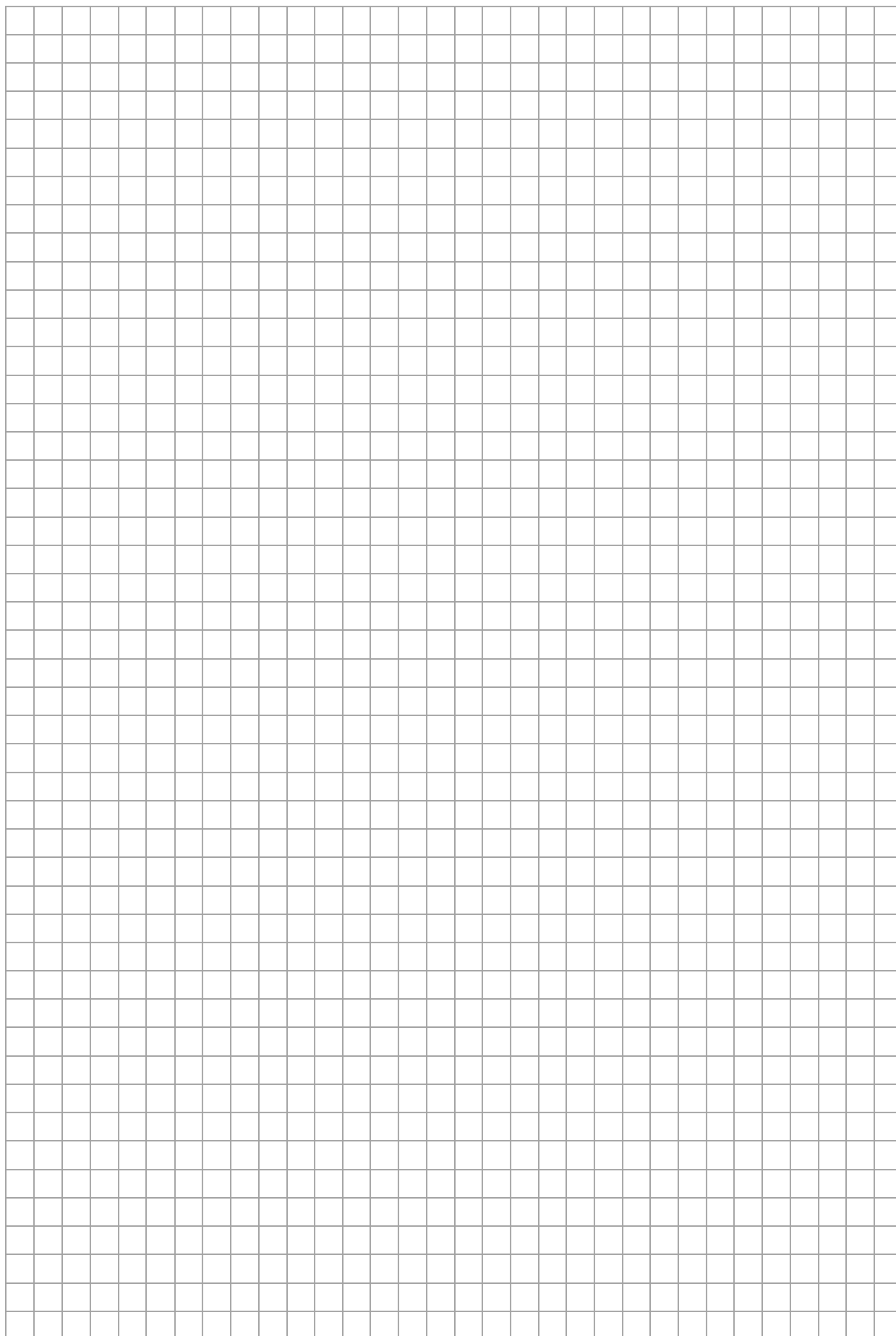
Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin 6x - \cos 4x = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot (\cos x - \sin x)$$

w przedziale $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$. Zapisz obliczenia.





Zadanie 10. (0–5)

Funkcja f jest określona wzorem

$$f(x) = (2m + 1) \cdot x^2 - 6x + m - 3$$

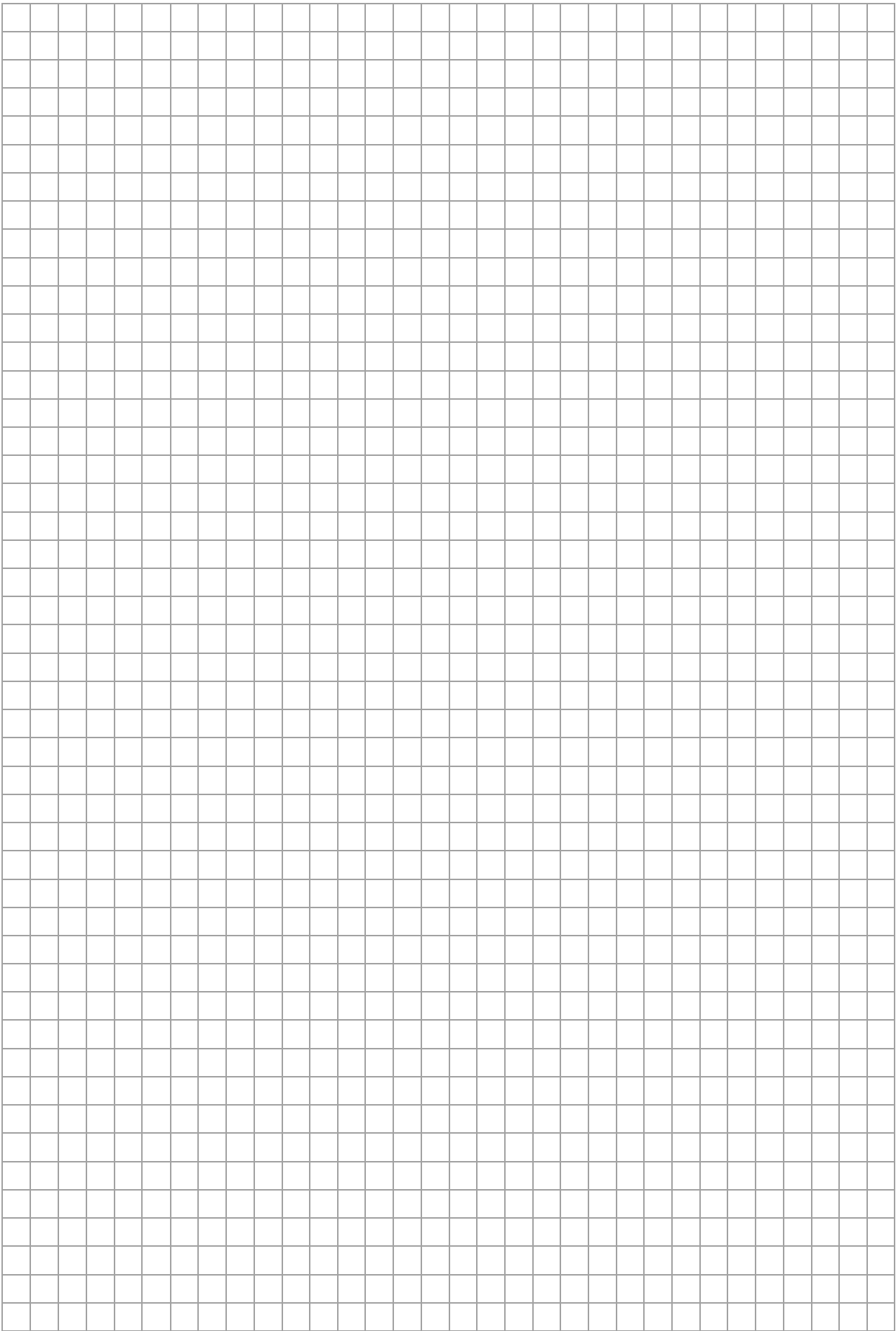
dla każdej liczby rzeczywistej x .

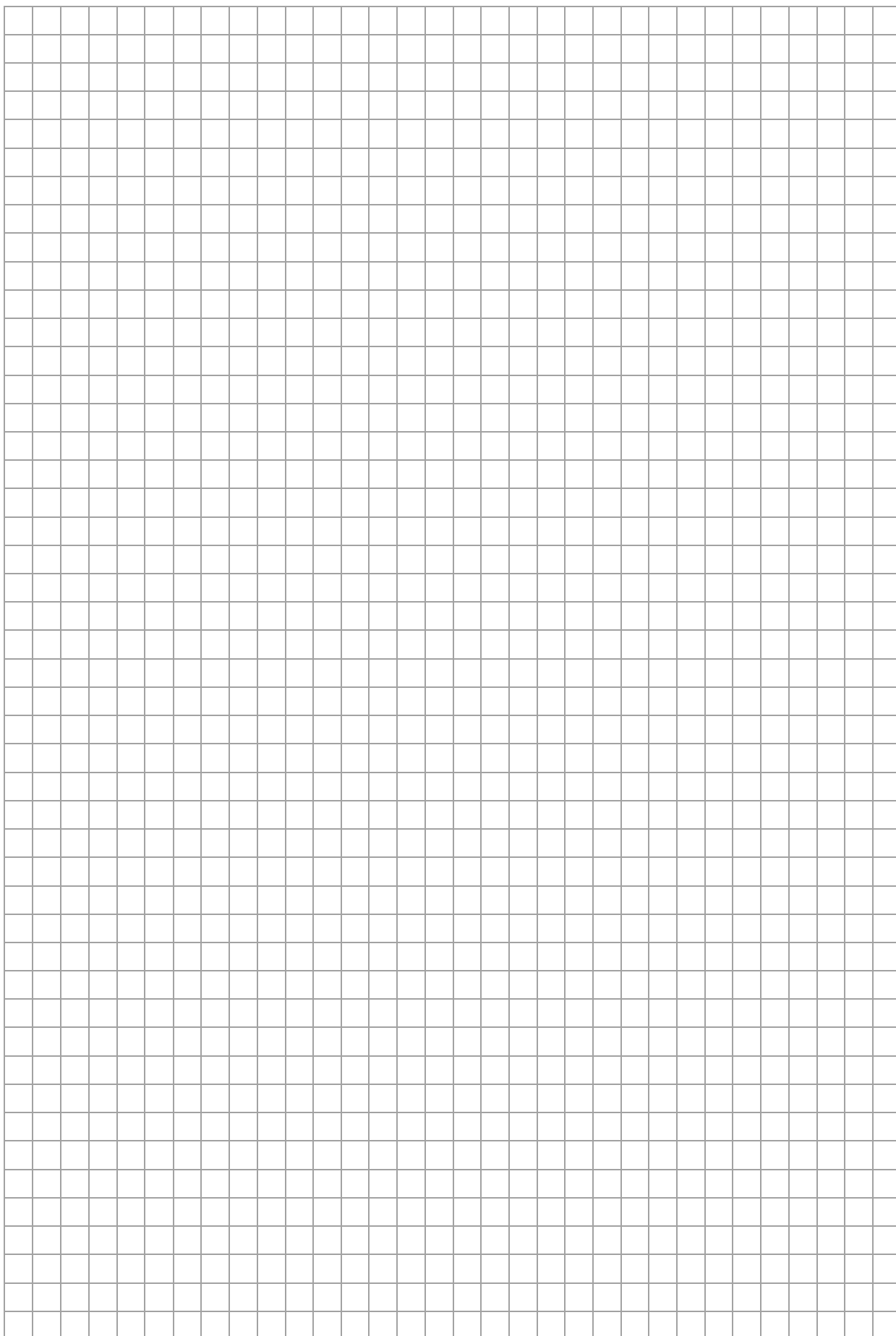
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja f ma dokładnie dwa miejsca zerowe x_1 oraz x_2 przeciwnych znaków, które spełniają warunek

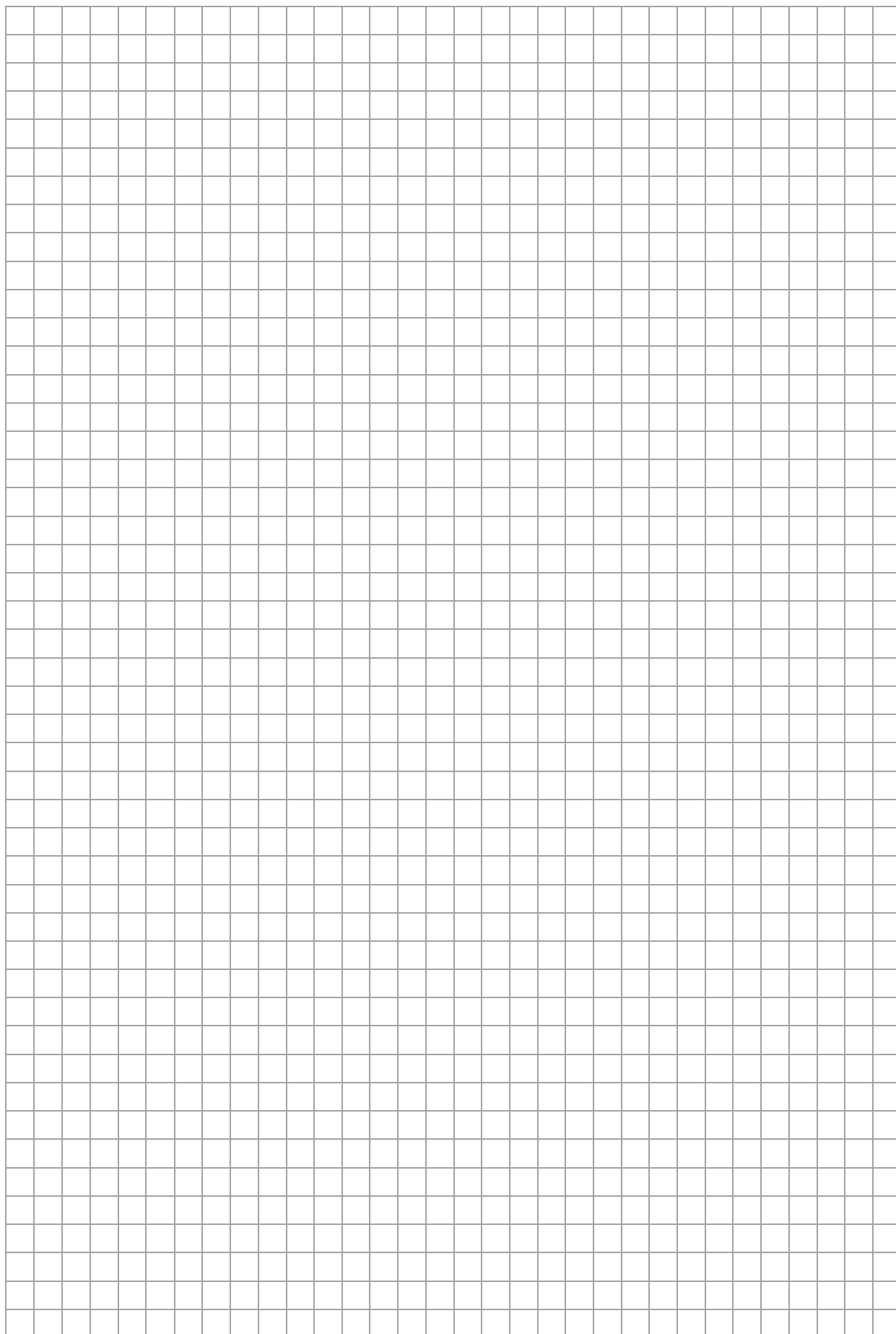
$$x_1^3 + x_2^3 > (x_1 + x_2)^4$$

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.





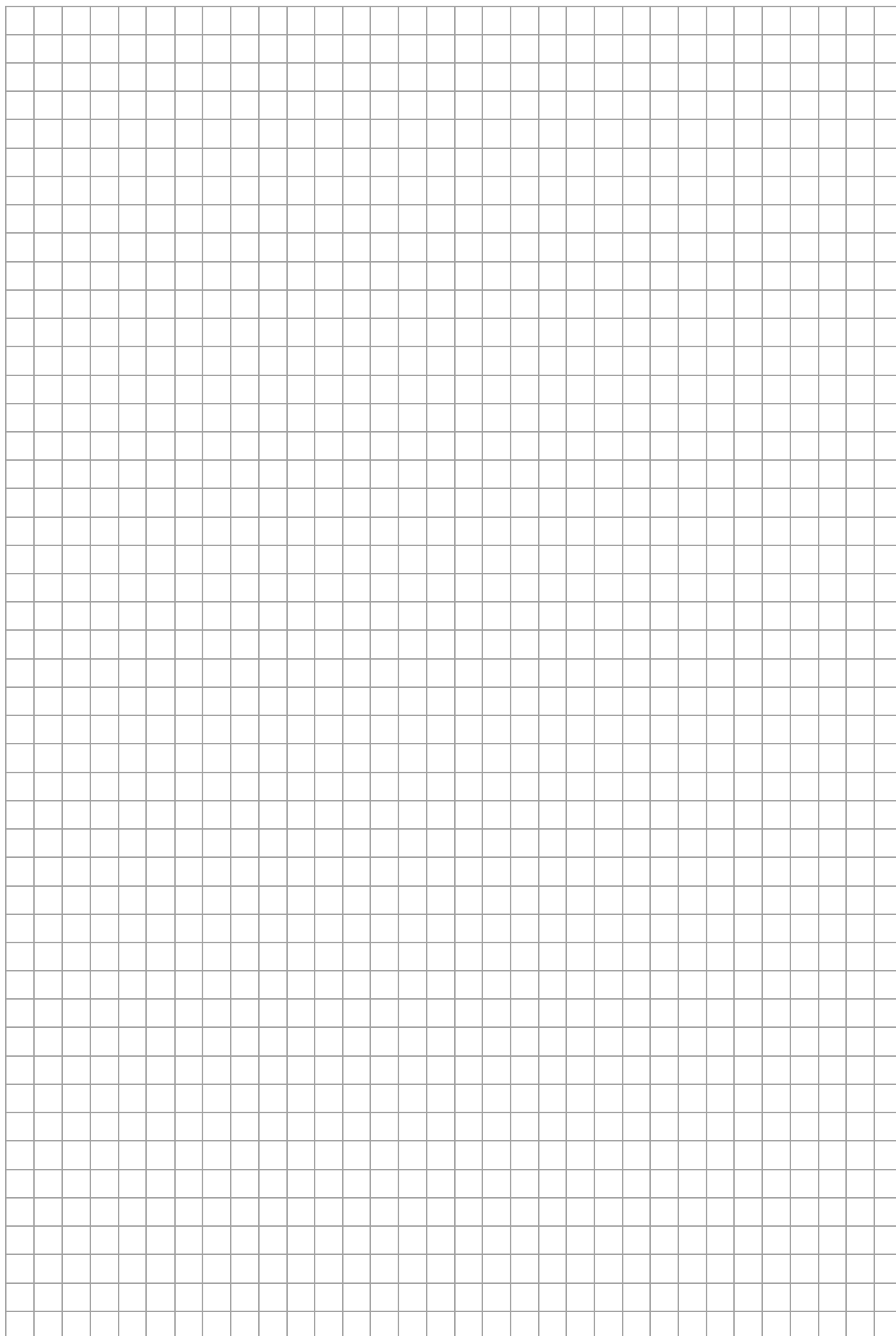


Rozwiąż nierówność

$$\frac{x+4}{x^2-9} - \frac{x}{2x+6} \geq \frac{2x}{x-3} + 5$$

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



Zadanie 12. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ o podstawie $ABCD$ kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° .

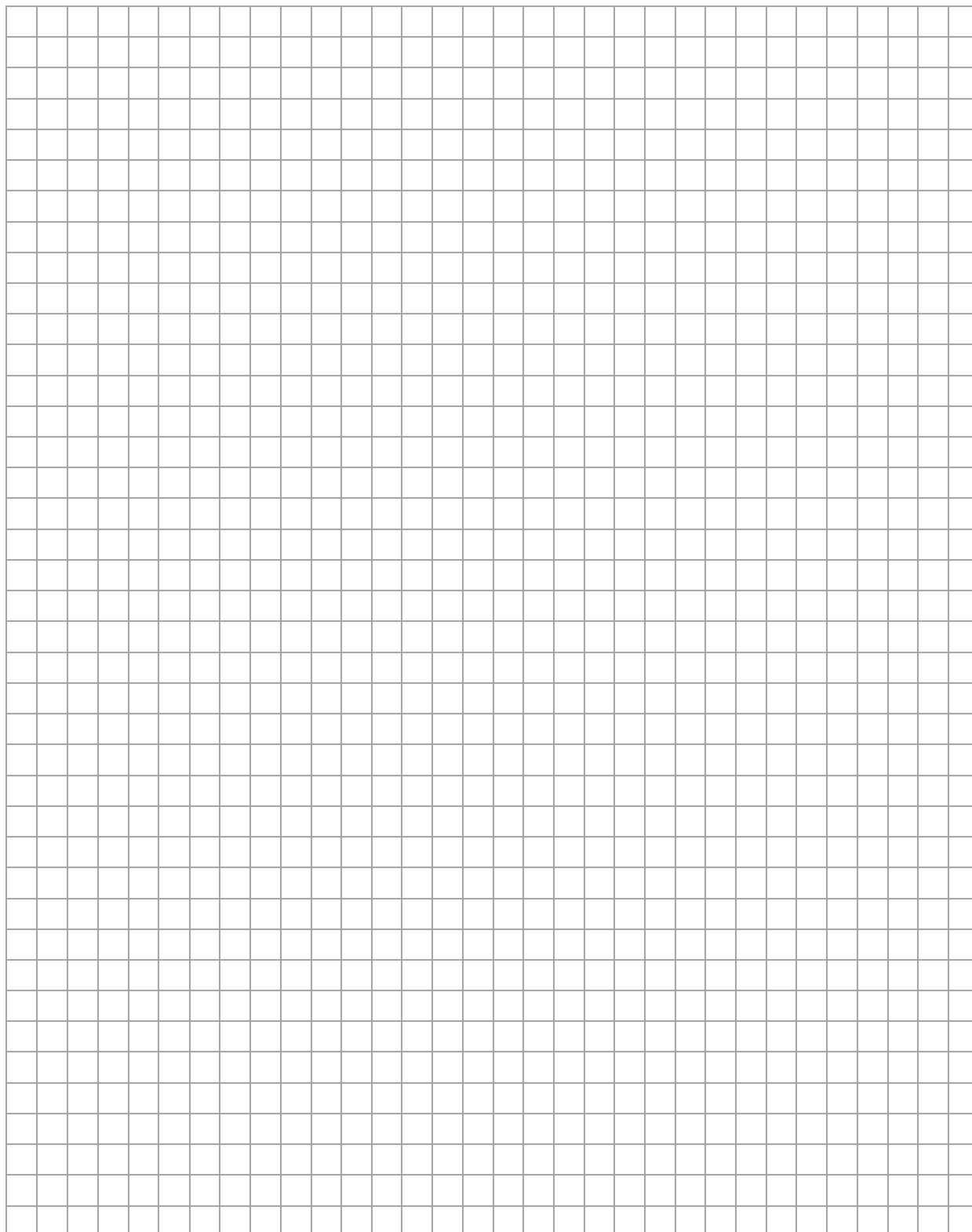
12.

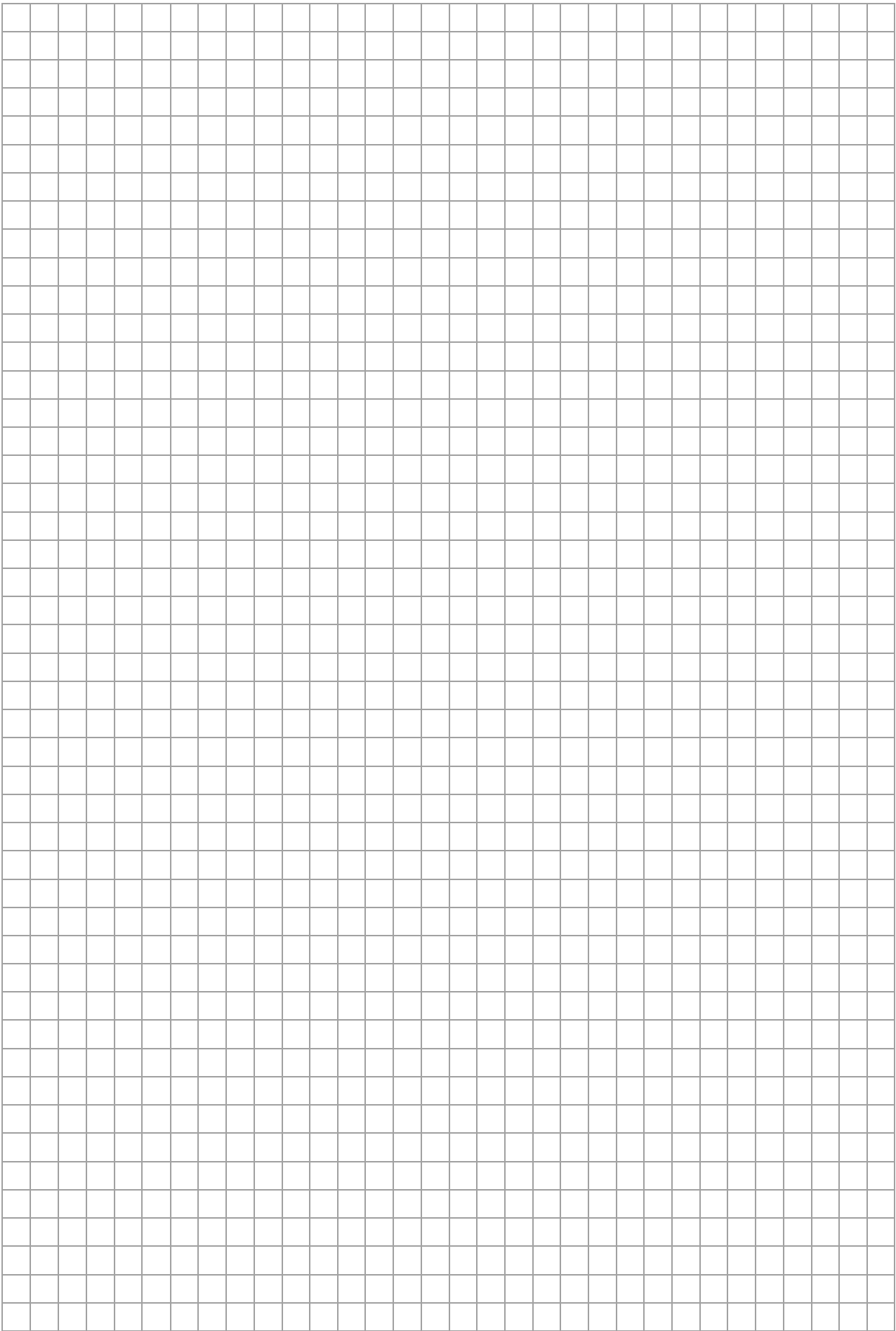
0–1–

2–3–

4–5

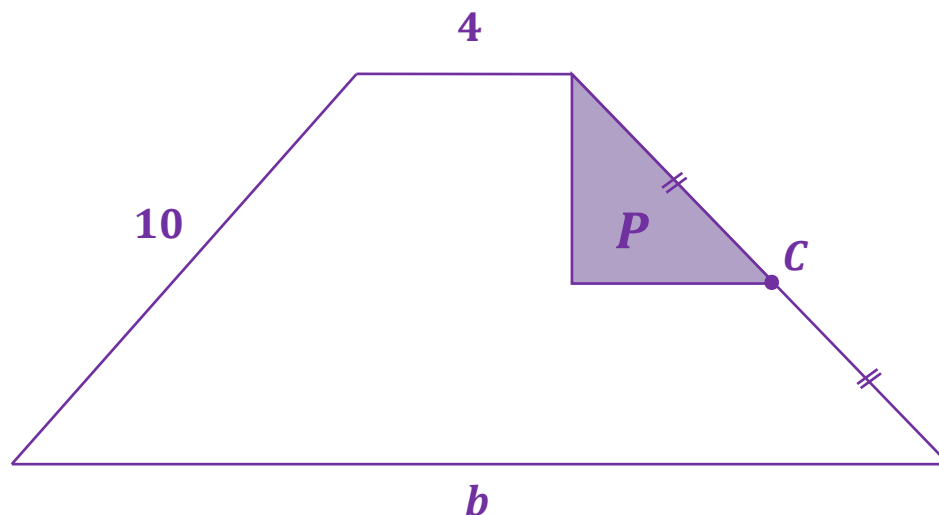
**Oblicz stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola podstawy $ABCD$.
Zapisz obliczenia.**





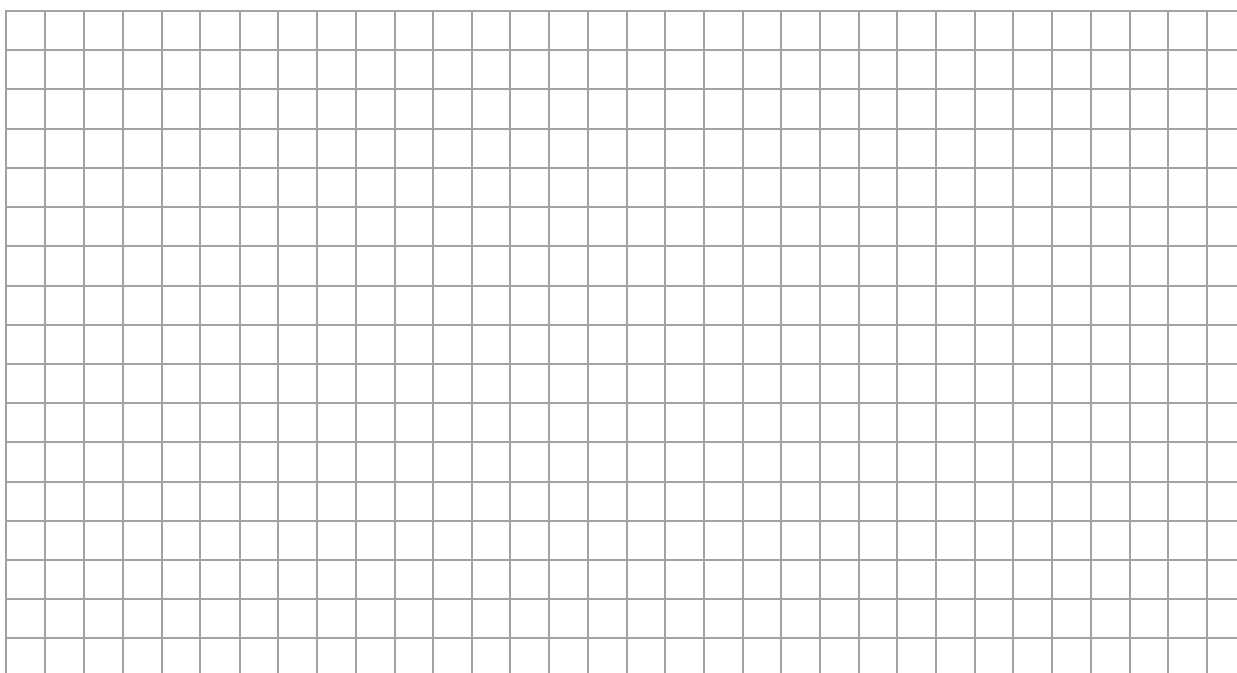
Zadanie 13.

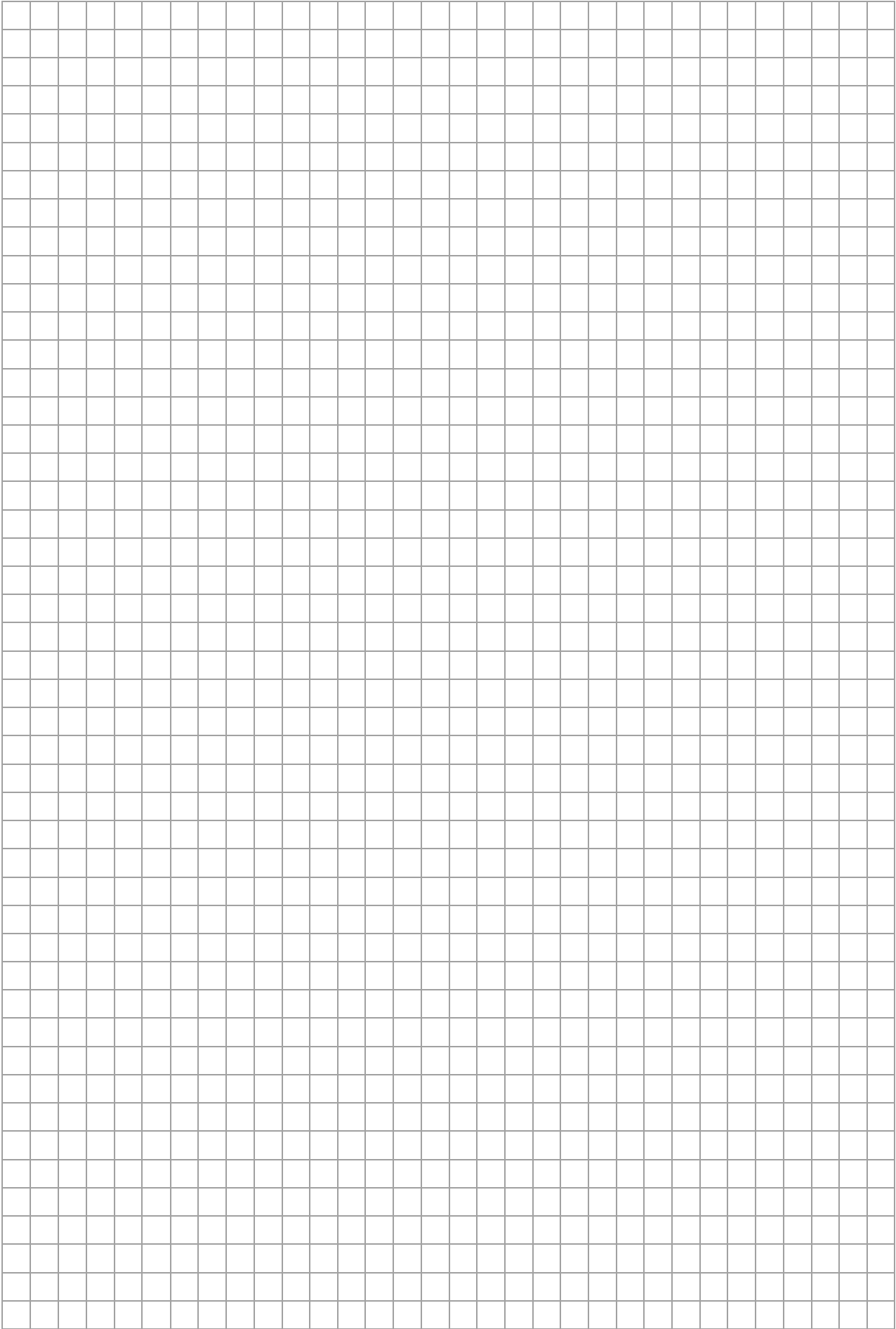
Dany jest trapez równoramienny o ramieniu długości 10 oraz górnej podstawie 4. Na rysunku zaznaczono zacieniowany trójkąt P , którego jeden bok jest połową wysokości trapezu. Punkt C leży na środku ramienia tego trapezu. Niech b oznacza długość dłuższej podstawy, przy czym $b > 4$ (zobacz rysunek).

**13.1.****0–1–2****Zadanie 13.1. (0–2)**

Wykaż, że pole trójkąta P w zależności od długości b dolnej podstawy wyraża się wzorem

$$P(b) = \frac{\sqrt{-b^4 + 16b^3 + 304b^2 - 2944b + 6144}}{32}$$





Zadanie 13.2. (0–5)

Pole trójkąta P w zależności od długości b dolnej podstawy wyraża się wzorem

$$P(b) = \frac{\sqrt{-b^4 + 16b^3 + 304b^2 - 2944b + 6144}}{32}$$

dla $b \in (4, 24)$.

13.2.

0-1-

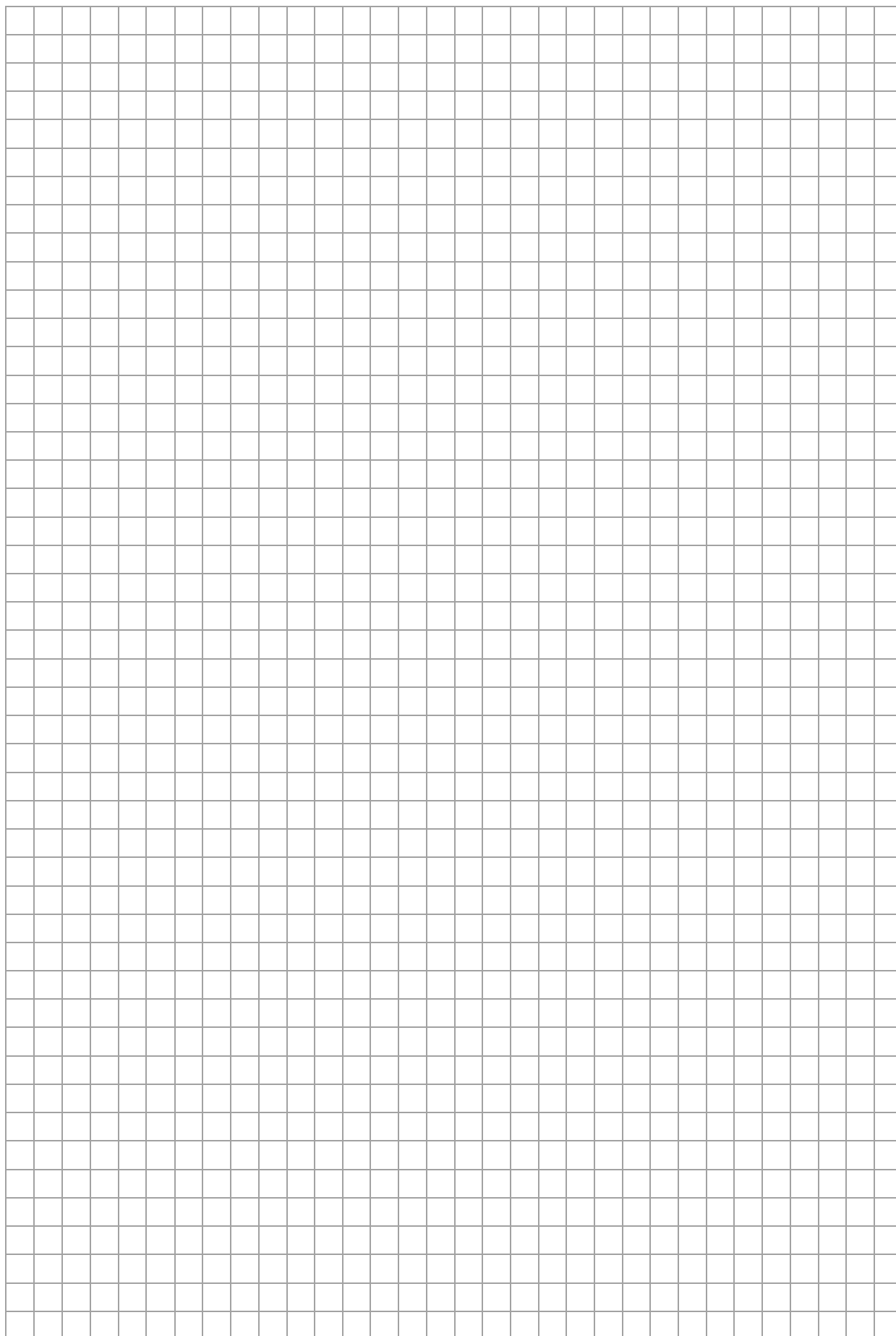
2-3-

4-5

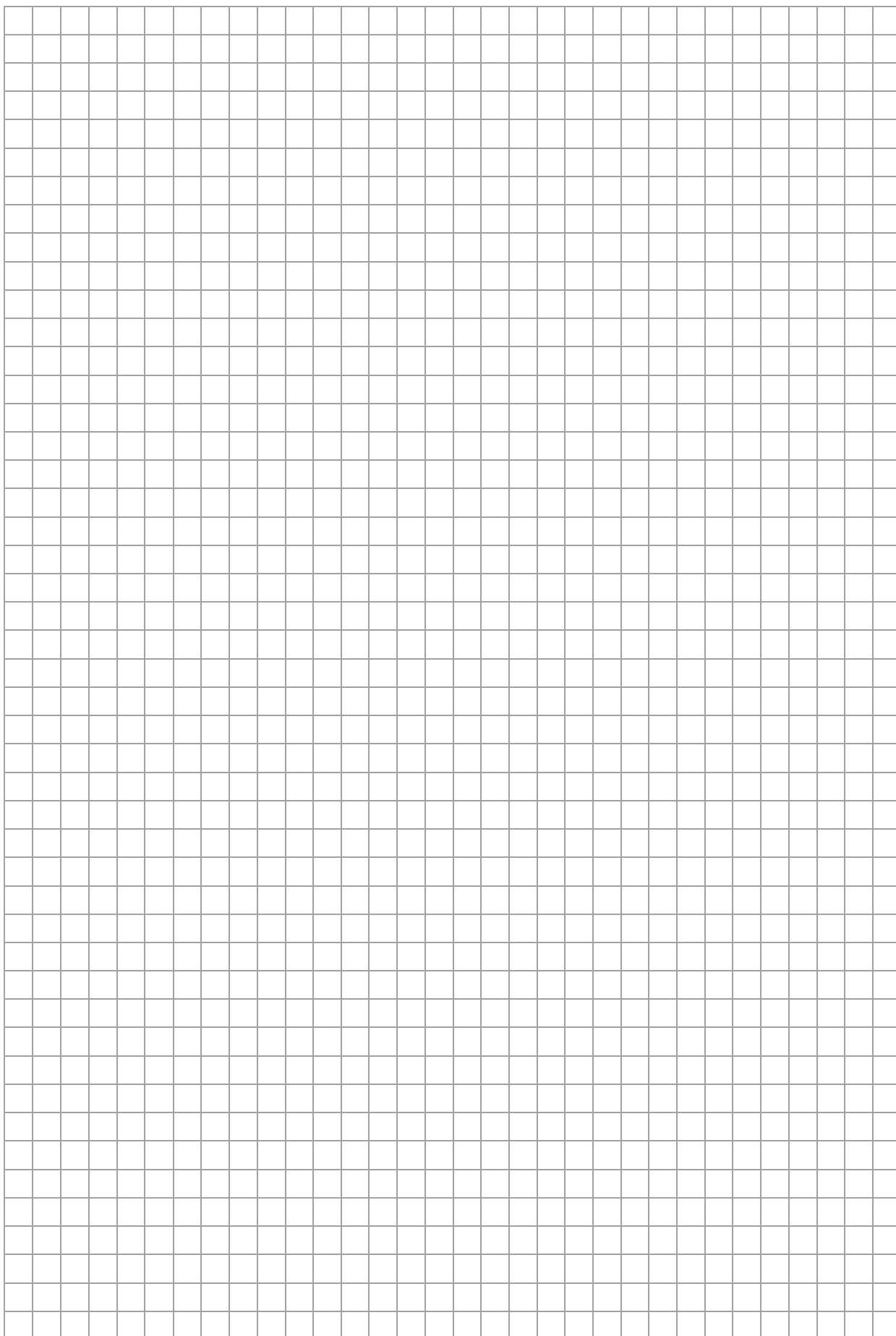
Oblicz największe możliwe pole trójkąta P . Zapisz obliczenia.

Wskazówka: Funkcja może posiadać ekstrema lokalne zarówno w punktach należących do rozważanego przedziału liczbowego, jak i w punktach do niego nienależących.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

