

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD  
2015

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–10.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (11.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Funkcja określona wzorem  $f(x) = |x + 3| + 5$ :

- A. ma więcej niż dwa miejsca zerowe
- B. ma dwa miejsca zerowe
- C. ma jedno miejsce zerowe
- D. nie ma miejsc zerowych

### Zadanie 2. (0–1)

Dokładna wartość liczby  $\sin 15^\circ$  to:

- A.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

### Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona wzorem  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3$ :

- A. ma trzy ekstrema lokalne
- B. ma dwa ekstrema lokalne
- C. ma jedno ekstremum lokalne
- D. nie ma ekstremów lokalnych

### Zadanie 4. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, którego wszystkie krawędzie mają długość  $a$ . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i środek przeciwległej do niej krawędzi bocznej. Pole otrzymanego przekroju jest równe:

- A.  $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$       B.  $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$       C.  $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$       D.  $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

### Zadanie 5. (0–1)

Dany jest ciąg określony wzorem rekurencyjnym  $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{3a_n - n}{2} \end{cases}$ . Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

- A.  $\frac{8}{2}$       B.  $\frac{8}{3}$   
C.  $\frac{29}{4}$       D.  $\frac{75}{8}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



## ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–10. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.  
W zadaniach 11.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

### Zadanie 6. (0–2)

Dane są punkty  $A = (5, 2)$ ,  $B = (1, -3)$ ,  $C = (-2, -8)$ . Oblicz odległość punktu  $A$  od prostej  $l$  przechodzącej przez punkty  $B, C$ . Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

### Zadanie 7. (0–2)

Oblicz sinus najmniejszego kąta trójkąta o bokach  $a = 8$ ,  $b = 10$ ,  $c = 12$ . Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

**Zadanie 8. (0–2)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ . Oblicz wartość pochodnej tej funkcji dla  $x = -\sqrt{7}$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.


--	--	--



**Zadanie 9. (0–2)**

Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{11n^2-1}$ . Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 10. (0–2)**


Pierwiastkami równania  $x^2 + 7x + 4 = 0$  są liczby  $x_1, x_2$ . Oblicz wartość sumy sześciątów liczb  $x_1, x_2$ . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności wartości bezwzględnej otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 11. (0–3)**

Wykaż, że jeśli  $\log_{24} 6 = a$ , to  $\log_6 256 = \frac{4(1-a)}{a}$ .



Odpowiedź: .....



**Zadanie 12. (0–3)**

Wyznacz równanie stycznej do okręgu o równaniu  $x^2 - 6x + y^2 + 10y = 0$  prostopadłej do prostej  $3x - 4y + 5 = 0$ .



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–4)**

Dany jest trójmian  $f(x) = x^2 + (m + 2)x + 4$ . Wyznacz parametr  $m$ , jeśli wiadomo, że ciąg  $(x_1, (m + 5), x_2)$ , gdzie  $x_1, x_2$  są różnymi miejscami zerowymi tego trójmianu, jest geometryczny.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 14. (0–4)**

Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$ , w którym punkt  $D$  jest środkiem boku  $AB$ . Przez punkt  $D$  poprowadzono prostą pod kątem do boku  $AB$ , która przecięła bok  $BC$  w punkcie  $E$  takim, że pole trójkąta  $BDE$  jest równe  $\frac{1}{8}$  pola trójkąta  $ABC$ . Wykaż, że  $\alpha = 30^\circ$ .



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $\sin 2x + \cos 4x = 0$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 16. (0–7)**

Puszka ma kształt walca o objętości  $\pi \text{ dm}^3$ . Wyznacz promień podstawy i wysokość walca, aby pole powierzchni całkowitej puszki było najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 17. (0–5)**

W urnie  $U_1$  są 3 kule białe i 7 czarnych, a w urnie  $U_2$  jest 5 kul białych i 4 czarne. Wybieramy losowo kulę z urny  $U_1$  i wkładamy do urny  $U_2$ . Następnie z urny  $U_2$  losujemy 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że w ten sposób wylosujemy 2 kule białe.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 18. (0–5)**

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli pierwszą liczbę zmniejszymy o 1, drugą liczbę zwiększymy o 15, a trzecią zwiększymy o 37, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 63.



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

